

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
מועד הבחינה: ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
תשע"ד, מועד ב  
מספר השאלון: 316,035806  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                            |   |               |   |            |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות            | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה     |   |               |   |            |
| במישור    |   |                            | — | $20 \times 1$ | — | 20 נקודות  |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | $20 \times 2$ | — | 40 נקודות  |
| סה"כ      | — |                            |   |               | — | 100 נקודות |

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך. ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רץ I ורץ II יצאו באותו רגע מאותו מקום. הם רצו במהירות קבועה ובאותו כיוון.

המהירות של רץ I הייתה 6 קמ"ש, והמהירות של רץ II הייתה 7.5 קמ"ש.

כעבור 20 דקות מרגע היציאה של שני הרצים,

יצא רץ III מאותו מקום ובאותו כיוון, והוא רץ במהירות קבועה.

רץ III פגש בדרך את רץ I, ושעה אחר כך הוא פגש את רץ II.

מצא כמה שעות עברו מרגע היציאה של רץ III עד לפגישתו עם רץ II.

2. נתונה סדרה חשבונית:  $a_1, a_2, a_3, \dots$

שלושה איברים עוקבים בסדרה,  $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$ , מקיימים:

$$a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

א. מצא את האיבר  $a_n$ .

ב. לקחו חלק מהאיברים בסדרה הנתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה:

$$a_5, a_9, a_{13}, \dots, a_{4k+1}$$

סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 450.

האיבר הראשון בסדרה הנתונה בפתיח הוא  $a_1 = -21$ .

מצא את הערך של  $k$ .

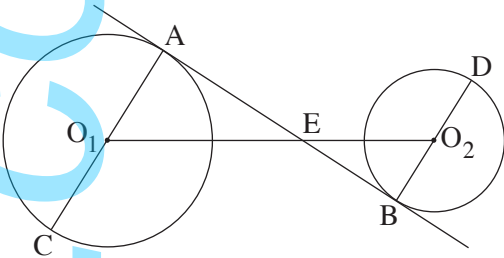
3. בעיר גדולה כל אחד מתלמידי כיתות י"ב בשנה מסוימת בוחר באחד משני המסלולים לטיול שנתית: מסלול א' או מסלול ב'.
- נמצא: 75% מן התלמידים שבחרו במסלול א' הן בנות.  
10% מן הבנות בחרו במסלול ב'.  
40% מן התלמידים הם בנות.
- א. בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת).  
מהי ההסתברות שהוא בחר במסלול א'?
- ב. כאשר בוחרים באקראי תלמיד י"ב (בן/בת), האם המאורע "התלמיד הוא בת" והמאורע "התלמיד (בן/בת) בחר במסלול א'" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.
- ג. בחרו באקראי כמה בנות מבין התלמידים.  
נמצא שההסתברות שלפחות אחת מהן בחרה במסלול א' היא 0.99.  
(הבחירות של המסלולים על ידי הבנות שנבחרו הן בלתי תלויות).  
כמה בנות נבחרו?

המשך בעמוד 4 ←

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. AC הוא קוטר במעגל שמרכזו  $O_1$ .

BD הוא קוטר במעגל שמרכזו  $O_2$ .

ישר משיק למעגלים  $O_1$  ו- $O_2$

בנקודות A ו- B בהתאמה.

המשיק חותך את קטע המרכזים  $O_1O_2$

בנקודה E (ראה ציור).

נתון: רדיוס המעגל  $O_1$  הוא 30 ס"מ

רדיוס המעגל  $O_2$  הוא 20 ס"מ

אורך קטע המרכזים  $O_1O_2$  הוא 90 ס"מ

א. (1) מצא את היחס  $\frac{O_1E}{O_1C}$ . נמק.

(2) הוכח כי  $\triangle EO_1C \sim \triangle EO_2D$ .

ב. הוכח כי הנקודה E נמצאת על הישר CD.

5. במשולש ישר-זווית ACB ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ )

נקודה G היא אמצע הניצב AC.

נקודה P נמצאת על GB כך ש-  $BG = 4 \cdot PG$  (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש CGB הוא R.

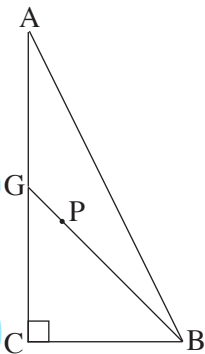
נתון:  $GC = BC$ .

א. הבע באמצעות R את רדיוס המעגל

החוסם את המשולש ACB.

ב. הבע באמצעות R את מרחק הנקודה P

ממרכז המעגל החוסם את המשולש ACB.



**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות**

**ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$

$g(x) = \sqrt{8x^2-x^4}$

א. (1) לשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה.

מצא את תחום ההגדרה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  עם הצירים.

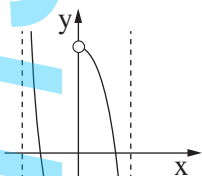
ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של כל אחת מהפונקציות, וקבע את סוגן.

ג. על פי הסעיפים א ו- ב, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

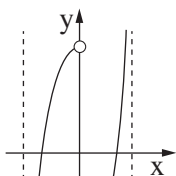
וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. לפניך ארבעה גרפים, IV-I.

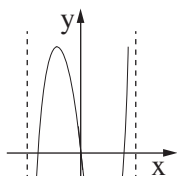
איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $g'(x)$ ? נמק.



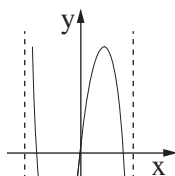
I



II



III

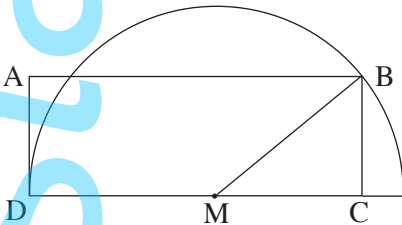


IV

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.  
 (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ב. רק על פי סעיף א, סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. רק על פי הסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  שסרטטת, מצא את התחום שבו מתקיים:  
 פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  שלילית ופונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  חיובית.  
 נמק.

8. נתון מלבן ABCD.



- הצלע DC מונחת על הקוטר של חצי מעגל שהרדיוס שלו R ומרכזו M כך ש-  $DC \geq R$ .  
 הצלע AD משיקה לחצי המעגל בנקודה D, והקדקוד B נמצא על המעגל (ראה ציור).

נסמן:  $\sphericalangle BMC = x$

$S(x)$  – שטח המלבן ABCD

- א. מצא מה צריך להיות  $x$ , כדי ששטח המלבן  $S(x)$  יהיה מקסימלי.  
 ב. הבע באמצעות R את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $S(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

### בהצלחה!