

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. אורי ודני יצאו באותו הזמן משתי נקודות שונות, והלכו זה לקראת זה לאורך אותו מסלול ישר.

מהירות ההליכה של אורי הייתה גדולה ב־ 40% ממהירות ההליכה של דני.

אורי ודני נפגשו שעה ורבע אחרי שיצאו לדרך.

נסמן ב־ x את מהירות ההליכה של דני.

א. הבע באמצעות x את אורך המסלול.

40 דקות אחרי שיצאו לדרך, היה המרחק בין אורי לדני 4.9 ק"מ.

ב. מצא את מהירות ההליכה של דני ואת מהירות ההליכה של אורי.

ג. מה היה המרחק בין אורי לדני שעה אחרי שיצאו לדרך?

2. הישר $y = -2$ משיק למעגל שמרכזו M בנקודה A (ראה סרטוט).

מרכז המעגל נמצא ברביע הראשון.

רדיוס המעגל הוא 5.

א. מצא את שיעור ה־ y של מרכז המעגל.

נתון כי המעגל עובר דרך נקודה $C(2, 0)$.

ב. מצא את משוואת המעגל.

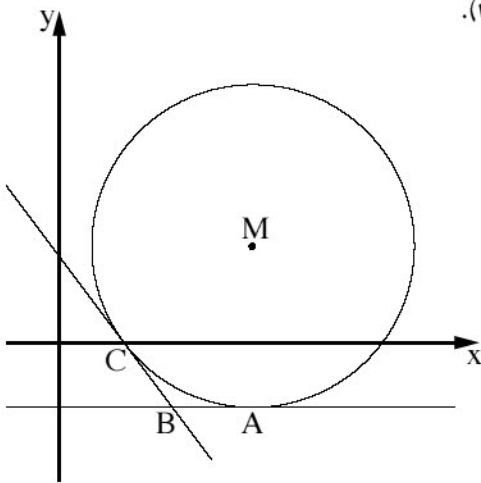
המשיק למעגל בנקודה C חותך את הישר $y = -2$

בנקודה B (ראה סרטוט).

ג. מצא את שטח המרובע $MABC$.

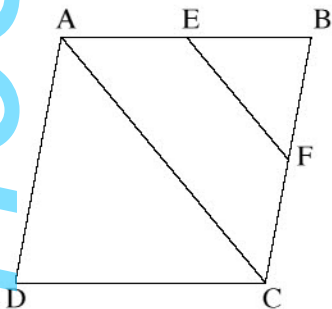
D היא נקודה על המעגל כך ש־ AD הוא קוטר במעגל.

ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D .



3. במדינת עוץ מספר התושבים בעלי רישיון נהיגה גדול פי 3 ממספר התושבים שאין להם רישיון נהיגה.
- א. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא בעל רישיון נהיגה?
- נתון: 60% מן התושבים במדינת עוץ הם מבוגרים, והשאר הם צעירים.
מבין התושבים המבוגרים במדינת עוץ, 80% הם בעלי רישיון נהיגה.
- ב. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא צעיר שאין לו רישיון נהיגה?
- ג. בחרו באקראי תושב ממדינת עוץ, וידוע שהתושב הוא צעיר. מהי ההסתברות שיש לו רישיון נהיגה?
- ד. בחרו באקראי 4 תושבים ממדינת עוץ. מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם הם צעירים שיש להם רישיון נהיגה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD.

הנקודות E, F הן אמצעי הצלעות AB, BC בהתאמה.

א. הוכח כי $EF \parallel AC$.

ב. (1) הוכח: $\triangle EBF \sim \triangle ABC$.

(2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF ובין שטח המעוין ABCD.

ג. הוכח כי $BD \perp EF$.

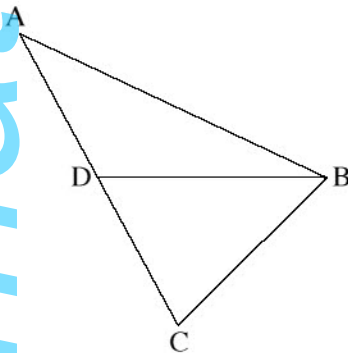
נתון: היקף המעוין הוא 32,

$$EF = 2\sqrt{7}$$

M היא נקודת החיתוך של BD ו- EF.

ד. (1) מצא את BM.

(2) מצא את MD.



5. בסרטוט שלפניך מתואר משולש חד-זוויות ABC.

BD הוא התיכון לצלע AC.

נתון: $\angle ABD = 28^\circ$, $AB = 1.5a$, $DB = a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הקטע AD.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 5.

ב. מצא את a.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.

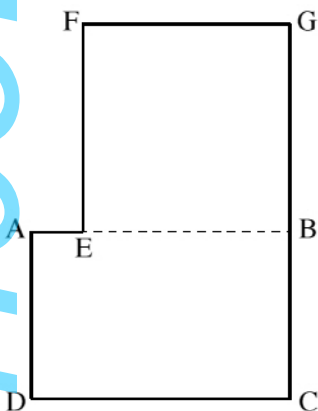
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה־ x והאנך $x = 1$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot \sqrt{12 - x}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך, הבע באמצעות a).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. הפונקציה $g(x) = f(x) - 32$ משיקה לציר ה־ x .
- ו. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ז. (2) מצא את a .



8. בסרטוט שלפניך ABCD הוא מלבן ששטחו 25.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB,

והנקודה G נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט.

המרובע EFGB הוא ריבוע.

נתון: $AD < DC$,

צלע הריבוע גדולה ב- 25% מ- AD.

נסמן: $AD = x$.

א. הבע באמצעות x את DC ואת AE.

ב. מצא את הערך של x שעבורו היקף המצולע AEFGB הוא מינימלי.

בהצלחה!