

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטרייה במרחב

סדרות

1. a_n היא סדרה הנדסית.

נתון: $a_3 = 4k$, $a_5 = k$ הוא פרמטר.

א. מצאו את מנת הסדרה a_n (שתי אפשרויות).

נתון כי כל איברי הסדרה a_n חיוביים וכי סכום אינ'סוף האיברים בסדרה הוא 4.

ב. מצאו את a_1 , האיבר הראשון בסדרה, ואת k .

b_n היא סדרה חשבונית המקיימת: $b_1 = a_1$, $b_3 = a_3$.

בסדרה b_n יש 65 איברים.

ג. מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה b_n .

טריגונומטרייה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו ציור).

הזווית החדה בין שני אלכסוני המלבן היא 42° .

גובה הפירמידה הוא SO.

נתון: $AB > BC$, $SO = AB$.

נסמן את אורך הצלע BC ב- a .

א. הביעו את אורך הצלע AB באמצעות a .

ב. מצאו את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.

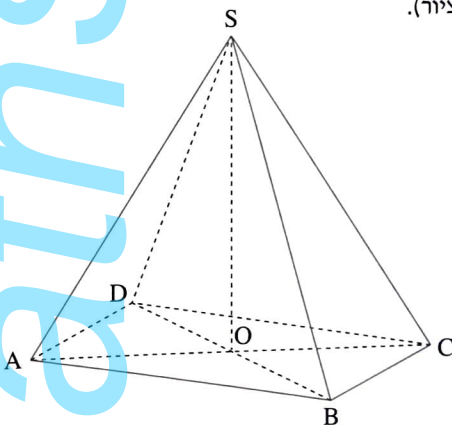
ג. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ASC$.

נתון: שטח המשולש ASC הוא 16.

ד. מצאו את a .

הנקודה E היא אמצע הגובה SO.

ה. חשבו את נפח הפירמידה EABCD.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$ המוגדרת בתחום: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש צורך, הביעו באמצעות a).

נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום הפנימית של הפונקצייה $f(x)$ הוא 5.5.
ב. מצאו את a .

הציבו $a = 5$ וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

מעבירים משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודת המינימום הפנימית שלה.

ד. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$, על ידי הישר $x = -\frac{\pi}{3}$, ועל ידי ציר ה- y .

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (7 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

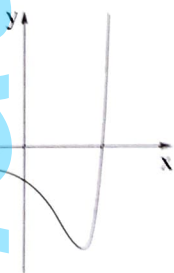
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

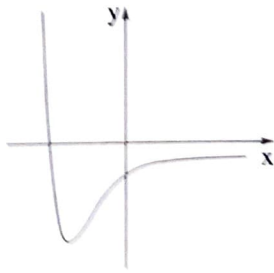
נתונה הפונקצייה $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

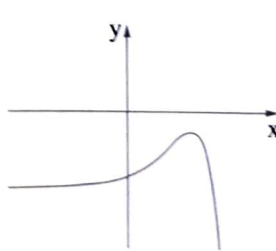
(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקצייה $g(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



III



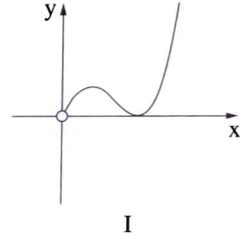
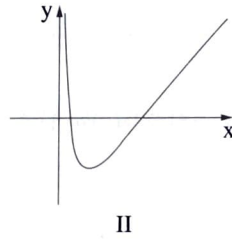
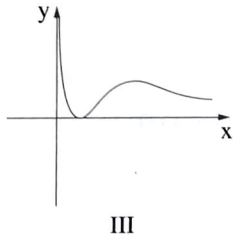
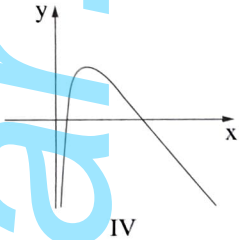
II



I

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ג. הסבירו מדוע מתקיים: $f(x) \geq 0$ בעבור כל x בתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם מתאר את גרף הפונקצייה $f(x)$ ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעותיכם.
- ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ועל ידי ציר ה- x .



בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך