

סוג הבחינה: בגרות

מועדה הבחינה: חורף נבצרים, תשפ"ב, 2022

מספר השאלון: 035482

נספח: דפי נוסחאות ל-4 יחידות לימוד

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה הסדרה: $a_n = 2n + 1$.

א. (1) הוכח כי a_n היא סדרה חשבונית.

(2) מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 1,443.

ב. מצא את n .

מן הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה, b_n .

נתון: $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$, לכל n טבעי.

ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

בסדרה החדשה יש n איברים – n הוא המספר שמצאת בסעיף ב.

ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה משולשת ישרה $SABC$, שבסיסה, ABC , הוא משולש שווה צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO .

CD הוא הגובה לצלע AB במשולש ABC (ראה סרטוט).

נתון כי היקף המשולש ABC הוא $6a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הגובה CD .

נתון: $CO = 4\sqrt{3}$.

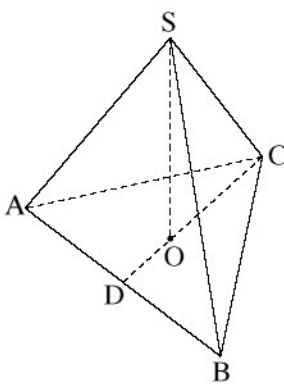
ב. מצא את a .

ענה על סעיף ג בעבור $a = 6$.

נתון: גודל הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין הבסיס הוא 50° .

ג. (1) מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(2x) + 2 \cdot \cos(x) + 3$, המוגדרת בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

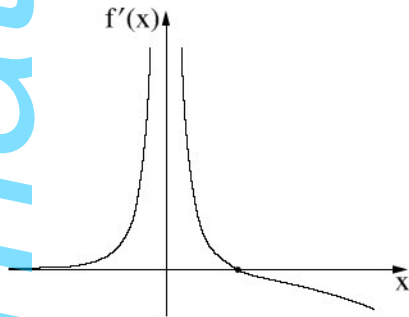
ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודות המינימום שלה (בתחום שבין נקודות המינימום שלה).

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. הוא פרמטר.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות המינימום שלה.

ד. (1) מצא את c .

(2) בעבור הערך של c שמצאת בתת-סעיף ד(1), כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.



4. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(a, 0)$ בלבד.

א. הבע באמצעות a את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה היא $f(x) = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$.

ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \ln 3$ ועל ידי ציר ה- x .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(ax^2 - x)$, $a > 0$ הוא פרמטר. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x > \frac{1}{a}$, $x < 0$. נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ הוא 3.
- א. מצא את a .
- הצב $a = 2$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ד.
- ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתון: הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, והיא מקיימת $g'(x) = f(x)$.
- ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך