عنقود العلوم والمجتمع - افتتاحيّة

- هذا العنقود هو عنقود دخول لبرنامج المرحلة الثانويّة.
وفقًا لذلك، فإنّ التركيز فيه على الحفاظ على المعرفة ذات الصلة من المرحلة الإعداديّة.
في هذا العنقود، تدرس المحتويات/ المضامين الرياضيّة في سياق الظواهر من مجالات المجتمع والعلوم.

- المحتويات الرياضيّة في المجموعة (بما في ذلك المفاهيم الرياضيّة) :
  - ✔ قراءة المعلومات الممثّلة في تمثيل مرئيّ (رسم بيانيّ، مخطّط شريطيّ، دائرة) أو باستخدام جدول تِكراريّ أَو لفظيّ.
  - ✔ الإحصاء.
  - ✔ الاحتمال.

- المحتويات الأدبيّة في المجموعة :
  - ✔ قراءة ومعالجة وتفسير المعلومات الّتي تصف وضعًا واقعيًّا في مختلف مجالات العلوم الطبيعيّة والاجتماعيّة (مثل الجغرافيا والطبّ والانتخابات والتغذية وتقييم الإنجازات وما إلى ذلك)، بمساعدة الأدوات الرياضيّة.
  - ✔ اتّخاذ القرار الصائب.

- مجموعة العلوم والمجتمع تحتوي على 5 وحدات :
  - ✔ الوحدة الأولى: استخلاص النتائج من المعلومات (الممثّلة في تمثيلات مختلفة)، المتعلّقة بموضوعات من العلم والمجتمع.
  - ✔ الوحدة الثانية: التمثيلات الإحصائيّة المختلفة للظواهر العلميّة والاجتماعيّة والانتقال بينها.
  - ✔ الوحدة الثالثة: استخدام الأدوات الإحصائيّة (مؤشّرات المركز) لمعالجة المعلومات المرتبطة بالظواهر العلميّة والاجتماعيّة المعروضة عدديًّا أو بصريًّا.
  - ✔ الوحدة الرابعة: احتساب فُرَص/احتمالات حدوث ظواهر اجتماعيّة غير مؤكّدة.
  - ✔ الوحدة الخامسة: تكامل المعالجة الإحصائيّة، وحساب الاحتمالات في سياق الظواهر الاجتماعيّة والعلميّة.

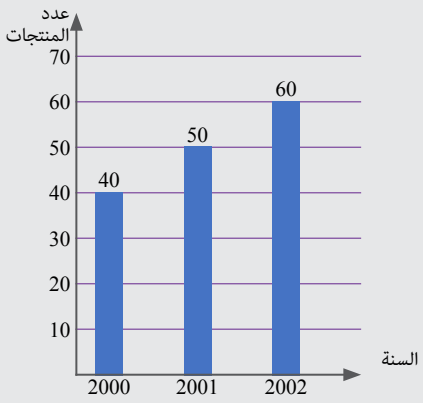
- يوجد في نهاية الكتاب مَلاحق حول الموضوعات الّتي تمّت دراستها في المرحلة الإعداديّة، وهي مطلوبة للدراسة في هذه المجموعة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الوحدة الأولى

استخلاص النتائج من المعلومات

في هذه الوحدة سوف نتعامل مع قراءة ومعالجة المعلومات المقدّمة في تمثيلات مختلفة للمعلومات:
اللفظيّة، الجبريّة والبَصريّة.
سنعود إلى الوراء ونتعمّق أكثر في التمثيلات المرئيّة المختلفة للمعلومات الّتي تمّ تعلّمها في المدرسة الإعداديّة، وهي: مُخطّط الأعمدة، مُخطّط دائريّ ورسم بيانيّ.
سنتعرّف على أنواع المتغيّرات (الكمّيّة ، النوعيّة ، المنفصِلة والمستمرّة)، وسنتعامل مع الفرق بين التمثيلات المرئيّة المختلفة.

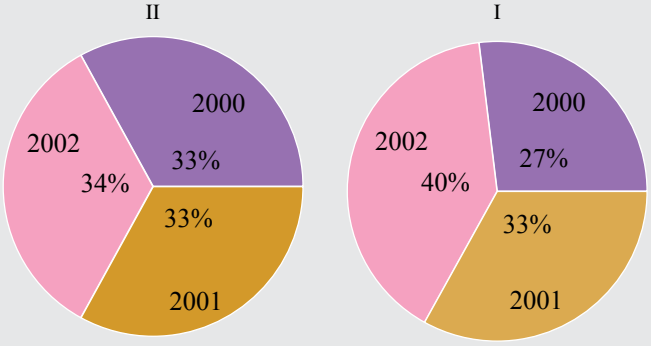


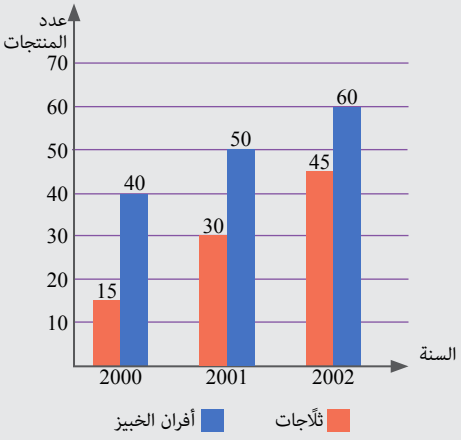
مهمّة افتتاحيّة

فيما يلي مُخطّط أعمدة يصف مبيعات أفران الخبيز في مدينة معيّنة.

أ. على مرّ السنين، هل كانت هناك زيادة في كمّيّة مبيعات أفران الخبيز؟
إذا كان الأمر كذلك، كيف يتم التعبير عن ذلك؟

ب. ما هو الرسم الّذي تعتقد أنّه مناسب لبيع الأفران في السنوات الموضّحة في الرسم الأصليّ؟





ت. تمّت إضافة معلومات أيضًا إلى الرسم الأصليّ، فيما يتعلّق بكمّيّة بيع الثلّاجات في تلك السنوات. هل هناك اتّجاه متزايد في كمّيّة الثلّاجات المبيعة هنا أيضًا؟
إذا كان الأمر كذلك، كيف يتمّ التعبير عن ذلك؟

ث. في أيّ سنة ستتعادل مبيعات الثلّاجات والأفران، إذا استمرّ اتّجاه المبيعات لمدّة 5 سنوات بعد ذلك؟

ج. بأيّ نسبة زادت مبيعات الثلّاجات في عام 2002 مقارنة بعام 2000؟

الإجابة عن مهمّة الافتتاحيّة ص 65.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

قراءة المعلومات من التمثيل المرئيّ وبناء التمثيل المرئيّ

في هذا الفصل سوف نتعامل مع عرض ظواهر أو مواقف من الحياة اليوميّة في سياق علميّ واجتماعيّ، بمساعدة الرسوم البيانيّة (المستمرّة وغير الروتينيّة) ومُخطّط الأعمدة والمخطّط الدائريّ. سنركّز على قراءة المعلومات واسترجاعها.

ماذا سوف نتعلّم؟

- ✔ أنواع المتغيّرات.
- ✔ الرسوم البيانيّة المستمرّة.
- ✔ رسوم بيانيّة غير عاديّة.
- ✔ مُخطّط الأعمدة.
- ✔ مخطّط دائريّ.
- ✔ بناء التمثيلات المرئيّة.

إجابات التمارين في هذا الفصل - ص 69 - 65

أ. أنواع المتغيّرات

في هذا القسم سنتعرّف على المتغيّر وأنواعه.

شرح وأمثلة

في السنوات السابقة، كنّا نقرأ المعلومات من الرسوم البيانيّة ومخطّطات الأعمدة والمخطّطات الدائريّة.

في الرسوم البيانيّة تعاملنا مع محورين: المحور x والمحور y ؛ وفي متغيّرين: متغيّر على المحور x ومتغيّر على المحور y.

في مخطّط الأعمدة ومخطّط الدائرة سنتعامل مع المتغيّرات الإضافيّة (البيانات) الّتي سنذكرها الآن.

مثال

سنختار مجموعة من التلاميذ، ونكتب لكلّ منهم لون عينيه وطوله وعلاماته في آخر امتحان رياضيّات.

المتغيّرات المفحوصة هي:

لون العين: أخضر، أزرق، بنيّ، أسود.

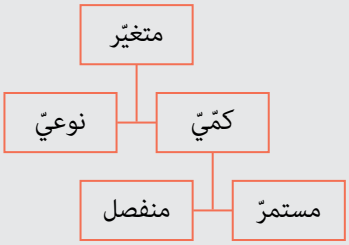
العلامة في آخر امتحان رياضيات: 5، 6، 7، 8، 9، 10.

الارتفاع (بالسم): 160-169.99 ، 170-179.99 ، 180-189.99.

كلّ من هذه المتغيّرات لها خصائص مختلفة. سنتعامل مع الأنواع المختلفة من المتغيّرات ونحدّدها.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

تعريفات



- **متغيّر - سمة لفرد أو وضع، يمكن أن تحتوي على قيمتين أو أكثر.**

أمثلة

العمر ولون العينين وعدد سنوات الدراسة وفصيلة الدم ودرجة الحرارة وغير ذلك.

القيم الّتي يمكن أن يمتلكها المتغيّر هي **القيم الرقميّة** أو **القيم الاسميّة**.

- **متغيّر نوعيّ (اسميّ) - متغيّر يقبل القيم غير الرقميّة (القيم الّتي هي أسماء)، والّتي لا يمكن قياسها.**

أمثلة

الحالة الاجتماعيّة (أعزب، متزوّج، مطلّق ...)، محلّ الإقامة، المهنة، لون السيّارة، إلخ.

- **المتغيّر الكمّيّ - متغيّر يتلقّى قيمًا رقميّة يمكن قياسها وإجراء عمليّات حسابيّة عليه.**

أمثلة

الطول وعلامة الامتحان وعدد أفراد الأسرة ومعدّل الذكاء وعدد السعرات الحراريّة في المنتج والمزيد.

هناك نوعان من المتغيّرات الكمّيّة:

أ. **المتغيّر المنفصل - المتغيّر الّذي يتمّ الحصول على قيمه من سلسلة من القيم الممكنة، عادةً مع "قفزات" ثابتة والقيم الوسيطة ليس لها معنى.**

أمثلة

علامة الامتحان (قيم صحيحة من 0 إلى 100).

عدد الأولاد في العائلة (...0،1،2،3) وقيمة 2.5 ولد في العائلة المفحوصة ليس لها معنى.

مقاس الحذاء الأمريكيّ (...8.5 ، 8 ، 7.5 ، 7) والقيمة 7.38 ليس لها أيّ معنى كحجم تمّ فحصه.

عدد الغرف في المنزل (...2.5 ، 2 ، 1.5 ، 1) وقيمة 1.82 غرفة في المنزل الّذي تمّ فحصه ليس لها معنى..

ب. **متغيّر مستمرّ- متغيّر يتمّ الحصول على قيمه من عدد لا حصر له من القيم في نطاق معيّن (بما في ذلك القيم الوسيطة).**

أمثلة

الوزن- يمكن أن يكون 40 كغم أو 40.3 كغم أو 40.32 كغم حسب دقّة القياس.

الارتفاع- إذا كان بين 180 سم و 200 سم - فيمكن أن يكون أيّ قيمة في هذا النطاق، مثلًا 187.2 سم.

دعونا نعود إلى المثال السابق

سنختار مجموعة من التلاميذ ونكتب لكلّ منهم لون عينيه، طوله وعلامته في آخر امتحان رياضيات.

المتغيّرات المفحوصة هي:

- ✔ لون العينين- متغيّر **نوعيّ** يأخذ قيمًا اسميّة ولا يمكن قياسه.
- ✔ النتيجة في امتحان الرياضيّات الأخير- متغيّر **كمّيّ منفصل**، يتلقّى قيمًا عدديّة فرديّة ويمكن قياسه.
- ✔ الارتفاع- متغيّر **كمّيّ مستمرّ** يتلقّى القيم العدديّة، بما في ذلك القيم الوسيطة ويمكن قياسه.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

1. أمامكم وصف للمتغيّرات. حدّدوا أيّ المتغيّرات نوعيّة وأيّها كمّيّة.

أ. عدد مخالفات وقوف السيارات الّتي يتلقّاها السائقون في محطّة سيّارات الأجرة خلال شهر.

ب. عدد عيدان الثقاب التالفة في الصندوق.

ت. أسماء الأطباق في مطعم معيّن.

ث. تخصّصات الدراسة في المدرسة الثانويّة.

ج. عدد الهواتف المحمولة في الأسرة.

ح. الراتب الشهري لعُمّال المصانع.

خ. ألوان السيّارات في موقف سيّارات المبنى.

د. أسماء الفعّاليّات المختلفة لطلبة الصفّ العاشر.

ذ. عدد التأخّرات لتلاميذ الصفّ في الفصل الأوّل من العام.

ر. علامات التلاميذ في الصفّ في مادّة معيّنة.

2. أ. أعط مثالين للمتغيّرات الكمّيّة.

ب. أعط مثالين للمتغيّرات النوعيّة.

3. أمامكم متغيّرات كمّيّة. حدّدوا أيّ المتغيّرات منفصلة وأيّ المتغيّرات متّصلة.

أ. عام الولادة في إسرائيل لكلّ من ولدوا قبل قيام الدولة.

ب. المقدار السنويّ لهطول الأمطار في منطقة معيّنة لعدّة سنوات.

ت. طول التلاميذ في الصفّ العاشر.

ث. عدد سيّارات العائلة في البلدة.

ج. عدد أجهزة الحاسوب المحمولة الّتي تمتلكها الأسرة في الحيّ.

ح. شدّة الزلزال (على مقياس ريختر) في بلد معيّن في السنوات العشر الماضية.

خ. سرعة السيّارات كما سجّلتها كاميرا مراقبة السرعة في يوم معيّن.

د. مستوى الحموضة (pH) في العديد من السوائل المفحوصة.

ذ. عدد الحيوانات الأليفة في الأسرة في البلدة.

ر. عدد الكلمات في الرسائل المرسلة خلال شهر.

4. أ. أعط مثالين لمتغيّرات كمّيّة منفصلة.

ب. أعط مثالين للمتغيّرات الكمّيّة المستمرّة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ب. الرسوم البيانيّة المستمرّة

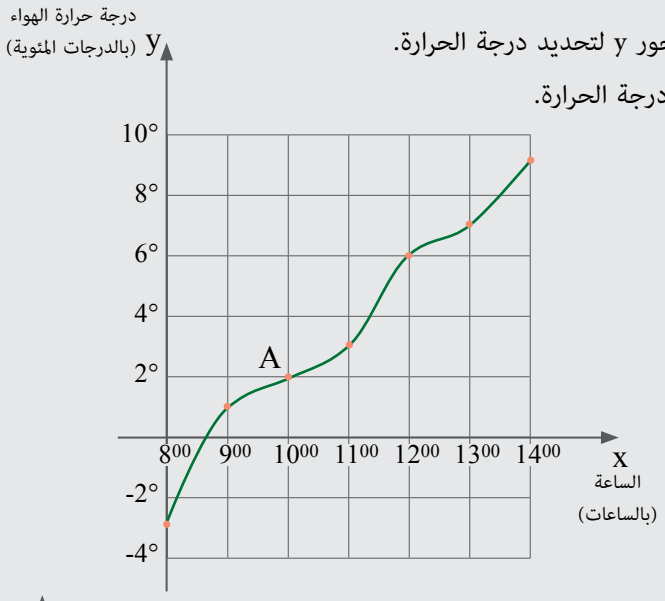
العرض التقديميّ البيانيّ هو عرض تقديميّ للبيانات الّتي تمّ جمعها من السكّان وتقديمها في نظام من المحاور. يتيح هذا العرض التقديميّ انطباعًا بصريًّا مريحًا عن الظاهرة قيد الدراسة.
سنكرّر في هذا القسم قراءة المعلومات وتحديدها واسترجاعها من رسم بيانيّ معيّن.

مثال محلول

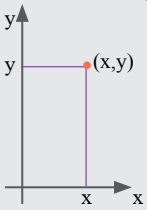
في هيئة المحاور، يتمّ عرض رسم بيانيّ يصف التغيّر في درجة حرارة الهواء، في مكان معيّن، بدءًا من الساعة 8^{00} صباحًا حتّى 14^{00}.

يُستخدم المحور x لتحديد الساعات، ويُستخدم المحور y لتحديد درجة الحرارة.

يوضّح الرسم البيانيّ العلاقة بين المتغيّرين: الوقت ودرجة الحرارة.



تعلّمنا أنّ:



كلّ نقطة في هيئة المحاور موصوفة بزوج من الأعداد (x ، y)، تُسمّى **إحداثيّات النقطة**:
x هو العدد الموجود على المحور الأفقيّ، و y هو العدد الموجود على المحور العموديّ.

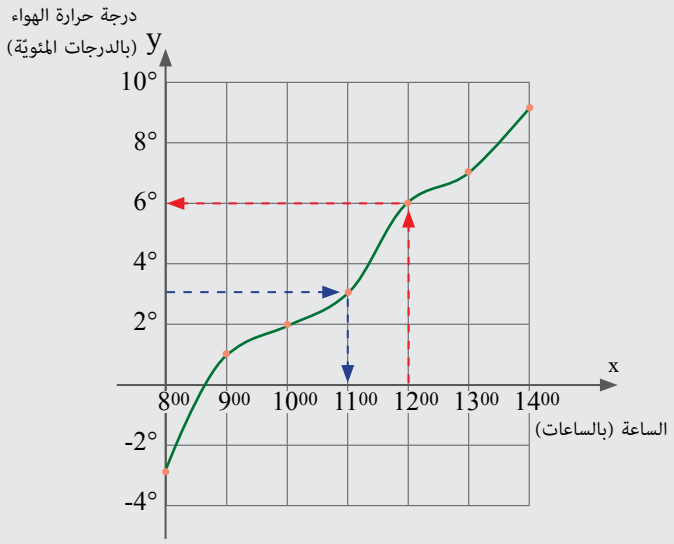
وفقًا للرسم البيانيّ، تمّ قياس درجة الحرارة 7 مرّات (في ساعات صحيحة). تمّ تمييز كلّ قياس كنقطة على الرسم البيانيّ.
كلّ نقطة على الرسم البيانيّ لها قيمة x تمثّل الوقت وقيمة y الّتي تُمثّل درجة الحرارة.
على سبيل المثال، تمّ قياس النقطة A(10,2) عند الساعة 10^{00}، كانت درجة الحرارة 2° درجة.

متغيّر **درجة الحرارة** هو متغيّر مستمرّ، وبالتالي فإنّ ربط النقاط يعطي معلومات إضافيّة يمكن استنتاجها من الرسم البيانيّ، وكذلك فيما يتعلّق بالنقاط الإضافيّة بين تلك الموضّحة في الرسم البيانيّ.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الأسئلة التي يمكن الإجابة عنها من المعلومات الموضّحة في الرسم البيانيّ:

أ. ما درجة الحرارة الّتي تمّ قياسها عند الساعة 12^{00}؟

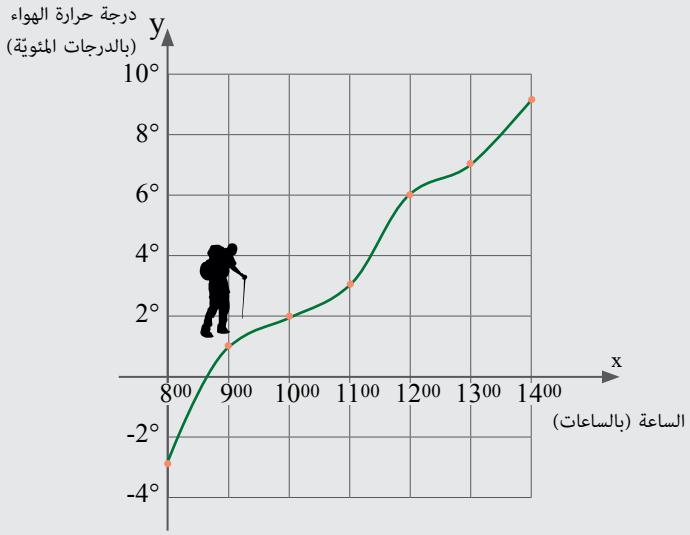


للإجابة عن هذا السؤال، سنرسم خطًّا عموديًّا من القيمة 12^{00} على المحور x إلى نقطة تقاطعها مع التمثيل البيانيّ، ومن النقطة على الرسم البيانيّ سنرسم خطًّا عموديًّا على المحور y. يصل خطّ الطول هذا إلى حوالي 6 درجات (يظهر باللون الأحمر).

الإجابة: عند الساعة 12^{00} كانت درجة الحرارة 6 درجات.

ب. في أي وقت تمّ قياس درجة حرارة 3 درجات؟

على المحور y، محور درجة الحرارة، تظهر درجات الحرارة الزوجيّة فقط. تقع درجات الحرارة الفرديّة في منتصف الفتحات. لمعرفة الوقت الّذي تمّ فيه قياس درجة حرارة 3 درجات، نرسم من منتصف المربّع بين 2° و 4° - خطًّا عموديًّا على المحور y، حتّى نقطة تقاطعها مع الرسم البيانيّ، ومن النقطة الموجودة على الرسم البيانيّ نرسم خطًّا عموديًّا على المحور x . يصل خطّ الطول هذا إلى حوالي الساعة 11^{00} (يظهر باللون الأزرق).

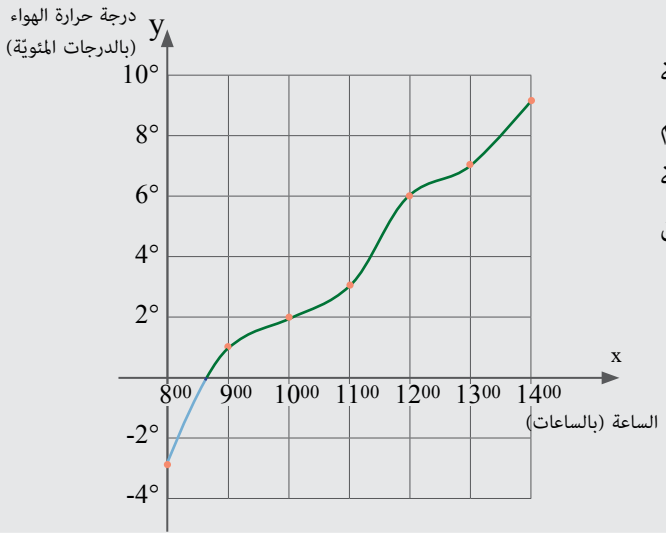


الإجابة: كانت درجة الحرارة 3 درجات عند الساعة 11^{00}.

ت. هل الرسم البياني يتزايد/يتناقص/ثابت؟

الرسم البيانيّ يرتفع. كلّما تأخّرت الساعة، ارتفعت درجة الحرارة. من السهل تحديد الزيادة والنقصان إذا تخيّلت "رحلة" على الرسم البيانيّ ، والّتي تبدأ دائمًا من اليسار إلى اليمين.

ث. بين أيّ ساعات تمّ قياس درجة حرارة سالبة؟ وبين أيّ ساعات تمّ قياس درجة حرارة موجبة؟ تشير نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للوظيفة مع المحور x إلى الوقت الّذي تكون فيه درجة الحرارة 0 درجة، وفي هذه الحالة يكون الوقت تقريبًا 8^{30}. قبل الساعة 8^{30} كانت درجة الحرارة أقلّ من 0 درجة، أيّ سالبة (جزء الرسم البيانيّ باللون الأزرق الفاتح). بعد هذه الساعة كانت درجة الحرارة أعلى من 0 درجة، وهذا إيجابيّ (جزء الرسم البيانيّ باللون الأخضر).



الإجابة: بين الساعة 8^{00} و 8^{30} (تقريبًا) درجة الحرارة **سالبة** (أقلّ من 0 درجة)، وبين الساعة 8^{30} (تقريبًا) والساعة 14^{00} درجة الحرارة **موجبة** (فوق 0 درجة).

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ج. ما هي درجة الحرارة الدنيا الّتي تمّ قياسها؟ وما هي درجة الحرارة القصوى الّتي تمّ قياسها؟

تظهر درجة الحرارة **الدنيا** في أدنى نقطة على الرسم البيانيّ، وفقًا للرسم البيانيّ كانت -3^0 .

تظهر درجة الحرارة **القصوى** في أعلى نقطة على الرسم البيانيّ، وفقًا للرسم البيانيّ كانت 9^0.

ح. ما الفرق بين درجتي الحرارة المتطرّفتين الّتي تمّ قياسهما؟

النقطة العظمى والنقطة الصغرى للنقاط يسمّيان أيضًا النقاط «القصوى».

الفرق بين درجتي حرارة قصويين (الحدّ الأدنى والأقصى من القسم السابق) هو: $12^0 = (-3^0) - 9^0$ ، ممّا يعني أنّه من بداية القياسات حتّى النهاية، زادت درجة الحرارة بمقدار 12^0.

خ. ما هي النسبة المئويّة الّتي ارتفعت فيها درجة الحرارة من الساعة 12^{00} إلى الساعة 14^{00}؟

من الساعة 12^{00} إلى الساعة 14^{00} ، ارتفعت درجة الحرارة من 6^0 إلى 9^0. احسب النسبة المئويّة للزيادة في درجة الحرارة:

درجة الحرارة عند الساعة 12^{00}: $100\% \leftrightarrow 6°$

درجة الحرارة عند الساعة 14^{00}: $x\% \leftrightarrow 9°$

$$\frac{100}{x}=\frac{6}{9} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{9\cdot 100}{6}=150\%$$

<u>الإجابة:</u> درجة الحرارة 9^0 أعلى بنسبة 50% (150% – 100% = 50%) من 6^0.

د. ما هو متوسط معدّل التغيير بين الساعة 8^{00} و 14^{00}؟

يمكن حساب **متوسط معدّل التغيير** بين الساعة 8^{00} و 14^{00} على النحو التالي: $\frac{\text{فرق درجات الحرارة}}{\text{فرق الأزمان}}$

ارتفعت درجة الحرارة بإجمالي 12^0 درجة ($12° = (-3°) - 9°$) ، لمدّة 6 ساعات ($14^{00}-8^{00}$). لذلك $\frac{12}{6}=2$:

<u>الإجابة:</u> متوسط معدّل التغيير هو $2°$ في الساعة.

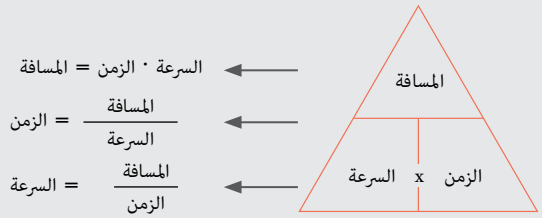
انتبهوا!

إذا انخفضت درجة الحرارة، فسيكون معدّل التغيير عددًا سالبًا.

كلّما كان الرسم البيانيّ أكثر انحدارًا، ازداد متوسّط التغيير (بالقيمة المطلقة).

وبالمثل، في أسئلة المرور، يمكنك حساب **متوسّط السرعة** في المنطقة بمساعدة الحساب: $\frac{\text{فرق المسافات}}{\text{فرق الأزمان}}$.

تذكّروا! إذا تمّ تقديم رسم بيانيّ يصف الحركة، فيمكن استخدام العلاقة بين الوقت والسرعة والمسافة، كما هو موضّح في الشكل التالي:



ملخّص

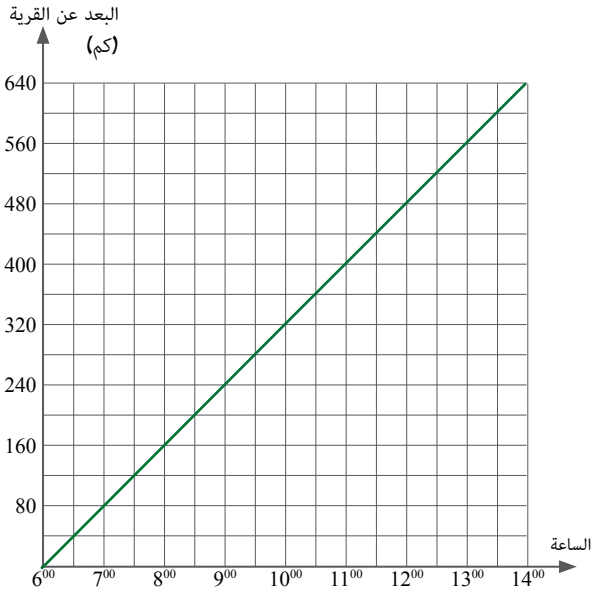
الرسم البيانيّ المستمرّ هو تمثيل مرئيّ في نظام من المحاور يوضّح العلاقة بين متغيّرين. يظهر متغيّر واحد على المحور الأفقيّ (المحور x) والمتغيّر الثاني معروض على المحور العموديّ (المحور y). يوصف الرسم البيانيّ بمنحنى (كما في المثال)، أو خطّ مستقيم واحد، أو خطّ متقطّع، أو مزيج منهما.

يصوّر الرسم البيانيّ معلومات حول متغيّر مستمرّ، ومن السهل رؤية اتّجاه البيانات بمرور الوقت، مثل: الزيادة والنقصان، النقاط القصوى (النقطة العظمى والنقطة الصغرى)، الإيجابيّة والسلبيّة، إلخ.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

5. غادرت سيارة أجرة من القرية إلى المدينة عند الساعة 6^{00}.

يصف الرسم البيانيّ أمامك مسافة سيّارة الأجرة من القرية حسب الوقت.



أ. في أيّ وقت غادرت سيّارة الأجرة القرية؟

ب. في أيّ وقت وصلت سيّارة الأجرة إلى المدينة؟

ت. كم كان بعد سيّارة الأجرة من القرية عند:

(1) 8^{00}؟ (2) 9^{30}؟

(3) 13^{00}؟ (4) 11^{30}؟

ث. في أيّ وقت كانت مسافة سيّارة الأجرة من القرية:

(1) 240 كم؟ (2) 640 كم؟

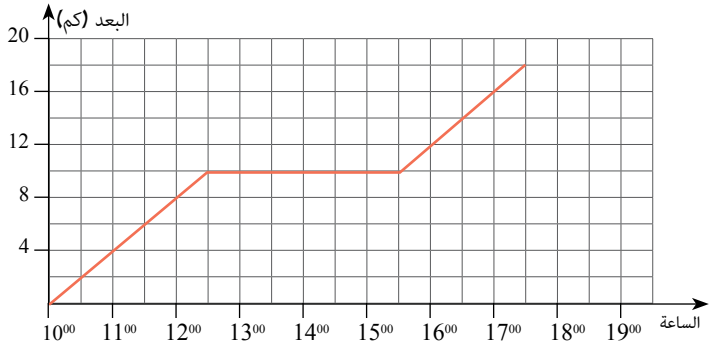
(3) 360 كم؟ (4) 520 كم؟

ج. كم إجماليّ عدد الكيلومترات الّتي قطعتها سيّارة الأجرة بين الساعات:

(1) 9^{00}-7^{00}؟ (2) 11^{00}-8^{00}؟ (3) 14^{00}-10^{30}؟ (4) 13^{30}-9^{30}؟

6. غادر داود منزله على الأقدام. في الطريق توقّف للراحة، ثمّ واصل السير حتّى وصل إلى صديقه يوسف.

يصف الرسم البيانيّ الموجود أمامك مسافة داود عن منزله وفقًا للزمن.



أ. في أيّ وقت غادر داود منزله؟

ب. في أيّ وقت وصل داود إلى صديقه يوسف؟

ت. في أيّ وقت توقّف داود للراحة؟

كم من الوقت استمرّت الاستراحة؟

ث. كم يبعد داود عن بيته عند:

(1) 11^{00}؟ (2) 12^{30}؟ (3) 14^{00}؟ (4) 16^{30}؟

ج. في أي وقت كان داود يبعد عن بيته:

(1) 6 كم؟ (2) 12 كم؟ (3) 2 كم؟ (4) 18 كم؟

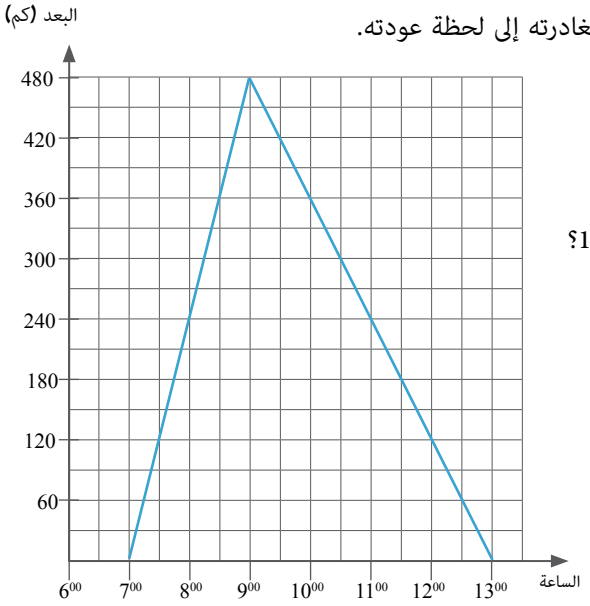
ح. كم عدد الكيلومترات الّتي قطعها داود إجمالًا، بين الساعات 15^{30}-17^{30}؟

خ. كم كانت سرعة داود بين الساعتين 15^{30}-17^{30}؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

7. غادر قطار من المدينة «أ» إلى المدينة «ب»، وعاد على الفور إلى المدينة «أ».

يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامك مسافة القطار من المدينة «أ» من لحظة مغادرته إلى لحظة عودته.



أ. ما هما المتغيّران اللّذان تظهر العلاقة بينهما في الرسم البيانيّ؟

ب. في أيّ وقت وصل القطار إلى المدينة «ب»؟

ت. ما هي المسافة بين المدينتين؟

ث. كم كانت مسافة القطار من المدينة «أ» عند الساعة 8^{00}؟ الساعة 12^{30}؟

ج. متى كان القطار على بُعد 120 كم من المدينة «أ»؟

ح. متى كان القطار على بُعد 120 كم من **المدينة «ب»**؟

خ. كم من الوقت سافر القطار إلى المدينة «ب»؟

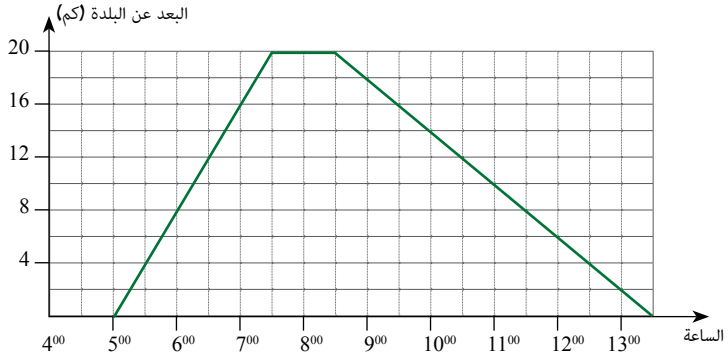
د. كم من الوقت يحتاج القطار لكي يعود إلى المدينة «أ»؟

ذ. ما هي سرعة القطار في طريقه إلى المدينة «ب»؟

ر. ما السرعة الّتي قطعها القطار في طريق عودته إلى المدينة «أ»؟

8. انطلقت مجموعة من التلاميذ في رحلة من بلدة معيّنة.

يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامك بُعد التلاميذ عن البلدة، من لحظة مغادرتهم حتّى لحظة عودتهم.



أ. في أيّ وقت غادر التلاميذ للرحلة؟ في أيّ وقت عاد التلاميذ إلى البلدة؟

ب. كم استغرقت الرحلة إجمالًا؟

ت. هل استراح التلاميذ أثناء الرحلة؟
إذا كان الأمر كذلك، فكم من الوقت استراحوا؟

ث. كم يبعد التلاميذ في الساعة 9^{30} عن البلدة؟

ج. متى كان التلاميذ على بعد 8 كم من البلدة؟

ح. متى كان التلاميذ على بعد 4 كم من نقطة الاستراحة؟

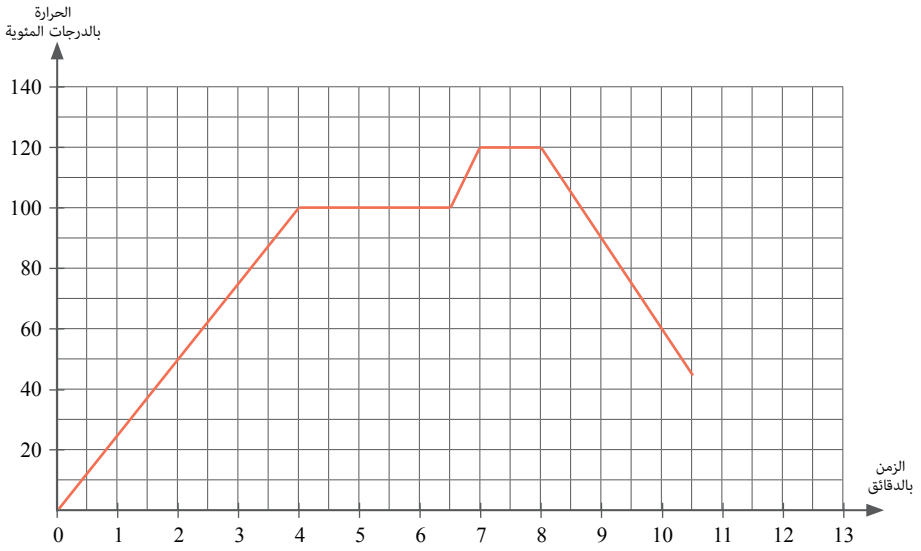
خ. كم عدد الكيلومترات الّتي قطعها التلاميذ في الرحلة بأكملها؟

د. متى سار التلاميذ بشكل أسرع: في طريقهم للخروج أو في طريق العودة؟ علّلوا

ذ. ما مدى سرعة سير التلاميذ بين الساعة 10^{00} و 12^{00}؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

9. تمّ إخراج المعجّنات من الثلّاجة ووضعها في فرن الخبيز لتسخينها. أمامكم رسم بيانيّ يصف درجة حرارة المعجّنات في لحظة وضعها في الفرن حتّى تصل إلى مرحلة تقديمها للأكل.



أ. كم كانت درجة حرارة المعجّنات، بعد دقيقتين من التسخين؟

ب. بعد كم دقيقة وصلت درجة حرارة المعجّنات لأوّل مرّة إلى 100^0؟

ت. لكم دقيقة تبقى حافظ الفرن على درجة حرارة 100^0؟

ث. في مرحلة معيّنة تمّ زيادة درجة حرارة الفرن إلى 120^0.
كم دقيقة مرّت على وضع المعجّنات في الفرن حتّى تصل درجة حرارتها إلى 120^0؟

ج. في أيّ درجة حرارة (تقريبًا) كانت المعجّنات عندما تمّ تقديمها للأكل؟

ح. بين أيّ دقيقة يزيد/ينقص/يثبت الرسم البياني؟

خ. ما الفرق بين درجة الحرارة القصوى ودرجة الحرارة الصغرى للمعجّنات؟

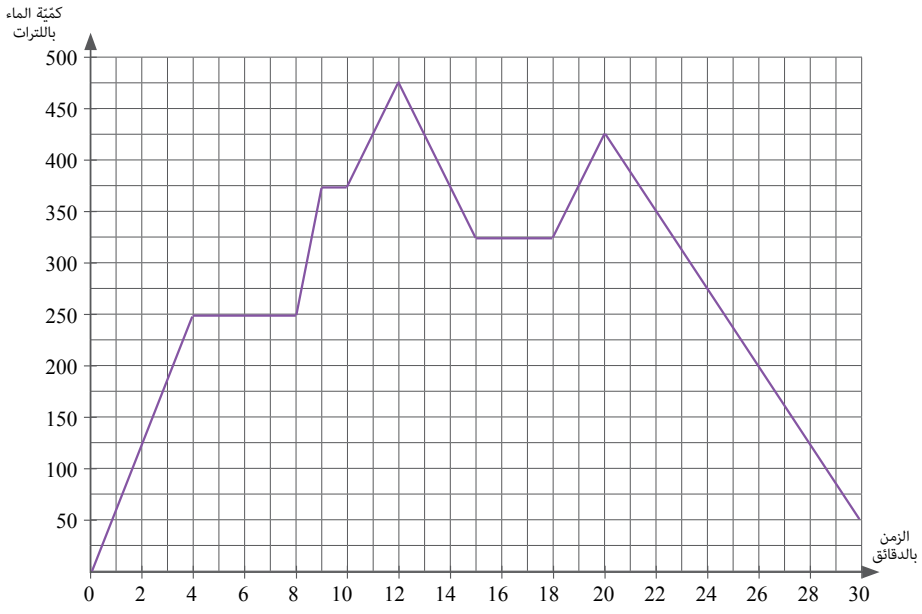
10. فيما يلي رسم بيانيّ يصف كمّيّة المياه في الخزان، وفقًا للوقت المنقضي منذ بداية تدفّق المياه.

أ. ما هي كمّيّة الماء في الخزّان بعد 10 دقائق من بدء تدفّق الماء؟

ب. في أيّ وقت كان هناك بالضبط 425 لترًا في الخزّان؟

ت. ما هو الحدّ الأقصى لكمّيّة الماء في الخزّان؟

ث. بين أي دقائق انخفضت كمّيّة الماء في الخزّان؟



ج. هل كان الخزّان فارغًا قبل سكب الماء؟

ح. حسب الرسم البيانيّ، هل فرغ الخزّان؟

خ. بين أيّ دقائق لم يحدث تغيير في كمّيّة الماء في الخزّان؟

د. بين أيّ دقائق يملأ الخزان بأعلى معدل؟ ما هو؟

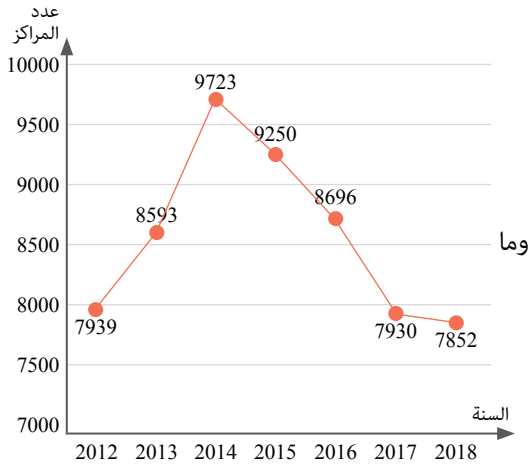
ذ. بأيّ نسبة تنخفض كمّيّة الماء في الدقيقة 28، مقارنة بكمّيّة الماء في الدقيقة 26؟

ر. (1) هل من الممكن معرفة حجم الخزّان من الرسم البيانيّ؟ علّلوا.

(2) اقترحوا سؤالًا لا يمكن قراءة إجابته من الرسم البيانيّ.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

11. أمامك رسم بيانيّ يوضّح عدد مراكز الإرسال الخلويّ في إسرائيل بين الأعوام 2012-2018 (من موقع مركز الأبحاث والمعلومات التابع للكنيست).



أ. ما هما المتغيّران اللّذان تظهر العلاقة بينهما في الرسم البيانيّ؟

ب. كم عدد مراكز الإرسال الخلويّة الموجودة في إسرائيل في عام 2016؟

ت. في أيّ سنوات (سنوات كاملة) كان عدد مراكز البثّ أقلّ من 8000؟

ث. في أيّ سنة كان هناك أقصى عدد من مراكز بثّ الهواتف المحمولة في إسرائيل؟ وما هو العدد الأقصى؟

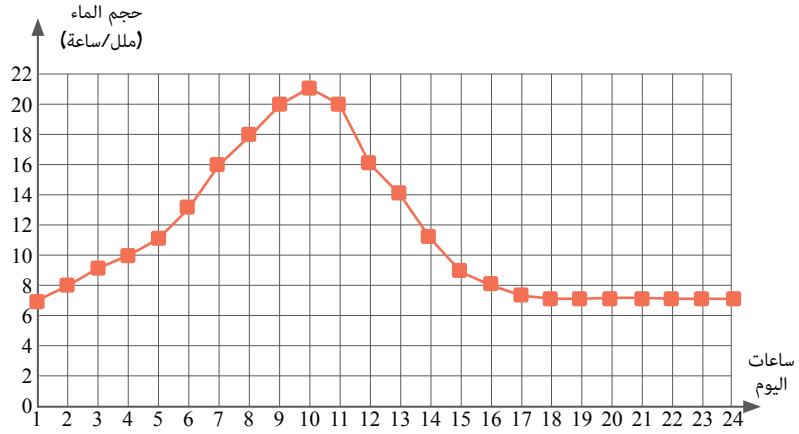
ج. بين أي السنوات حدث انخفاض في عدد مراكز البثّ الخلويّ؟

ح. ما هي وتيرة متوسّط التغيير بين عامي 2012 و 2014؟

خ. نسبة ازدياد عدد مراكز البثّ الخلويّ بين عامي 2012 و 2013 هي (اكتب الإجابة الصحيحة):

(1) 108.24% (2) 8.24% (3) 554% (4) 654%

12. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامك حجم الماء الممتصّ بواسطة نبتة معيّنة خلال يوم (24 ساعة).



أ. ما هما المتغيّران اللّذان تظهر العلاقة بينهما في الرسم البيانيّ؟

ب. ما هو حجم الماء الممتصّ عند الساعة:

(1) 12^{00}؟ (2) 4^{00}؟

ت. هل حجم الماء الّذي يمتصّه النبات عند الساعة 16^{00} أعلى من حجم الماء الممتصّ في الساعة 2^{00}؟

ث. في أيّ وقت (تقريبًا) حجم الماء الّذي يمتصّه النبات:

(1) 21 ملّل/ساعة؟ (2) 11 ملّل/ساعة؟

ج. بين الساعة 10^{00} و 15^{00} كمّيّة الماء الممتصّ في الساعة (اختر الإجابة الصحيحة):

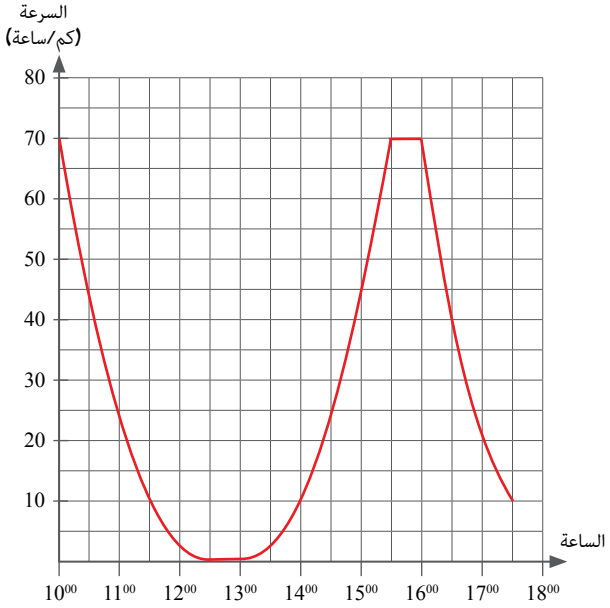
زاد/انخفض/لم يتغيّر.

ح. في أيّ وقت كان حجم الماء الّذي يمتصّه النبات هو الحدّ الأقصى؟ وماذا كان هذا الحجم؟

خ. ما هي وتيرة متوسّط التغيير بين الساعة 4^{00} و 7^{00}؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

13. أمامك رسم بيانيّ يصف سرعة السيّارة بالنسبة الوقت.



أ. ما هي السرعة الّتي كانت تسير بها السيّارة في الساعة 14^{30}؟

ب. كم من الوقت كانت السيّارة متوقّفة؟

ت. ما هي السرعة القصوى للسيّارة؟

ث. ما هي السرعة الدنيا للسيّارة؟

ج. بين أيّ ساعات كانت سرعة السيّارة تزداد؟

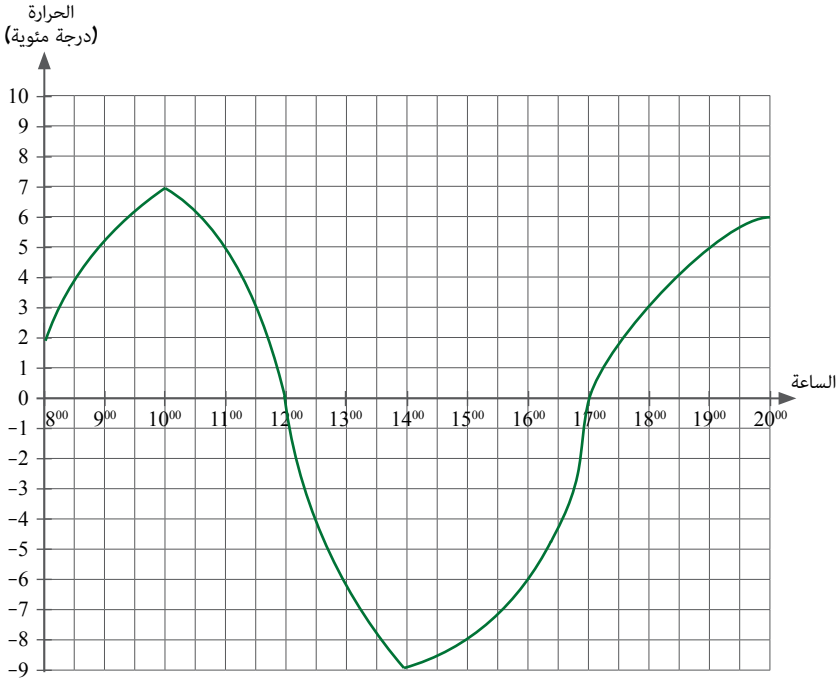
ح. متى سارت السيّارة بسرعة 10 كم/ساعة؟

خ. بين أيّ ساعات كانت السيّارة تسير بسرعة ثابتة؟

د. بين أيّ ساعات تمّ قياس سرعة السيّارة؟

ذ. بأيّ نسبة انخفضت سرعة السيّارة؟
من الساعة 16^{30} إلى الساعة 17^{30}؟

14. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامك التغيير في درجة الحرارة بمرور الوقت.



أ. في أيّ وقت تمّ قياس أعلى درجة حرارة؟
وفي أيّ وقت تمّ قياس أدنى درجة حرارة؟

ب. ما هو الفرق في درجات (الفرق) بين أعلى درجة حرارة وأدنى درجة حرارة؟

ت. ما هو متوسّط معدّل تغيير درجة الحرارة بين الساعتين 10^{00} وَ 12^{00}؟

ث. بين أيّ ساعات كان متوسّط معدّل تغيير درجة الحرارة أكبر:
بين الساعتين 8^{00} و 10^{00} او بين الساعتين 17^{00} و 20^{00}؟ علّلوا.

ج. بين أيّ الساعتين كانت درجة الحرارة في اتّجاه تنازليّ؟

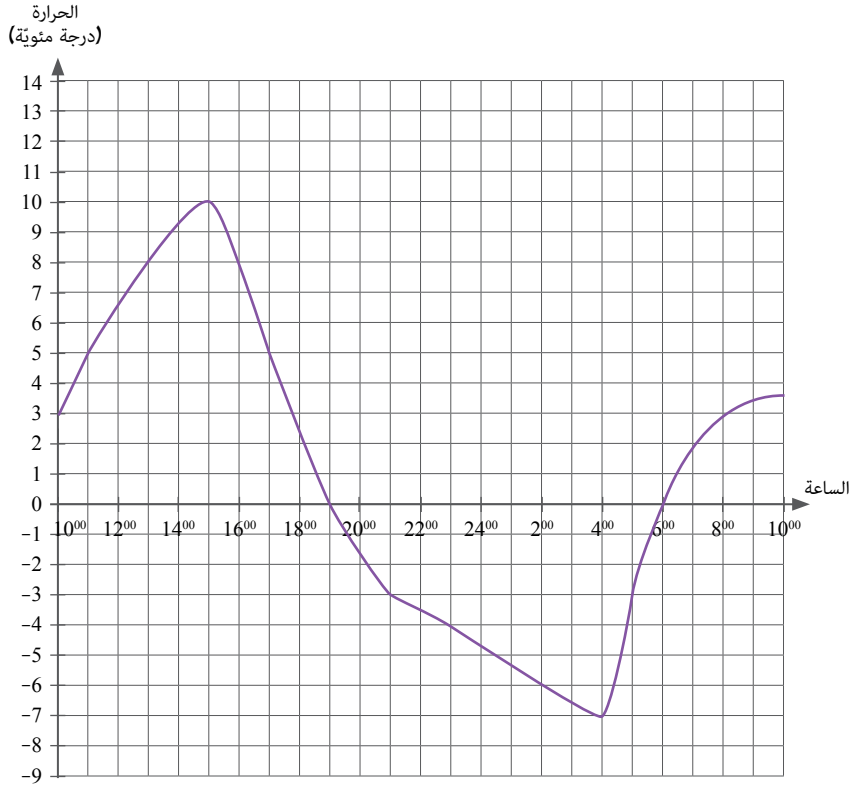
ح. في أيّ وقت كانت درجة الحرارة تساوي 0 درجة؟

خ. بين أي ساعات تمّ قياس درجة حرارة سالبة؟ وما بين أي ساعات تمّ قياس درجة حرارة موجبة؟

د. بكم من النسبة المئويّة انخفضت درجة الحرارة الساعة 11^{00} مقارنة بالساعة 10^{00}؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

15. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم درجات الحرارة الّتي تمّ قياسها في بلد أوروبيّ معيّن في أحد أيّام الشتاء. أجريت القياسات لمدة 24 ساعة، ابتداءً من الساعة 10^{00} صباحًا حتّى الساعة 10^{00} صباح اليوم التالي.



تمعّنوا في الرسم البيانيّ، وأجيبوا عن الأقسام التالية:

أ. ما درجة الحرارة الّتي تمّ قياسها عند الساعة 16^{00}؟ الساعة 23^{00}؟

ب. في أيّ وقت تمّ قياس درجة حرارة 5°؟ درجة حرارة 3°-؟

ت. بين أيّ ساعة كانت درجة الحرارة في اتّجاه تنازليّ؟

ث. في أيّ ساعة كانت درجة الحرارة تساوي 0 درجة مئويّة؟

ج. بين أيّ ساعات كانت درجة الحرارة أقلّ من 0 درجة مئويّة؟

ح. في أيّ وقت تمّ قياس أقصى درجة حرارة؟ وفي أيّ وقت تمّ قياس أدنى درجة حرارة؟

خ. ما الفرق بالدرجات بين أقصى درجة حرارة وأدنى درجة حرارة؟

د. ما هو متوسّط معدّل تغيير درجة الحرارة من الساعة 15^{00} حتّى الساعة 19^{00}؟

ذ. بين أيّ ساعة كان متوسّط معدّل تغيّر درجة الحرارة الأكبر:

بين الساعة 10^{00} والساعة 15^{00} أو بين الساعة 6^{00} والساعة 10^{00} في صباح اليوم التالي؟ علّلوا إجابتكم.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ت. رسوم بيانيّة غير عاديّة

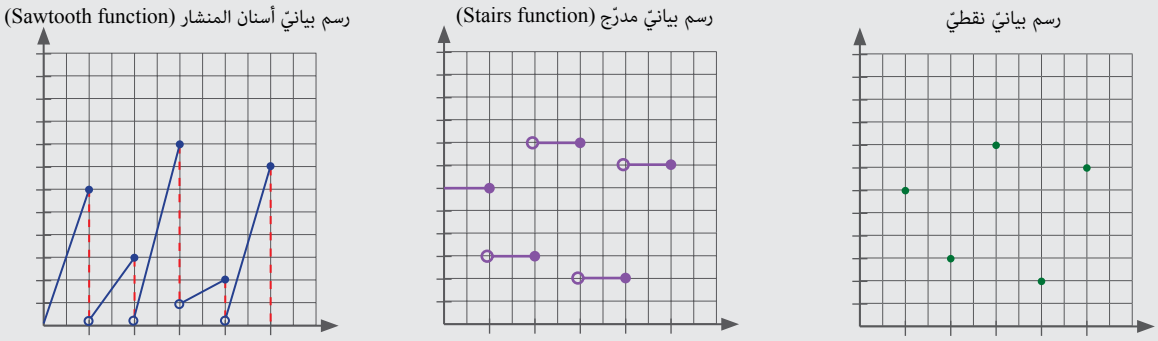
لقد قدّمنا حتّى الآن رسوم بيانيّة مستمرّة .

سنركّز في هذا القسم على قراءة المعلومات واسترجاعها من الرسوم البيانيّة غير التقليديّة.

شرح ومثال محلول

سنركّز في هذا القسم على ثلاثة أنواع من الرسوم البيانيّة غير العاديّة:

مثال



فيما يلي رسم بيانيّ يصف طول شعر ليلى خلال عام 2020.

معلوم أنّ ليلى لم تقصّ شعرها بداية العام الحاليّ ولا في نهايته.

أ. كم مرّة قامت ليلى بقصّ شعرها خلال العام؟

ب. ما هي أطول فترة هذا العام والّتي لم تقصّ فيها ليلى شعرها؟

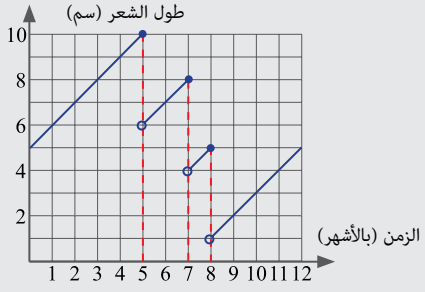
ت. ما هو أقصى طول شعر وصلت إليه ليلى؟

ث. في أي شهور كان شعر ليلى يبلغ طوله 7 سم؟

ج. في عام 2021، لم تقصّ ليلى شعرها خلال الأشهر الخمسة الأولى.

ظلّ معدّل نموّ شعرها كما كان في عام 2020. كم سم نما شعرها خلال الخمسة أشهر؟

اشرحوا!



الحلّ:

أ. يمكن رؤية قصّات الشعر في الرسم البيانيّ، عندما تمّ تقصير طول شعر ليلى مرّة واحدة في شهر معيّن (يشار إليه بالخطوط المنقّطة الحمراء). على سبيل المثال ، في الشهر الخامس كان شعر ليلى يبلغ طوله 10 سم وقصّره إلى 6 سم. في الرسم البيانيّ الموضّح هنا يحدث ثلاث مرات (أيضًا في الشهرين 7 و 8)

الإجابة: قامت ليلى بقصّ شعرها ثلاث مرّات خلال العام.

ب. يمكن رؤية الوقت بين قصّات الشعر، بمساعدة المسافات على المحور x بين الخطوط العموديّة المضافة إلى الرسم البيانيّ. كانت قَصّة الشعر الأولى بعد 5 أشهر، والثانية بعد شهرين والثالثة بعد شهر آخر.

الإجابة: أطول مدّة هذا العام والّتي لم تقصّ فيها ليلى هي 5 أشهر.

ت. لإيجاد الطول الأقصى، سنبحث عن أعلى نقطة في الرسم البياني وهي 10 سم (في الشهر الخامس).

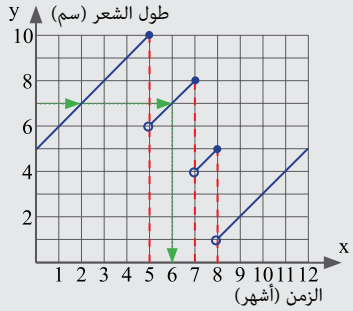
© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ث. يتمّ رسم خطّ أفقيّ يبلغ طوله 7 سم على المحور y (يتمّ تمييزه بلون أخضر).

يتقاطع الخطّ مع الرسم البيانيّ عند نقطتين. من نقاط التقاطع نقوم بإسقاط أعمدة على المحور x، وهو محور الوقت.

الإجابة: وفقًا للرسم البيانيّ، كان طول شعر ليلى 7 سم مرّتين:

المرّة الأولى في نهاية الشهر الثاني، والمرّة الثانية في نهاية الشهر السادس.

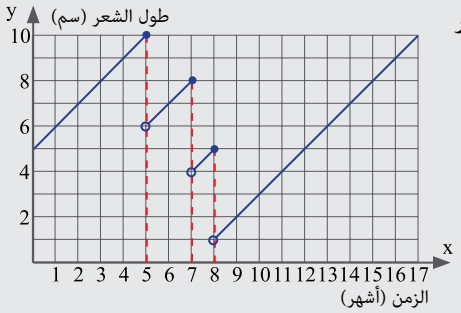


ج. الطريقة «أ»

سنستمرّ في القسم الأيمن لمدّة خمسة أشهر أخرى (حتّى الشهر السابع عشر):

يبدو أنّه في نهاية عام 2020 (الشهر الثاني عشر) كان طول شعرها 5 سم، وبعد 5 أشهر أخرى (من الشهر الثاني عشر إلى الشهر السابع عشر) وصل طول شعرها إلى 10 سم.

أيّ خلال الأشهر الخمسة الإضافيّة، نما شعرها 5 سم (5 = 5-10).



الطريقة «ب»

يظهر من الرسم البيانيّ أنّ شعرها ينمو كلّ شهر بمقدار 1 سم. لذلك، إذا ظلّ معدّل نمو الشعر دون تغيير، فإنّ شعرها سوف يطول بمقدار 5 سم خلال الأشهر الخمسة.

الإجابة: خلال الأشهر الخمس نما شعرها 5 سم.

16. يصف الرسم البيانيّ التالي بيانات ساعات التحضير وعلامات ستّة تلاميذ في اختبار الرياضيّات.

أ. أيّ تلميذ درس لأكبر عدد من الساعات؟

ب. أيّ تلميذ حصل على أدنى درجة؟

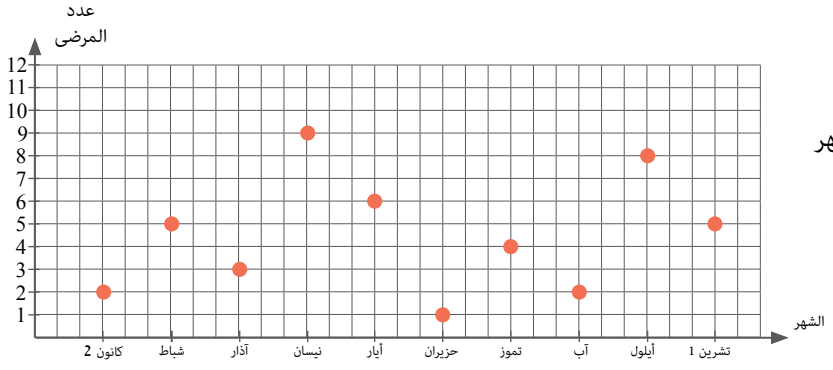
ت. لأيّ من تلاميذ يناسب الادّعاء التالي:

«على الرغم من كلّ ما استثمرته، إلّا إنّني لم أكن ناجحًا بما فيه الكفاية»؟

ث. لأيّ من التلاميذ يناسب الادّعاء: «نجحت دون أن أدرس كثيرًا»؟

17. سجّلت إدارة المستشفى عدد المرضى الذين عولجوا بأدوية تجريبيّة خلال 10 أشهر من شهر كانون الثاني حتّى شهر تشرين أوّل في عام معيّن.

تظهر البيانات في الرسم البيانيّ التالي:



أ. ماذا يمثّل كل محور؟

ب. كم عدد المرضى الّذين عولجوا بالدواء في شهر آذار؟

ت. في أي شهر كان الحدّ الأقصى لعدد المرضى الّذين عولجوا بالدواء؟

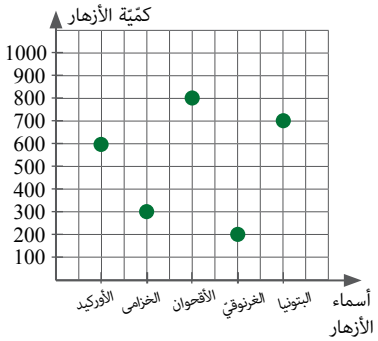
ث. كم مريضًا خلال عشرة أشهر، ما الفرق بين العدد الأقصى للمرضى المعالَجين بالدواء وأقلّ عدد للمرضى المعالجين به؟

ج. في أي أشهر تمّ علاج أكثر من 5 مرضى بهذا الدواء؟

ح. كم عدد المرضى الّذين عولجوا بالدواء في جميع الأشهر العشرة المسجّلة؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

18. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم كمّيّة الزهور المبيعة خلال شهر. كانت الأزهار من أنواع مختلفة: الأوركيد، الخزامى، الأقحوان، الغرنوقيّ والبتونيا.



أ. كم عدد زهور البتونيا الّتي تمّ بيعها هذا الشهر؟

ب. اكتبوا صح/خطأ وعلّلوا.

(1) كمّيّة أزهار الأقحوان المبيعة أكبر بـ 500 عن كمّيّة زهور التوليب المبيعة.

(2) كمّيّة زهور التوليب المبيعة 50% من كمّيّة زهور الأوركيد المبيعة.

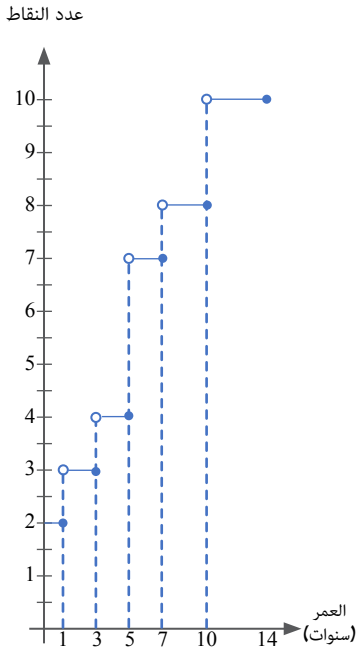
(3) كمّيّة أزهار الغرنوقيّ أكبر بنسبة 25% من كمّيّة أزهار الأقحوان المبيعة.

ت. أيّ زهرة كانت الأكثر طلبًا هذا الشهر؟

ث. ما أنواع الزهور الّتي تمّ بيعها بكمّيّة أكبر من 500 زهرة؟

ج. كم عدد الزهور الّتي تمّ بيعها في المجموع هذا الشهر؟

19. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم جرعة الدواء المعطاة وفقًا لعمر المريض.



أ. ما المتغيّرات الّتي تمثّلها المحوران؟

ب. ما هي جرعة الدواء (كم عدد القطرات) الّتي يجب أن يتناولها طفل يبلغ من العمر عامين؟ طفل عمره ستة أشهر؟

ت. ما هي جرعة الدواء الّتي يجب أن تتناولها فتاة تبلغ من العمر 7 سنوات؟

ث. من أيّ عمر تزيد جرعة الدواء عن 5 قطرات؟

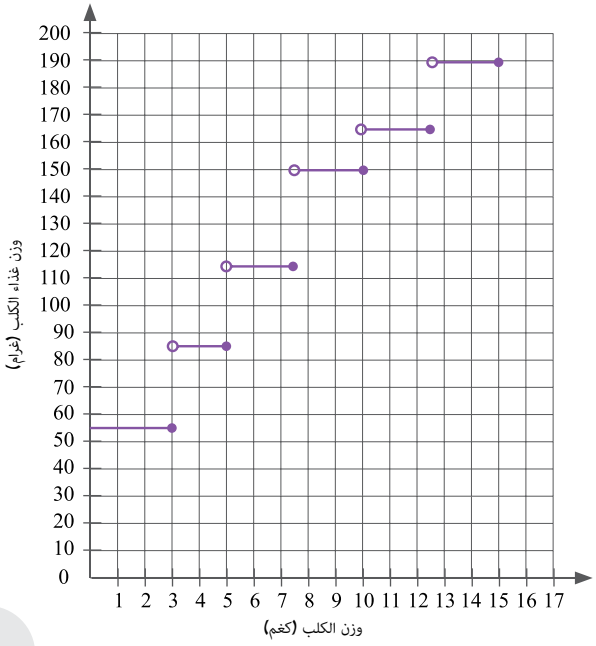
ج. ما هي أكبر قفزة في جرعة الدواء؟ وفي أيّ عمر هذه القفزة؟

ح. هناك 10 قطرات متبقّية في زجاجة الدواء. هل هذه الكمّيّة كافية لعلاج طفلين تتراوح أعمارهما بين 4 و 6 سنوات؟

خ. هل الجرعة في سن 12 سنة هي 4 أضعاف الجرعة في سن 3؟

د. ما هي جرعة الدواء غير الموجودة في الرسم البيانيّ؟

20. نشرت شركة تصنيع أغذية الكلاب وزن الطعام المطلوب للكلب حسب وزنه.



أ. ما هو وزن الطعام الّذي يجب إطعامه للكلب الّذي يزن 14 كغم؟ ما هو وزن الطعام (تقريبًا) الّذي يجب إطعامه لكلب يزن 5 كغم؟

ب. ما هو مدى وزن الكلاب الّتي تطعمها بـ 150 غرامًا من الطعام؟ بـ 190 غرامًا من الطعام؟

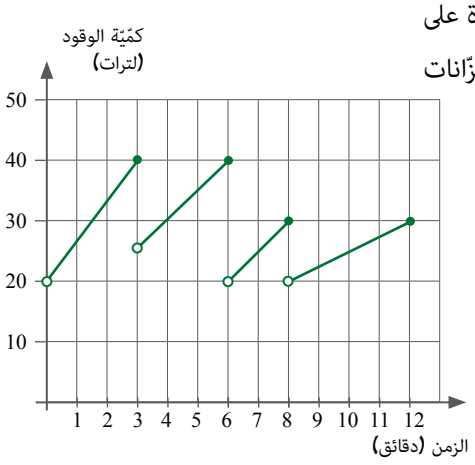
ت. ما هي أوزان الكلاب الّتي تطعمها بأقلّ من 190 غرامًا من الطعام؟

ث. هل تكفي عبوّة نصف كيلوغرام لإطعام ثلاثة كلاب تزن 12.5 كغم؟

ج. بأيّ نسبة يزداد وزن الطعام الّذي يأكله كلب وزنه 9 كيلوغرامات عن وزن الطعام الّذي يأكله الكلب الّذي يزن 6 كيلوغرامات؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

21. في محطّة الوقود، يملأون السيّارات بالوقود بمضخّة معيّنة. تعتمد سرعة الملء والكمّيّة المملوءة على العامل في محطّة الوقود وعلى نوعيّة السيّارة. يصف الرسم البيانيّ التالي كمّيّة الوقود في خزّانات السيّارات المختلفة، والّتي يتمّ تغذيتها بالوقود خلال 12 دقيقة بمضخّة معيّنة.



أ. كم عدد السيّارات الّتي سيتمّ تزويدها بالوقود خلال الدقائق الـ 12 الموضّحة في الرسم البيانيّ؟

ب. في كم لتر زُوّدت السيّارة الأولى بالوقود؟

ت. ما هي السيّارة الّتي سيتمّ تزويدها بالوقود في أقصر وقت؟

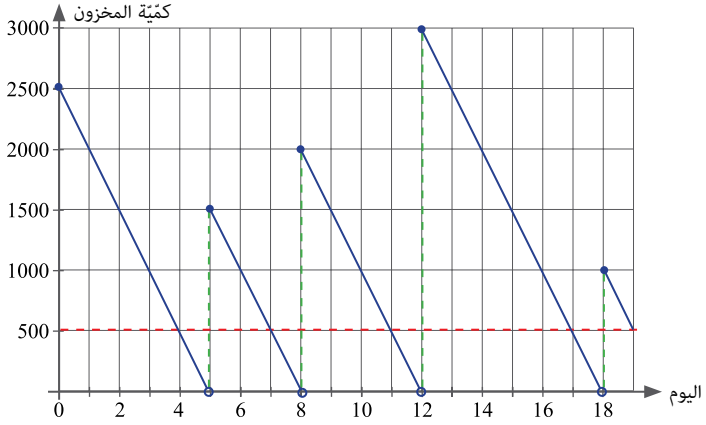
ث. ما هي السيّارة الّتي وصلت إلى محطّة الوقود، وفيها أكبر قدر من الوقود في الخزّان؟ ما الكمّيّة (تقريبًا)؟

ج. أيّ سيّارة سيتمّ تزويدها بالوقود بأبطأ معدّل؟ ما هو هذا المعدّل؟

ح. ما هو الحدّ الأدنى من الوقود المعبّأ؟ كم عدد السيّارات المملوءة بها؟

خ. إذا استمرّوا في التزوّد بالوقود في السيّارة الأخيرة بنفس المعدّل، فبعد كم دقيقة أخرى، سيكون هناك 35 لترًا من الوقود في خزّانها؟

22. يستخدم مدير المخزون في مستودع مصنع كبير الرسم البيانيّ الّذي أمامك لتتبّع كمّيّة منتج معيّن في المخزون. في نهاية كلّ يوم عمل، يقوم المدير بفحص مخزون المنتج، وإذا لزم الأمر، يقوم بتقديم طلب.



أ. ما هي كمّيّة المنتج في المستودع نهاية اليوم الثاني؟ في نهاية اليوم الثالث عشر؟ في نهاية اليوم الثامن؟

ب. وفقًا للرسم البيانيّ الموضّح، كم مرّة وصل مخزون جديد؟ وما هي الأيام الّتي وصل فيها؟

ت. في أي أيام كان هناك أكثر من 2000 منتج في المخزن؟

ث. عندما يصل مخزون المنتج إلى 500 منتج، يطلب مدير المستودع كمّيّة إضافيّة من المنتج. كم مرّة تمّ طلب المخزون كما هو موضّح في الرسم البيانيّ؟

ج. كم من الوقت يستغرق من لحظة طلب المنتج حتّى تسليمه؟

ح. متى تمّ إجراء الطلب، وفي أيّ وقت تمّ طلب أكبر عدد من المنتجات؟ متى وصلت المنتجات؟ وكم عدد المنتجات الّتي تمّ طلبها هناك؟

ث. مخطّط أعمدة

سنراجع في هذا القسم قراءة المعلومات وتحديدها واسترجاعها من مخطّط أعمدة معيّن.
عادة ما يكون مخطّط الأعمدة مناسبًا لوصف متغيّر نوعيّ أو متغيّر كمّيّ منفصل.

تذكير - التكرار

تعلمنا في المدرسة الإعداديّة أنّ:

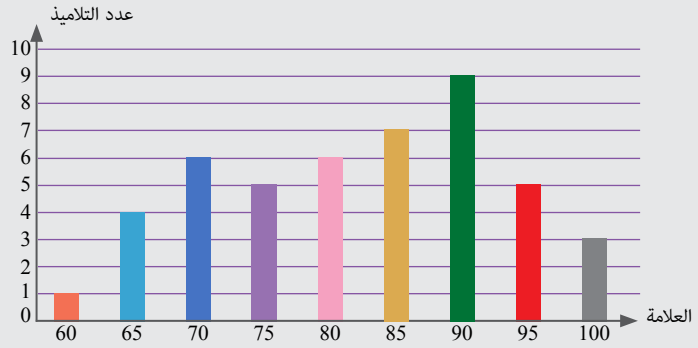
التكرار هو عدد المرّات الّتي يظهر فيها كلّ متغيّر.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

شرح ومثال محلول

يوفّر مخطّط الأعمدة تمثيلًا مرئيًّا جيدًّا للتكرار، حيث غالبًا ما يكون المحور العموديّ هو محور التكرار. فيما يلي ملخّص لنتائج التلاميذ في اختبار العلوم:

العلامة	60	65	70	75	80	85	90	95	100
عدد التلاميذ	1	4	6	5	6	7	9	5	3



في مخطّط الأعمدة الموجود أمامكم، تظهر العلاقة بين المتغيّرين بشكل مرئيّ: العلامات وعدد التلاميذ.

تظهر قائمة العلامات على المحور x، فوق العلامات تظهر أعمدة متساوية العرض. يتمّ تحديد ارتفاع كلّ عمود وفقًا لعدد التلاميذ الّذين حصلوا على العلامة.

على سبيل المثال، وفقًا للرسم البيانيّ المعطى، حصل 7 تلاميذ على الدرجة 85. لذلك، يمكن القول إنّ **تكرار** العلامة 85 هو 7.

إذا كان المتغيّر كمّيًّا منفصلًا (في هذا الرسم البيانيّ عبارة عن علامات)، فستكون قيمه على المحور الأفقيّ بترتيب تصاعديّ (لا تبدأ بالضرورة بالرقم 0).

أسئلة إضافيّة يمكن الإجابة عنها من المعلومات الموضّحة في الرسم البيانيّ:

أ. ما هي العلامة الّتي يكون تكرارها الأقصى؟ وما هي العلامة الّتي يكون تكرارها الأدنى؟

من السهل أن نرى أن 90 هي العلامة ذات **التكرار الأقصى**، لأنّها ممثّلة بأعلى عمود. **الحدّ الأقصى للتكرار** هو 9. وبالمثل، 60 هي العلامة ذات **التكرار الأدنى**، لأنّها ممثّلة بالعمود الأقلّ ارتفاعًا. الحدّ الأدنى للتكرار هو 1.

ب. ما هي العلامات الّتي لها تكرار متساوٍ؟

للإجابة عن هذا السؤال، سنبحث في المخطّط عن أعمدة متساوية الارتفاع في الشكل. يوجد زوجان من هذه الأعمدة: للعلامتان 70 و 80 لهما تكرار متساوٍ - وتكرار كليهما هو 6، لأنّ 6 تلاميذ حصلوا على العلامة 70 و 6 تلاميذ حصلوا على 80. العلامتان 75 و 95 لهما أيضًا تكرار متساوٍ، والّذي قيمته 5.

ت. ما الفرق بين عدد التلاميذ الحاصلين على أعلى علامة، وعدد التلاميذ الحاصلين على أقلّ علامة؟

أعلى علامة 100 تكرارها 3 تلاميذ، لأنّه حصل عليها 3 تلاميذ. أدنى علامة هي 60 وتكرارها 1، لأنّ تلميذ واحد حصل عليها.

الإجابة: الفرق المطلوب بين التكرارات هو: 2=1−3.

ث. ما عدد التلاميذ الّذين تمّ امتحانهم في المجموع؟

يمثّل ارتفاع كلّ عمود عدد التلاميذ الّذين حصلوا على علامة معيّنة. للإجابة عن هذا السؤال علينا أن نجمع الأعداد الّتي تمثّل ارتفاعات جميع الأعمدة؛ أيّ سنجمع تكرارات جميع العلامات: 46=3+5+3+9+7+6+5+6+4+1.

الإجابة: تمّ اختبار 46 تلميذًا في المجموع.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ج. ما هي النسبة المئويّة لجميع التلاميذ في الصفّ الّذين حصلوا على علامة أعلى من 80؟

لنلقِ نظرة على ارتفاعات المستطيلات الأعلى من العلامات الّتي تزيد عن 80: 85، 90، 95، 100.

7 تلاميذ حصلوا على 85 و 9 تلاميذ حصلوا على 90 و 5 تلاميذ حصلوا على 95 و 3 تلاميذ حصلوا على 100.

عدد التلاميذ الحاصلين على علامة أعلى من 80 هو 24 (3 + 5 + 9 + 7).

عدد التلاميذ في الصفّ: $100\% \leftrightarrow 46$

عدد التلاميذ الّذين سجلوا أعلى من 80: $x\% \leftrightarrow 24$

$$\frac{100}{x}=\frac{46}{24} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{24\cdot 100}{46}=52.17\%$$

الإجابة: 52.17% من جميع التلاميذ في الصفّ حصلوا على علامة أعلى من 80.

ملاحظات:

- في مخطّط الأعمدة، يمثّل المحور x متغيّرًا نوعيًّا (مثل فصيلة الدمّ) أو متغيّرًا كمّيًّا منفصلًا (مثل العلامة). لذلك، في الرسم البياني للعمود، لا يوجد معنى للقيمة الوسيطة بين العمود والعمود. على سبيل المثال ، في الرسم البياني المعطى، العلامة 82 أو العلامة 71 غير موجودة.
- في بعض الأحيان ، يغيّر المحور y والمحور x الأدوار ، ثمّ يتمّ الحصول على مخطّط «مقلوب» (على سبيل المثال في التمرين 33)

ملخّص

مخطّط الأعمدة هو تمثيل مرئيّ في نظام من المحاور يظهر عادة علاقة بين المتغيّر وتكراره. يظهر المتغيّر على المحور الأفقيّ (المحور x) ويظهر التكرار على المحور العموديّ (المحور y). يتمّ وصف العلاقة من خلال مجموعة من الأعمدة، حيث يكون ارتفاع كل عمود هو تكرار المتغيّر. يصوّر الرسم البيانيّ معلومات حول متغيّر نوعيّ أو كمّيّ منفصل ويسهل استخدامه لإجراء مقارنات بين البيانات.

23. قامت الشركة بفحص عدد أيّام الإجازة الّتي أخذها كلّ عامل خلال العام. تمّ تلخيص البيانات في الرسم البيانيّ التالي.

أ. ما المتغيّر الّذي يمثّله المحور x؟ هل هو متغيّر نوعيّ أم كمّيّ؟

ب. ماذا يمثّل المحور y؟

ت. جدوا عدد العاملين الّذين أخذوا أيّام إجازتهم هي:

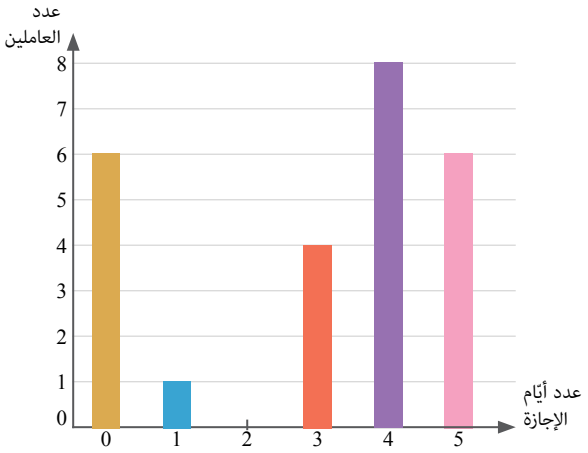
(1) 3؟ (2) 0؟ (3) 4؟ (4) 2؟

ث. ما هي أيّام الإجازة الّتي أخذها 4 عاملين فقط؟

ج. ما هو عدد أيّام الإجازة الّتي أخذها معظم العاملين؟

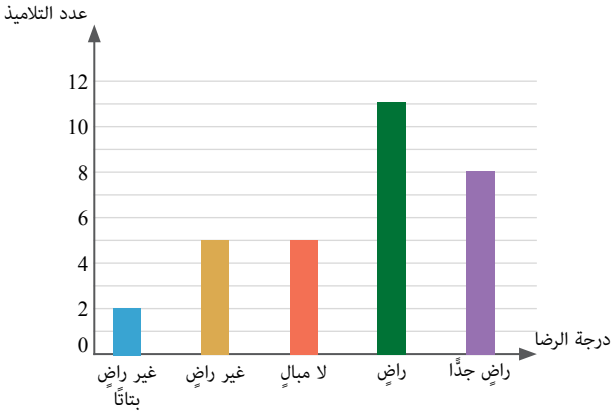
كم عدد العاملين؟

ح. ما عدد العاملين في الشركة؟



© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

24. بعد النشاط الصفّي، تمّ تمرير الملاحظات بين تلاميذ الصفّ. حدّد التلاميذ مستوى رضاهم عن النشاط: من «راضٍ جدًّا» إلى «غير راضٍ على الإطلاق».



أ. ما المتغيّر الّذي يمثّله المحور x؟

ب. ماذا يمثّل المحور y؟

ت. جدوا عدد التلاميذ الّذين كان مستوى رضاهم عن النشاط:

(1) راضٍ (2) غير راضٍ على الإطلاق

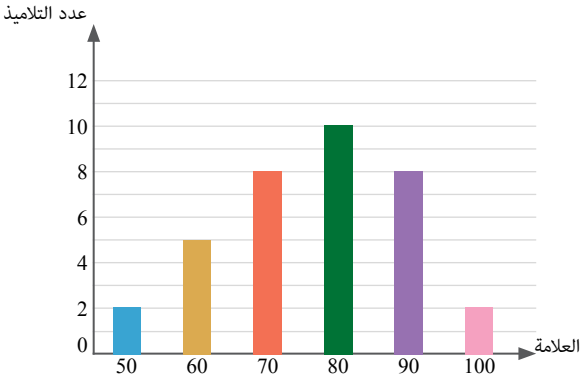
(3) لا مبالٍ (4) راضٍ جدًّا

ث. ما عدد التلاميذ في الصفّ؟

ج. أشارت المعلّمة إلى أنّها ستطلب النشاط مرّة أخرى، إذا أجاب أكثر من نصف التلاميذ بملاحظات «راضٍ» أو «راضٍ جدًّا». هل ستطلب المعلّمة النشاط مرّة أخرى؟

خ. ما هي النسبة المئويّة للتلاميذ الّذين كانوا «راضين جدًّا» عن النشاط من بين جميع تلاميذ الصفّ؟

25. في اختبار الأحياء، تمّ الحصول على العلامات الموضّحة في الرسم البيانيّ التالي.



أ. ما المتغير الّذي يمثّله المحور x؟

ب. هل المتغيّر كمّيّ أم نوعيّ؟

ت. كم عدد التلاميذ الّذين حصلوا على العلامة:

(1) 70؟ (2) 90؟

(3) فوق الـ 80؟ (4) تحت الـ 70؟

ث. ما هي العلامات الّتي حصل عليها عدد متساوٍ من التلاميذ؟

ج. ما هي العلامة الّتي لها أعلى تكرار؟ ما قيمة هذا التكرار؟

ح. ما عدد التلاميذ في الصفّ؟

خ. استأنف تلميذان كان تقديرهما 70، وحصلا على 10 نقاط إضافيّة. بعد التغيير، أجب مرّة أخرى عن البند «ت».

26. يوضّح الرسم البيانيّ الّذي أمامكم استهلاك الشوكولاتة السنويّ لكلّ عائلة (بالكيلوغرام).

أ. ما هو المتغيّر الّذي يمثّله المحور x؟

ب. هل المتغيّر نوعيّ أم كمّيّ؟

ت. ماذا يمثّل المحور y؟

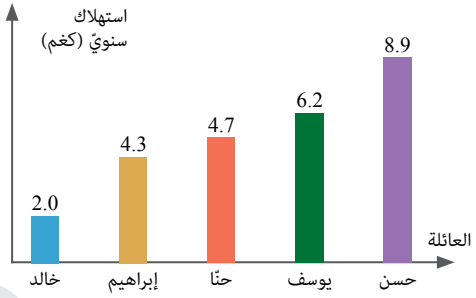
ث. ما هو استهلاك الشوكولاتة السنويّ للعائلات:

(1) يوسف؟ (2) حسن؟ (3) إبراهيم وخالد؟ (4) حسن وحنّا؟

ج. في أيّ عائلات يقلّ استهلاك الشوكولاتة السنويّ عن 5 كغم؟

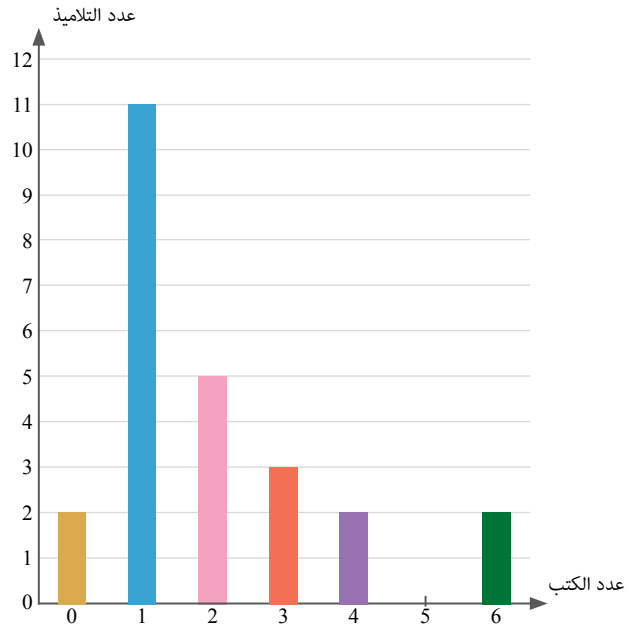
ح. ما هو إجماليّ استهلاك الشوكولاتة السنويّ لـ 5 عائلات؟

خ. ما هي النسبة المئويّة الّتي يزيد استهلاك عائلة حسن فيها من الشوكولاتة عن استهلاك عائلة يوسف؟



© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

27. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم توزيع عدد الكتب الّتي قرأها تلاميذ من صفّ معيّن خلال عطلة العيد.



أ. كم تلميذًا قرأ:

(1) 3 كتب؟ (3) أكثر من كتابين؟

(2) 5 كتب؟ (4) أقل من 4 كتب؟

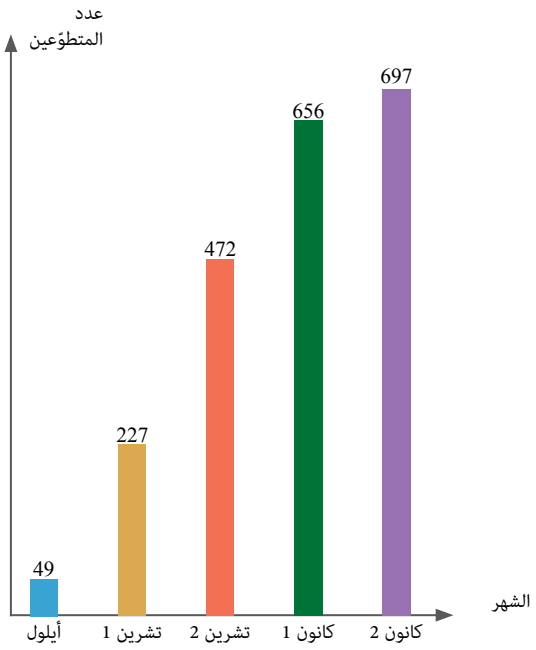
ب. ما هو عدد الكتب الّتي لها تكرار أقصى؟

ت. ما هو عدد الكتب الّتي لها تكرار متساوٍ؟

ث. ما هو عدد التلاميذ في الصفّ؟

ج. ما هي نسبة التلاميذ الّذين قرأوا كتابين من بين جميع تلاميذ الصفّ؟

28. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامك عدد التلاميذ في مدرسة معيّنة، الّذين تطوّعوا في المجتمع بين شهري أيلول وكانون الثاني في عام معيّن.



أ. كم عدد التلاميذ الّذين تطوّعوا في الشهر:

(1) كانون الثاني؟ (3) أيلول وتشرين الأوّل معًا؟

(2) نوفمبر؟ (4) تشرين الثاني وكانون الأوّل معًا؟

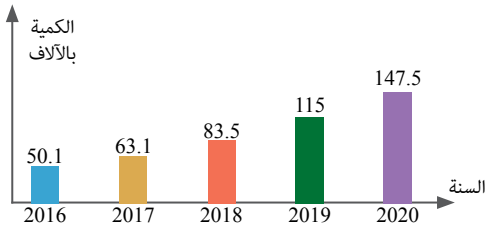
ب. في أي شهور تطوّع أقلّ من 500 تلميذ؟

ت. معلوم أن تلاميذ مختلفين يتطوّعون كلّ شهر. كم عدد التلاميذ الّذين تطوّعوا في المجموع في شهري أيلول وكانون الثاني؟

ث. بين أيّ الشهور المجاورة كانت أكبر زيادة في عدد المتطوّعين؟ ما الفرق بين عدد المتطوّعين في هذه الأشهر؟

ج. بأيّ نسبة مئويّة قلّ عدد المتطوّعين في شهر كانون الأوّل عن شهر كانون الثاني؟

29. يوضّح الرسم البيانيّ الّذي أمامكم المبلغ (بالآلاف) لنوع معيّن من الهواتف المحمولة المبيعة في بلد معيّن بين الأعوام 2016-2020.



أ. كم عدد الأجهزة الّتي تمّ بيعها في عام 2016؟

ب. في أيّ سنوات تمّ بيع أكثر من 65 ألف هاتف من هذا النوع؟

ت. هل ازداد/انخفض/لم يتغيّر حجم المبيعات على مرّ السنين؟ اشرحوا.

ث. أين ازداد الاختلاف في عدد الأجهزة المبيعة: بين 2018 و 2019 أو بين 2019 و 2020؟

ج. ما هو عدد الأجهزة المبيعة في السنة الّتي كان هناك حدّ أقصى للمبيعات فيها مقارنة بالسنة الّتي كان فيها الحدّ الأدنى للمبيعات؟

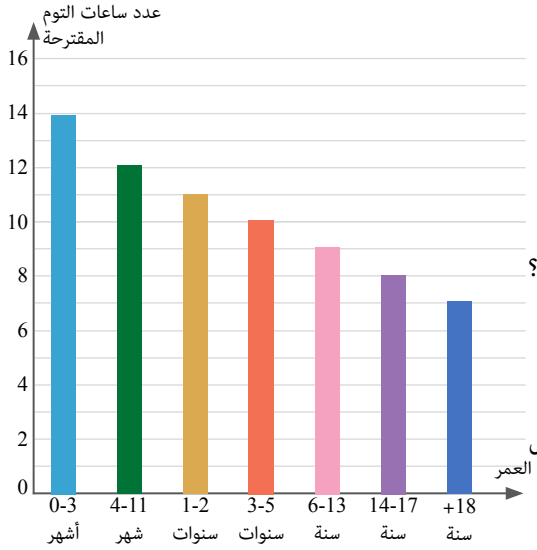
© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

30. قامت نقابة الأطباء في بلد معيّن بصياغة توصيات بشأن الحدّ الأدنى لعدد ساعات النوم ليلًا، موصى به حسب العمر.

أ. ما هو الحدّ الأدنى لعدد ساعات النوم الموصى بها لمن عمرهم:

(1) 4 أشهر؟ (2) 14 سنة

(3) شهرين؟ (4) 35 سنة



ب. بين أيّ الأعمار الحدّ الأدنى لعدد ساعات النوم الموصى بها هو:

(1) 8 ساعات؟ (2) 12 ساعة؟

(3) 7 ساعات؟ (4) 14 ساعة؟

ت. ما هي الأعمار الّتي تحتاج إلى الحدّ الأقصى لعدد ساعات النوم الموصى بها؟

وأيّ الأعمار لأقلّ عدد ساعات نوم موصى بها؟

ث. أشّروا صح / خطأ وعلّلوا.

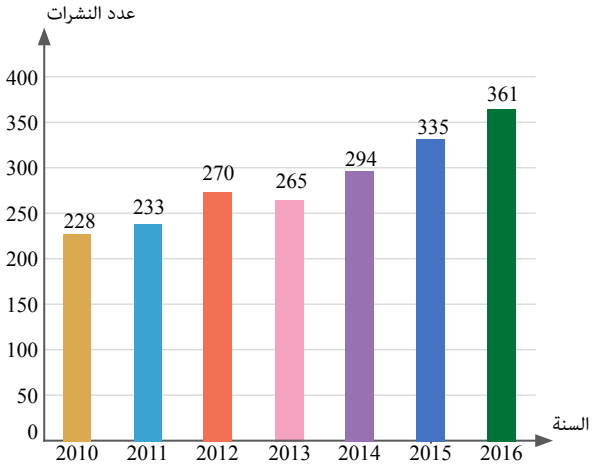
(1) يحتاج البالغون من العمر 19 عامًا إلى 50% من ساعات نوم الأطفال بعمر شهرين.

(2) كلّما تقدّمنا في العمر، نحتاج إلى ساعات نوم أقلّ.

(3) يحتاج الأطفال البالغون من العمر عامين إلى ساعتين من النوم أقلّ من الأولاد البالغين من العمر 11 عامًا.

31. أمامكم رسم بيانيّ يوضّح عدد المنشورات البحثيّة الإسرائيليّة في مجال تكنولوجيا النانو بين 2010-2016.

أ. ماذا تمثّل المحاور؟



ب. كم عدد المنشورات في عام 2015؟

ت. في أيّ سنة تمّ نشر أكثر من 300 منشور؟

ث. في أيّ سنة كان الحدّ الأدنى لعدد المنشورات، وكم كان عددها؟

ج. اكتبوا صح / خطأ:

(1) عدد المنشورات في إسرائيل في مجال تكنولوجيا النانو آخذ في الازدياد ابتداء من عام 2013.

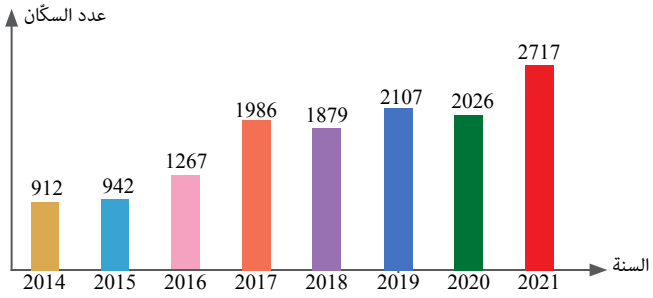
(2) الفرق بين الحدّ الأقصى لعدد المنشورات والحدّ الأدنى لعدد المنشورات هو 133.

(3) عدد المنشورات في عام 2014 هو 126.18% أكبر من عدد المنشورات في عام 2011.

(من موقع مركز الكنيست للأبحاث والمعلومات، تقنيّة النانو في إسرائيل ، ص 11)

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

32. الرسم البيانيّ الّذي أمامك يوضّح عدد السكّان في بلدة معيّنة بين الأعوام 2014-2021.



أ. ماذا يمثّل كلّ محور؟

ب. كم عدد السكّان في البلدة عام 2017؟

ت. بين أيّ السنوات كان في البلدة عدد السكان أقلّ من 1500؟

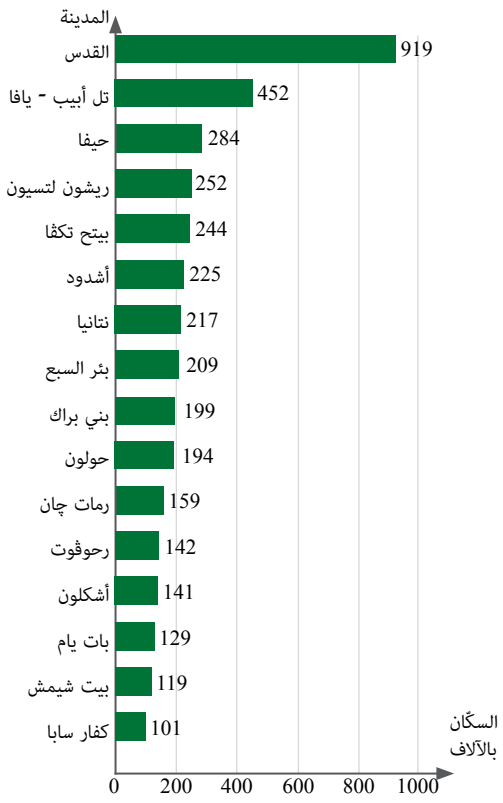
ث. في أيّ سنة كان الحدّ الأقصى لعدد السكّان في تلك البلدة؟
وكم عدد السكّان هناك ذلك العام؟

ج. ما الفرق بين الحدّ الأقصى لعدد السكّان والحدّ الأدنى؟

ح. بيّنوا بين أيّ سنوات كان هناك اتّجاه تصاعديّ في عدد السكّان، وبين سنوات كان هناك اتّجاه تنازليّ في عدد السكان.

خ. بأيّ نسبة مئويّة قلّ عدد السكان في عام 2020، مقارنة بعدد السكان في عام 2021؟

33. نشر المكتب المركزيّ للإحصاء قائمة التجمّعات السكّانية لمائة ألف نسمة أو أكثر لعام 2018 (تمّ تقريب الأعداد إلى مئات الآلاف).
أمامكم رسم بيانيّ يوضّح المعلومات.



أ. كم عدد السكّان في رمات جان؟

ب. أيّ تجمّع سكانيّ به أكبر عدد من السكّان؟
كم عدد السكّان فيه؟

ت. ما هي التجمّعات الّتي يتراوح عدد سكّانها بين 200 ألف و 250 ألف؟

ث. بكم يزيد عدد سكّان تل أبيب عن عدد سكّان حيفا؟

ج. بأيّ نسبة يزيد عدد سكّان تل أبيب عن عدد سكّان حيفا؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

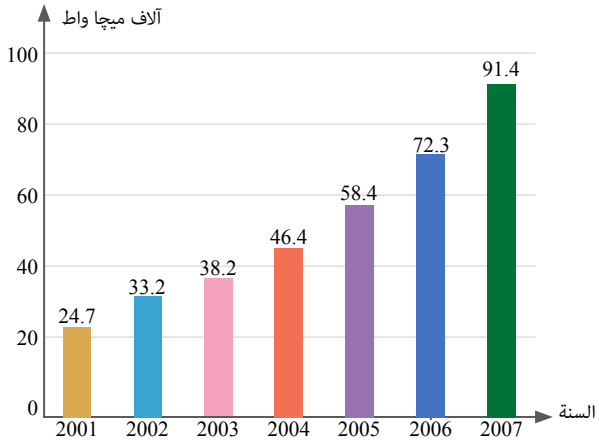
34. تمّ نشر مقال في إحدى الصحف عن إنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح. تضمّن المقال الرسم البيانيّ الّذي أمامكم.

أ. كم واط تمّ إنتاجه من طاقة الرياح عام 2003؟

ب. بكم من النسبة المئويّة قلّ إنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح عام 2004 مقارنة بعام 2005؟

ت. بافتراض أنّ نسبة الازدياد السنويّ لإنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح في السنوات الّتي تلي عام 2007 ستكون هي نفسها بين عامي 2006 و 2007، ما مقدار الكهرباء الّتي سيتمّ إنتاجها في العالم من طاقة الرياح في عام 2008؟

ث. بافتراض أنّ نسبة الازدياد السنويّ لإنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح في السنوات الّتي تلت عام 2007، سيكون مثل ما كان بين عامي 2006 و 2007، في أيّ عام يكون إنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح أكبر من 145 ألف ميغاواط؟

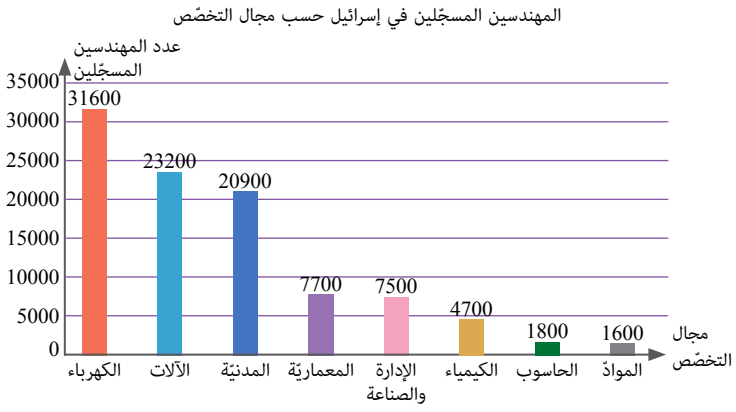


ج. بين أيّ سنتين متتاليتين كانت النسبة المئويّة للزيادة في إنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح هي الأكبر؟

ح. بين أي سنتين متتاليتين كانت النسبة المئويّة للزيادة في إنتاج الكهرباء في العالم من طاقة الرياح هي الأصغر؟
ما هي نسبة هذه الزيادة؟

خ. بافتراض أن الزيادة السنويّة (بالنسبة المئويّة) الّتي وجدتها في القسم السابق ستكون أيضًا كلّ عام بين عامي 2007 و 2009، ما مقدار الكهرباء الّتي سيتمّ إنتاجها من طاقة الرياح في العالم في عام 2009؟

35. يوضّح الرسم البيانيّ المعروض أمامك توزيع المهندسين في إسرائيل في التخصّصات الثمانية الأولى في عام 2022 (مقرّبًا إلى مئات كاملة).



أ. اقترحوا 4 أسئلة حول البيانات الموجودة في الرسم البيانيّ وحلّوها.

ب. اقترحوا سؤالًا لا يمكن قراءة إجابته من الرسم البيانيّ. (من موقع مركز الأبحاث والمعلومات في الكنيست، ص 21:).

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

36. العمل في مجموعات - **منظورَين حول سكان العالم.**

شاهدوا مقطعي الفيديو في نهاية السؤال، والّذين يتناولان السؤالين التاليين:

أ. كيف تغيّر عدد الأطفال لكلّ امرأة على مرّ السنين؟

ب. كيف تغيّر سكان العالم؟

لخّصوا المعلومات المعروضة في مقطعي الفيديو بإيجاز، واعرضوا العلاقة بينهما (يمكنكم استخدام العروض التقديميّة الموجودة أسفل مقاطع الفيديو. يمكنكم التنقّل بين الشرائح باستخدام المفتاح [<] الموجود أسفل الشريحة).

(من موقع gapminder باللّغة الإنجليزيّة السهلة)،

فيديو أ: ، فيديو ب:)

ج. مخطّط الدائرة

سنعود في هذا القسم إلى مفهوم التكرار النسبيّ، وإلى قراءة المعلومات وتحديدها واسترجاعها من مخطّط دائرة معطى. عادة ما يكون مخطّط الدائرة مناسبًا لوصف متغيّر نوعيّ أو متغيّر كمّيّ.

تذكير - التكرار النسبيّ

تعلّمنا في المدرسة الإعداديّة أنّ:

التكرار النسبيّ لمتغيّر معيّن هو النسبة بين تكرار المتغيّر ومجموع تكرارات جميع المتغيّرات.

$$\textbf{التكرار النسبيّ} = \frac{\textbf{تكرار المتغيّر}}{\textbf{مجموع جميع التكرارات}}$$

يمكن كتابة التكرار النسبيّ في صورة كسر بسيط أو رقم عشريّ أو كنسبة مئويّة.

الشرح والأمثلة المحلولة - التكرار النسبيّ

أ. حساب التكرار النسبيّ حسب مجموع جميع التكرارات وتكرار المتغيّر:

تحتوي المكتبة على 2500 كتاب، منها 500 كتاب للشباب. جدوا التكرار النسبيّ لكتب الشباب.

الحلّ:

تكرار كتب الشباب بالمكتبة 500، **مجموع التكرارات** 2500، لذلك: $\frac{500}{2500}=\frac{1}{5}=0.2$.

للتحويل إلى نسب، نضرب الكسر في 100، أيّ: $0.2 \cdot 100 = 20\%$

الإجابة: يبلغ **التكرار النسبيّ** لكتب الشباب في المكتبة 20%.

ب. حساب مجموع كل التكرارات حسب تكرار المتغيّر وتكراره النسبيّ:

معلوم أنّه في مجموعة معيّنة يوجد 3 أشخاص يستخدمون اليد اليسرى، أيّ 25% من مجموع أعضاء المجموعة. كم عدد الاشخاص في المجموعة؟

الحلّ:

تكرار الأشخاص الّذين يستخدمون اليد اليسرى في المجموعة هو 3، **والتكرار النسبيّ** للأشخاص الّذين يستخدمون اليد اليسرى في المجموعة هو 25%، لذلك:

$$\frac{3}{x}=25\%=\frac{25}{100} \Rightarrow \boxed{x = 12}$$

الإجابة: هناك 12 شخصًا في المجموعة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ت. حساب مجموع كلّ التكرارات وتكرار المتغيّر حسب التكرار النسبيّ:

لدينا الجدول التالي، الّذي يظهر فيه تركيز علامات تلاميذ الصفّ.

العلامة	5	6	7	8
عدد التلاميذ	7	x	6	4

معلوم أن التكرار النسبيّ للتلاميذ الحاصلين على العلامة 6 هو 15%.

احسبوا عدد التلاميذ في الصفّ.

الحلّ:

سنجد أوّلًا عدد التلاميذ الّذين حصلوا على العلامة 6. لهذا الغرض، سنؤشّر بـ x على عدد التلاميذ الّذين حصلوا على العلامة 6.

ومن ثمّ فإنّ عدد التلاميذ في الصفّ هو: $4 + 6 + x + 7 = 17 + x$

حسب التعريف، فإنّ التكرار النسبيّ لعدد التلاميذ الحاصلين على العلامة 6 هو : $\frac{x}{17+x}$

ومعطى أيضًا أنّ معدّل التكرار النسبيّ هو 15%. لنكتب المعادلة: $\frac{x}{17+x}=\frac{15}{100}$

$$100x = 15(17 + x) \Rightarrow 100x = 255 + 15X \Rightarrow 85x = 255 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

عدد التلاميذ الحاصلين على العلامة 6 هو 3. عدد التلاميذ في الصفّ هو: $17 + 3 = 20$.

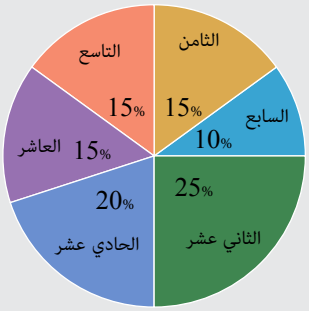
الإجابة: يوجد 20 تلميذًا في الصفّ.

شرح ومثال محلول - مخطّط دائريّ

مخطّط الدائرة هو تمثيل مرئيّ في شكل دائرة مقسّمة إلى قطاعات. يوضّح الرسم البيانيّ الدائريّ بشكل جيّد ما هو التكرار النسبيّ. يتوافق حجم كلّ جزء في المخطّط الدائريّ مع التكرار النسبيّ لكلّ قيمة من قيم المتغيّر الموضّحة فيه.

من المعتاد تقديم التكرار النسبيّ بالنسب المئويّة، وإجماليّ جميع النسب المئويّة الواردة في الأقسام هو 100%.

عادة ما يكون مخطّط الدائرة مناسبًا لوصف الجزء الّذي يتكوّن منه كلّ قيمة من الكلّ (وهو 100%) ولشرح العلاقات بين الأجزاء الّتي تتكون منها الدائرة.



مثال «ث»

لنلقِ نظرة على مخطّط الدائرة الموجود أمامك، حيث يظهر التكرار النسبيّ من التلاميذ في كلّ صفّ في مدرسة معيّنة.

ما الّذي يمكن تعلّمه من هذا الرسم البيانيّ؟

الحلّ:

بالطبع لا يمكن معرفة عدد التلاميذ في المدرسة كما يوضّح الرسم البيانيّ، إذ أنّ المخطّط يعرض القسمة وفق النسب؛ لكن يمكنكم التعلّم من الرسم البيانيّ عن التوزيع الداخليّ لعدد التلاميذ حسب الطبقات.

يشبه الرسم البيانيّ بيتزا عملاقة، ويظهر حجمُ كلّ قطعة الحجم النسبيّ لشريحة معيّنة في المدرسة.

على سبيل المثال، تُظهر أكبر قطعة أنّ الصف الثاني عشر هو أكبر طبقة في المدرسة، ممّا يعني أن معظم التلاميذ يدرسون هناك.

يظهر أقلّ عدد من التلاميذ في طبقة السوابع.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

في الطبقات الثلاثة، الثامنة والتاسعة والعاشرة يوجد نفس عدد التلاميذ.

عدد التلاميذ الّذين يدرسون في الصفّ الحادي عشر هو ضعف عدد التلاميذ الّذين يدرسون في الصفّ السابع، إلخ.

من الواضح أنّه كان من الممكن استخلاص كلّ هذه الاستنتاجات حتّى بدون مخطّط الدائرة، بالنظر إلى النسب المئويّة فقط؛

لكن بمساعدة الرسم البيانيّ، يصبح الأمر ملموسًا بشكل أكبر. أكثر من ذلك؛ يمكن استخلاص معظم الاستنتاجات أعلاه من مخطّط الدائرة حتّى لو لم يتمّ تحديد النسب المئويّة.

إذا جمعنا جميع النسب المئويّة لكلّ قطعة من قطع «البيتزا»، نحصل على 100%، وهو أمر مفهوم؛ بعد كلّ شيء، يشير الرسم البيانيّ إلى تعداد جميع التلاميذ الّذين يدرسون في هذه المدرسة، وهو 100%.

✓ إذا تم إعطاء العدد الإجماليّ للتلاميذ في المدرسة، فيمكننا حساب التكرار وفقًا للتكرار النسبيّ. على سبيل المثال: مبيّن أنّ المدرسة الموضّحة في الرسم البيانيّ في المثال «ث» فيها 1200 تلميذ.

احسبوا: ما عدد التلاميذ الّذين يدرسون في طبقة السوابع؟

حسب الرسم البيانيّ، في الصفوف السابعة 10% من تلاميذ المدرسة. احسبوا عدد التلاميذ (التكرار) في الصفوف السابعة:

عدد التلاميذ في المدرسة: $100\% \leftrightarrow 1200$

عدد التلاميذ في الصفوف السابعة: $10\% \leftrightarrow x$

$$\frac{100}{10}=\frac{1200}{x} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{1200\cdot 10}{100}=120$$

أو باختصار، 10% من 1200 هي: $1200\cdot\frac{10}{100}=1200\cdot 0.1=120$

الإجابة: 120 تلميذ وتلميذة يدرسون في طبقة السوابع.

✓ إذا تمّ تقديم عدد التلاميذ الّذين يمثّلهم أحد قطاعات الدائرة، فيمكننا حساب إجماليّ عدد التلاميذ في المدرسة. على سبيل المثال: إذا كان 225 تلميذًا يدرسون في طبقة العواشر في مدرسة أخرى، وهو ما يمثّل 15% من إجماليّ التلاميذ، فيمكن حساب العدد الإجماليّ للتلاميذ في المدرسة:

عدد التلاميذ في المدرسة: $100\% \leftrightarrow x$

عدد التلاميذ في طبقة العواشر: $15\% \leftrightarrow 225$

$$\frac{100}{15}=\frac{x}{225} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{225\cdot 100}{15}=1500$$

الإجابة: يوجد في المدرسة 1500 تلميذ وتلميذة.

انتبهوا!

بعد أن وجدنا عدد التلاميذ في المدرسة، من الممكن حساب تكرار التلاميذ في كلّ مرحلة، وفقًا للتكرارات النسبيّة الواردة في الرسم البيانيّ.

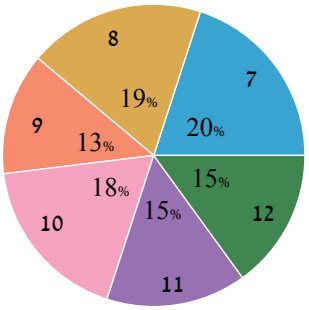
ملخّص

المخطّط الدائريّ هو تمثيل مرئيّ يوضّح دائرة مقسّمة إلى قطاعات وفقًا لتقسيم نسبيّ. يمثّل حجم كلّ قطاع الجزء النسبيّ الّذي يمثّله من الكلّ الّذي يمثّل الدائرة بأكملها.

يصف مخطّط الدائرة معلومات حول متغيّر نوعيّ أو كمّيّ، واستخدامه شائع عندما نريد مقارنة أجزاء الدائرة، أو بين أجزاء الدائرة والدائرة بأكملها.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

37. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم النسبة المئويّة للتلاميذ الّذين يدرسون في كلّ طبقة من بين جميع التلاميذ في مدرسة معيّنة.



أ. في أيّ طبقة يوجد أقلّ عدد من التلاميذ؟

ب. في أيّ طبقة يوجد أكبر عدد من التلاميذ؟

ت. في أيّ طبقات هناك عدد متساوٍ من التلاميذ؟

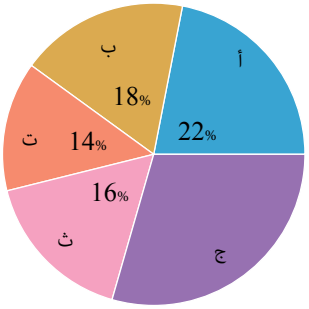
ث. ما هي نسبة التلاميذ الّذين يدرسون في المرحلة الإعداديّة (السابع، الثامن، التاسع)؟

ج. ما هي نسبة التلاميذ الّذين يدرسون في المرحلة الثانويّة (العاشر، الحادي عشر، الثاني عشر)؟

ح. أين يدرس تلاميذ أكثر: من المرحلة الإعداديّة أم في المرحلة الثانويّة؟

خ. ما هي نسبة التلاميذ الّذين يدرسون في جميع المراحل معًا؟

38. ينتج المصنع 5 منتجات: "أ"، "ب"، "ت"، "ث"، "ج".



يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم النسبة المئويّة للمنتجات من كلّ نوع من جميع المنتجات الّتي ينتجها المصنع.

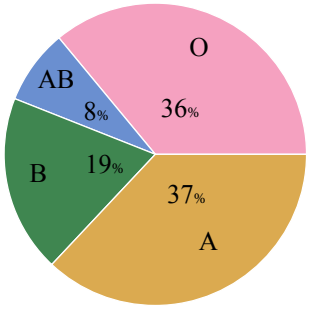
أ. ما هي النسبة المئويّة للمنتجات من النوع «ج» الّتي ينتجها المصنع؟

ب. هل تشكّل منتجات النوعين "أ" و "ج" غالبيّة إنتاج المصنع؟ علّلوا!

ت. قرّر المصنع أنّ منتجات الأنواع "أ" و "ب" و "ث" مخصّصة فقط للسوق المحلّيّ، بينما المنتجات من النوعين "ث" و "ج" مخصّصة للسوق الدوليّ فقط. هل يرتكز معظم نشاط المصنع في السوق المحلّيّ أم السوق الدوليّ؟

39. لكلّ شخص أحد فصائل الدم التالية: A ، B ، AB ، O.

لمجموعة معيّنة من الناس، تمّ تسجيل بيانات حول فصيلة دمهم.



يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم النسبة المئويّة للأشخاص وفقًا لفصيلة دمهم.

أ. هل تمّ اختبار المتغيّر نوعيًّا أم كمّيًّا؟

ب. ما هي فصيلة الدم الأكثر انتشارًا في المجموعة؟

ت. ما هي فصيلة الدم الأقلّ انتشارًا في المجموعة؟

ث. هل يوجد عدد أكبر من الأشخاص في المجموعة الّذين يحملون فصيلة الدم O، مقارنة بفصيلة الدم A؟ علّلوا!

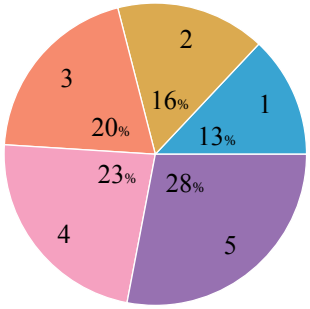
ج. هل يصحّ القول بأنّ معظم أفراد المجموعة لديهم فصيلة دم غير O؟ علّلوا!

خ. معلوم أنّ المجموعة تضمّ 300 شخص. كم منهم لديه دم من النوع B؟

40. في استبيان أُرسل إلى موظّفي شركة معيّنة، طُلب منهم تقييم كفاءتهم في اللّغة الإنجليزيّة. حدّد الموظّفون كفاءتهم في اللّغة الإنجليزيّة من 1 إلى 5 على النحو التالي:

1 - لا يعرف تكلّم اللغة، 2 - ضعيف، 3 - متوسط، 4 - جيّد، 5 - جيّد جدًّا.

يوضّح الرسم البيانيّ البيانات الّتي تمّ الحصول عليها:



© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

أ. هل يصحّ القول إنّ معظم موظّفي الشركة يتقنون اللّغة الإنجليزيّة بمستوى جيّد أو أعلى؟

ب. لدى الشركة 875 موظف. فقط 80% منهم أجابوا على الاستبيان.

(1) ما عدد الموظّفين الّذين أجابوا على الاستبيان؟

(2) قرّرت الشركة تمويل دورة اللّغة الإنجليزيّة للموظّفين الّذين صنّفوا كفاءتهم في اللّغة الإنجليزيّة على أنّها أقلّ من «متوسّط». كم عدد الموظّفين الّذين ستتمّ دعوتهم للمشاركة في الدورة؟

(3) كم عدد الموظّفين الّذين ذكروا عن اللّغة الإنجليزية أنّهم "لا يعرفون كيف يتحدّثون اللغة"؟

41. في شارع مشهور في مدينة معيّنة توجد شقق حديقة وشقق مع شرفة وشقق بدون شرفة وشقق على السطح.
يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم، النسبة المئويّة للشقق من كلّ نوع من جميع الشقق في الشارع المذكور.

أ. ما هي نسبة الشقق ذات الشُرفة؟

ب. ضعوا علامة صح / خطأ واشرحوا:

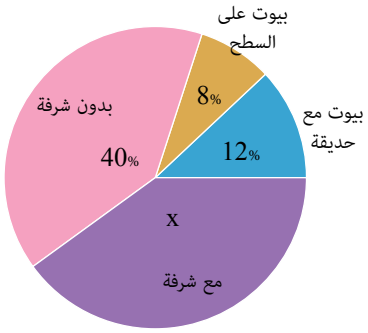
(1) أغلب الشقق على الشارع شقق بدون شُرفة.

(2) الفرق بين عدد شقق الحدائق وعدد شقق السطح هو 4 شقق.

ت. هناك 6 شقق مع حدائق في الشارع.

(1) كم عدد الشقق في هذا الشارع؟

(2) ما الفرق بين عدد شقق السطح وعدد الشقق ذات الشُرفة؟



42. في مجلس إقليميّ معيّن، قاموا بفحص استهلاك الكهرباء حسب نوع الاستهلاك.
تظهر نتائج الاختبار في الرسم البيانيّ الّذي أمامكم.

أ. ما هو نوع استهلاك الكهرباء الأكبر في المجلس؟

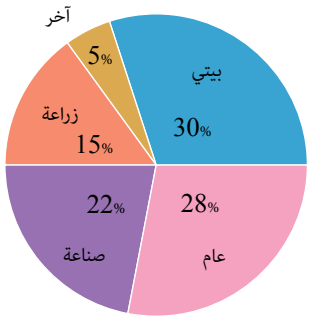
ب. هل يصحّ القول أنّ استهلاك الكهرباء العامّ مع الاستهلاك الصناعيّ تُشكّل غالبية استهلاك المجلس للكهرباء؟

ت. كم مرّة يزيد الاستهلاك المحلّيّ عن الاستهلاك الزراعيّ؟

ث. يُقاس استهلاك الكهرباء في المجلس بوحدات كيلوواط ساعة للمتر المربّع.
معلوم أنّ الاستهلاك المحلّيّ يبلغ 90 ألف كيلوواط ساعة لكلّ متر مربّع.

(1) ما هو الاستهلاك للزراعة؟

(2) ما هو إجماليّ استهلاك المجلس؟



43. يصف الرسم البيانيّ الّذي أمامكم النسبة المئويّة للتلاميذ الّذين يدرسون في الصفوف من الأولى حتّى السادسة من إجماليّ التلاميذ في مدرسة معيّنة.

أ. جدوا النسبة المئويّة للتلاميذ الّذين يدرسون في كلّ من الصفوف الأولى والثالثة والخامسة.

ب. اكتبوا صح / خطأ وعلّلوا:

(1) ربع تلاميذ المدرسة في الصفوف الأولى والثانية.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

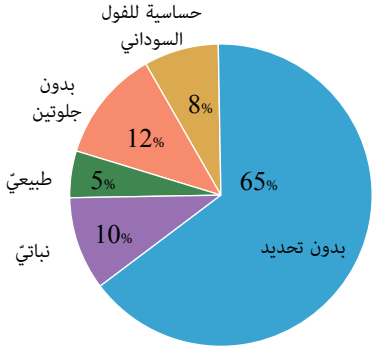
(2) يدرس معظم تلاميذ المدرسة في الصفوف الرابعة والسادسة.

(3) نصف تلاميذ المدرسة هم من تلاميذ الصفوف الخامسة والسادسة.

ت. يدرس في الصفوف الأولى 198 تلميذًا وتلميذة. كم عدد التلاميذ الّذين يدرسون في الصفوف الثالثة، وفي الصفوف الخامسة، وفي المدرسة كلّها؟

ث. هل يمكن عرض البيانات بشكل مختلف؟ علّلوا!

44. استعدادًا لحدث معيّن، تمّ تسليم الرسم البيانيّ التالي إلى شركة التموين.



أ. هل معظم الأشخاص المدعوّين للحدث هم بدون قيود غذائيّة؟

ب. أين يوجد عدد أكبر من المدعوّين: حساسيّة للفول السوداني وحساسيّة للجلوتين أم نباتيّ وطبيعيّ؟ علّلوا

ت. اكتب صح / خطأ وعلّلوا.

(1) عدد النباتيين أكبر بمرّتين من عدد الطبيعيين.

(2) الانتشار النسبيّ للنباتيين أكبر بنسبة 5% من الانتشار النسبيّ للطبيعيين.

(3) يشارك في هذا الحدث 10 نباتيين و 5 طبيعيين.

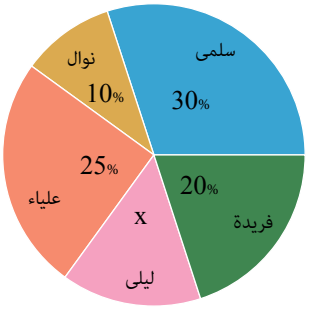
ث. معلوم أنّ 32 شخصًا في الحدث حسّاسون للفول السوداني.

(1) كم عدد الأشخاص الّذين حضروا الحدث؟

(2) كم من الأشخاص الّذين حضروا الحدث هم نباتيّون؟

45. خاض 5 مرشّحين انتخابات قيادة الحزب.

تمّ وصف نتائج الانتخابات بمساعدة الرسم البيانيّ التالي.



أ. هل المتغيّر الّذي تمّ اختباره كمّيًّا أم نوعيًّا؟

ب. ما هي نسبة الأصوات الّتي حصلت عليها ليلى؟

ت. اكتبوا صح / خطأ وعلّلوا:

(1) حصلت علياء على ربع أصوات الناخبين.

(2) حصلت نوال على نصف الأصوات الّتي حصلت عليها فريدة.

(3) حصلتا سلمى وفريدة معًا على غالبية أصوات الناخبين.

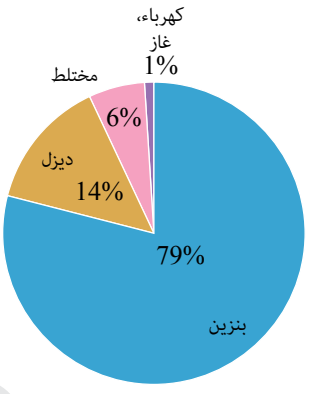
(4) عدد الأصوات الّتي حصلت عليها نوال وليلى يساوي عدد الأصوات الّتي حصلت عليها علياء.

ث. بالنسبة لقيادة الحزب، يتمّ اختيار المرشّح الّذي حصل على أكبر عدد من الأصوات.

حسب الرسم البيانيّ، من تمّ انتخابها لرئاسة الحزب؟

ج. حصلت فريدة على 15000 صوت. كم عدد الأشخاص الّذين صوّتوا بالإجمال؟

46. يصف الرسم البيانيّ الموجود أمامكم توزيع السيّارات في إسرائيل حسب نوع الوقود لعام 2020.



أ. هل المتغير الّذي تمّ اختباره كمّيًّا أم نوعيًّا؟

ب. في عام 2020، هل كان عدد السيّارات ذات الوقود المختلط في إسرائيل يفوق عدد السيّارات الّتي تعمل بالديزل؟ علّلوا!

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ت. هل السيّارات الّتي تعمل بالبنزين أكثر من $\frac{3}{4}$ جميع السيّارات في إسرائيل؟

ث. معلوم أنّه في عام 2020 كان هناك 240 ألف سيّارة تعمل بالوقود المختلط في إسرائيل.

(1) كم عدد السيّارات في إسرائيل هذا العام التي تعمل بالغاز أو الكهرباء؟

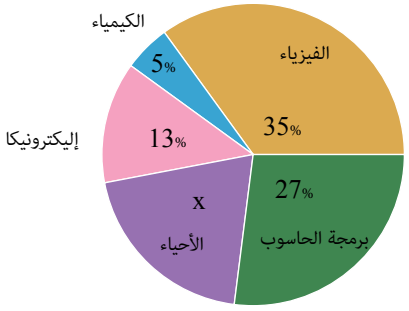
(2) كم عدد السيّارات الموجودة في إسرائيل هذا العام؟

ج. انتقلوا إلى الرابط في نهاية السؤال. وفقًا للرسم البيانيّ 5، كان 47% من استهلاك الوقود في عام 2020 هو استهلاك الديزل. كيف تفسّر الفجوة بين هذا الرقم والمعلومات الواردة في السؤال والّتي تفيد بأنّ 14% فقط من السيّارات تعمل بالديزل؟

(من موقع مركز الأبحاث والمعلومات في الكنيست ، ص 3:)

47. في الاجتماع السنويّ في إحدى المدارس، قرّر التلاميذ اختيار التخصّصات العلميّة، كلّ حسب رغبته.

يصف الرسم البيانيّ الموجود أمامك نتائج قرارات التلاميذ.



أ. ما هي نسبة الّذين اختاروا تخصّص الأحياء؟

ب. أي التخصّصات نسبته أعلى برمجة الحاسوب أم الأحياء؟

ت. ما هو الجزء الّذي يمثّل عدد الّذين اختاروا تخصّص الكيمياء من عدد الّذين اختاروا تخصّص الأحياء؟

ث. من أيّ تخصّص كان أكبر عدد من التلاميذ؟

ج. في الاجتماع، تمّ اقتراح مبادرة لن يتمّ تنفيذها إلّا إذا أيّدها غالبية التلاميذ. ومن المعروف أنّ تلاميذ الكيمياء والأحياء يدعمانها. ابحثوا عن تخصّص إضافيّ، إذا كان تلاميذه يدعمون المبادرة أيضًا، فسيتمّ تنفيذها. (اكتبوا كلّ الخيارات).

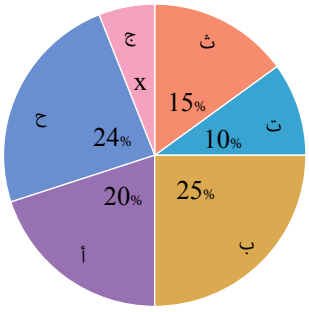
ح. حضر الاجتماع 800 مشارك، 75% منهم من تلاميذ التخصّصات العلميّة والبقيّة من التخصصات الأدبيّة.

(1) كم عدد التلاميذ من التخصّصات العلميّة الّذين شاركوا في الاجتماع؟

(2) احسبوا عدد التلاميذ من كلّ تخصّص علميّ شاركوا في الاجتماع.

48. تنافست ستّة أحزاب في الانتخابات البلديّة. يتمّ وصف نتائج الانتخابات بمساعدة مخطّط الدائرة الموجود أمامكم.

تمّ تمييز الأحزاب بالأحرف «أ» و «ب» و «ت» و «ث» و «ج» و «ح»:



أ. ما هي نسبة الأصوات الّتي حصلت عليها القائمة «ج»؟

ب. الائتلاف هو مجموعة من الأحزاب الّتي لديها أكثر من 50% من الأصوات.
هل يمكن للأحزاب «ت» و «ث» و «ج» تشكيل ائتلاف إذا عارضت الأحزاب الأخرى؟ عللّوا!

ت. شكّل الحزبان «ب» و «ث» كتلة. ابحثوا عن حزب من بين الأحزاب الأخرى، إذا انضمّ إلى هذه الكتلة، سيمنحه الأغلبيّة في البلدية (اذكروا كلّ الاحتمالات).

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ث. يبلغ عدد سكّان المدينة الّتي أجريت فيها الانتخابات حوالي 200000 نسمة. شارك في الانتخابات 64% من السكان.

(1) ما عدد السكّان الّذين شاركوا في الانتخابات؟

(2) اكتبوا في مخطّط الدائرة، بجانب كلّ حزب، عدد السكّان الّذين صوّتوا له.

(3) شكّلت الأحزاب «ب» و «د»، وأحد الأحزاب الأخرى الّتي وجدتها في البند «ت» (من اختيارك) ائتلافًا.
ما عدد السكّان الّذين صوّتوا لهذا الائتلاف؟

ح. بناء التمثيلات المرئيّة

في هذا القسم سوف نتعلّم بناء تمثيلين مرئيّين: مخطّط أعمدة ومخطّط دائريّ.
سوف نتعرّف على الخطوات المختلفة المطلوبة للتنفيذ التدريجيّ حتّى يتمّ رسم المخطّط المناسب.

مثال محلول

لخّصت وكالة بيع درّاجات ناريّة نشاطها في مجال بيع الدرّاجات الناريّة لمدّة 5 أشهر، من شهر تشرين الأوّل إلى شهر شباط، وحصلت على النتائج التالية:

تمّ بيع 50 درّاجة ناريّة في شهر تشرين الأوّل، و 30 درّاجة ناريّة بيعت في شهر تشرين الثاني، وبيعت 20 درّاجة ناريّة في شهر كانون الأوّل، وبيعت 60 درّاجة ناريّة في شهر كانون الثاني، و 40 درّاجة ناريّة في شهر شباط.

أ. ارسم مخطّط أعمدة مناسبًا.

ب. ارسم مخطّطًا دائريًّا مناسبًا.

الحلّ:

أ. **رسم مخطّط الأعمدة**

سنعرض خطوات رسم مخطّط الأعمدة.

الخطوة الأولى - الجدول

هذه الخطوة ليست ضروريّة، لكنّها مفيدة للغاية. من الملائم تلخيص البيانات اللفظيّة في الجدول على النحو التالي:

الشهر	تشرين الأوّل	تشرين الثاني	كانون الأوّل	كانون الثاني	شباط
عدد الدرّاجات الناريّة الّتي بيعت	50	30	20	60	40

الخطوة الثانية - التخطيط:

يوجد مخطّط الأعمدة على نظام محاور. قبل رسم المحاور، يجب أن تقرّروا ما يمثّله كلّ محور.

عادةً ما يمثّل المحور الأفقيّ (المحور x) المتغيّر - في هذا المثال، الشهر.

يمثّل المحور العموديّ (المحور y) التكرار (عدد مرّات ظهور كلّ متغيّر) - في هذا المثال، عدد الدرّاجات الناريّة المبيعة.

سنحدّد على المحور x المتغيّر «الشهر» - تمّ تحديد 5 أشهر. لذلك سنحدّد 5 تسنينات ونكتب أسماء الأشهر بالترتيب.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

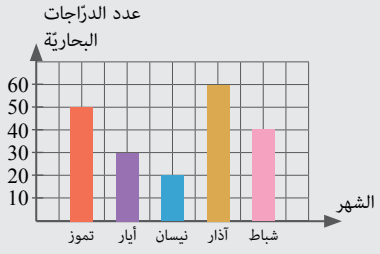
المحور y هو محور التكرار، والقيم (عدد الدرّاجات الناريّة) في عشرات كاملة تصل إلى 60. لذلك، سوف نحدّد 6 تسنينات من 10 إلى 60.

انتبهوا!

- لن نحدّد التسنينات مثل ... 1،2،3، لأنّه في هذه الحالة ستكون الأعمدة عالية جدًّا وسيكون رسمها مرهقًا جدًّا.
- لن نحدّد التسنينات بقفزات كبيرة جدًّا ... 150، 100، 50، لأنّه في هذه الحالة سيكون من الصعب أن نكون دقيقين في قراءة ارتفاعات الأعمدة من الرسم البيانيّ.

الهدف هو أن يعرض المخطّط البيانات بأوضح طريقة ممكنة.

هذا هو السبب في أن مرحلة التخطيط مهمّة للغاية.



الخطوة الثالثة - رسم مخطّط الأعمدة

فوق التسنينات الّتي تظهر على المحور x، نرسم مستطيلات متساوية العرض بفواصل متساوية بينها.

سنستخدم الجدول الّذي أنشأناه، ونقوم بإدخال أعمدة (مستطيلات) يكون «ارتفاعها» مساويًا للتكرار. في هذا المثال هو عدد الدرّاجات النارية المبيعة.

لنلخّص خطوات رسم مخطّط الأعمدة:

1. تنظيم المعلومات اللّفظيّة - ويفضّل أن يكون ذلك في جدول. هذا ليس ضروريًّا، ولكنّه مفيد جدًّا.
2. تخطيط هيئة المحاور: رسم المحاور والتسنينات وتسجيل العناوين بجوار المحاور والكتابة على المحاور.
3. رسم الأعمدة (المستطيلات) التي يساوي «ارتفاعها» للتكرارات الّتي تظهر في الجدول.

ب. **رسم مخطّط دائرة**

الخطوة الأولى - الجدول

سنضيف إلى الجدول الّذي أنشأناه سابقًا، سطرًا يحتوي على **التكرار النسبيّ**، وسنضيف عمودًا **للإجمال**.

دعونا نُجمِل سطر التكرار أوّلًا - المحدد باللّون الأحمر.

بعد ذلك، سنملأ سطر التكرار النسبيّ (بالنسبة المئوية) - المحدد باللّون الأزرق.

أخيرًا، سنُجمِل سطر التكرار النسبيّ ونتأكّد من أنّ المجموع 100% - المحدّد باللون الأخضر.

الشهر	تشرين الأوّل	تشرين الثاني	كانون الأوّل	كانون الثاني	شباط	المجموع
عدد الدرّاجات الناريّة الّتي بيعت	50	30	20	60	40	50+30+20+60+40=200
التكرار النسبيّ (بالنسبة المئويّة)	$\frac{50}{200}\cdot 100\%$ =25%	$\frac{30}{200}\cdot 100\%$ =15%	$\frac{20}{200}\cdot 100\%$ =10%	$\frac{60}{200}\cdot 100\%$ =30%	$\frac{40}{200}\cdot 100\%$ =20%	25%+15%+10%+30%+20%=100%

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الخطوة الثانية - التخطيط

لكي نرسم دائرة مقسّمة، سيتعيّن علينا تقسيمها إلى قطاعات، أيّ أنّنا سنقسّم الزاوية المركزيّة البالغة 360 درجة إلى زوايا تناسب التكرار النسبيّ. يتوافق كلّ قطاع مع تكراره النسبيّ، وبالتالي فهو يتوافق مع الجزء النسبيّ من الدائرة.

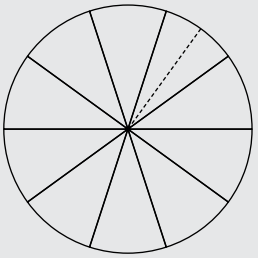
سنضيف إلى الجدول سطرًا **بحجم الزاوية المركزيّة**، ونكملها بضرب كلّ عدد يظهر في سطر التكرار النسبيّ بزاوية 360 درجة - المحدّد باللّون الأرجوانيّ.

أخيرًا، سنُجمِل سطر الحجم الزاويّ المركزيّ ونتأكّد من أن المجموع 360 درجة - المحدّد باللون البرتقالي.

الشهر	تشرين الأوّل	تشرين الثاني	كانون الأوّل	كانون الثاني	شباط	المجموع
عدد الدرّاجات الناريّة الّتي بيعت	50	30	20	60	40	50+30+20+60+40=200
التكرار النسبيّ (بالنسبة المئويّة)	25%	15%	10%	30%	20%	100%
حجم الزاوية المركزيّة	$0.25 \cdot 360° = 90°$	$0.15 \cdot 360° = 54°$	$0.1 \cdot 360° = 36°$	$0.3 \cdot 360° = 108°$	$0.2 \cdot 360° = 72°$	90°+54°+36°+108°+72°=360°

الخطوة الثالثة - ارسموا مخطّط دائرة

لنرسم دائرة ونقسّمها إلى 10 أجزاء متساوية أي حجم كلّ زاوية 36^0 ($360^0 : 10 = 36^0$).



سنقسّم أحد القاطاعات إلى جزأين متساويين، أيّ حجم كلّ زاوية

18^0 ($36^0:2 = 18^0$) - انظروا الخطّ المتقطّع.

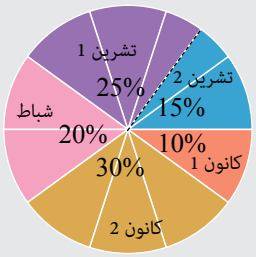
تشرين الأوّل: 90^0 مناسبة لقطاعين ونصف، لأنّ $36^0 \cdot 2 + 18^0 = 90°$.

تشرين الثاني: 54^0 مناسبة لقطاع ونصف، لأنّ $36^0 + 18° = 54°$.

كانون الأوّل: 36^0 مناسبة لقطاع واحد.

كانون الثاني: 108^0 مناسبة 3 قطاعات، لأنّ $36^0 \cdot 3 = 108^0$.

شباط: 72^0 مناسبة لقطاعين، لأنّ $36^0 \cdot 2 = 72^0$.



سوف نعرض توزيع عدد الدرّاجات الناريّة في الأشهر المختلفة في هذا المخطّط الدائريّ، أي سنكتب في كل قطاع قيم المتغيّر (الأشهر) وتكرارها النسبيّ.

انتبهوا! يتمّ الحفاظ على النسبة في أيّ طريقة عرض. على سبيل المثال في شهر تشرين الأوّل:

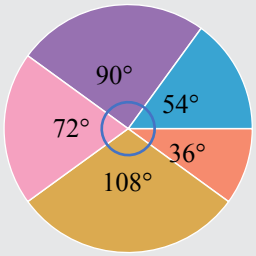
$$\underset{\text{عدد الدرّاجات الناريّة}}{\frac{50}{200}} = \underset{\text{النسبة المئويّة}}{\frac{25}{100}} = \underset{\text{الزاوية المركزيّة}}{\frac{90^o}{360^o}} = \underset{\text{الحساب النسبيّ}}{\frac{1}{4}}$$

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

إثراء:

يمكنك رسم دائرة مقسّمة إلى قطاعات، حسب أحجام الزوايا المركزيّة الّتي تلقيناها.

للرسم بدقّة، عليكم استخدام فرجار ومنقلة ومسطرة. لا حاجة لكتابة حجم الزوايا الّتي رسمتموها في الرسم البيانيّ.



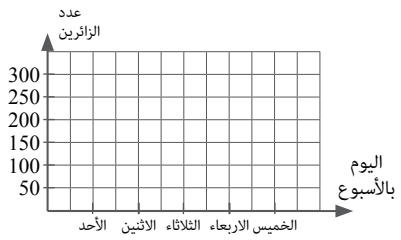
دعونا نُجمِل خطوات رسم مخطّط دائريّ

1. تنظيم المعلومات اللّفظيّة - ويفضّل أن يكون ذلك في جدول.
2. حساب التكرار النسبيّ لكلّ من قيم المتغيّر.
3. حساب حجم الزوايا المركزيّة المقابلة.
4. رسم دائرة مقسّمة إلى أقسام حسب أحجام الزوايا المركزيّة.
5. تسجيل قيم المتغيّر والتكرار النسبيّ داخل القطاعات.

49. في الأسبوع الأوّل من افتتاح مسبح الحيّ، أحصوا عدد الزائرين حسب أيّام الأسبوع.

يوم الأحد - 50 زائرًا، يوم الاثنين - 100 زائر، يوم الثلاثاء - 200 زائر،

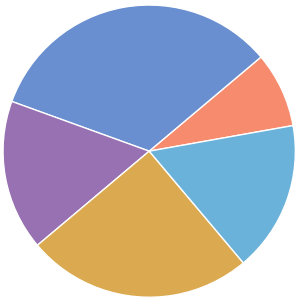
يوم الأربعاء - 100 زائر، يوم الخميس - 150 زائرًا.



أ. انسخوا الجدول إلى دفتركم وأكملوه.

اليوم من الأسبوع	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد الزائرين					

ب. انسخوا هيئة المحاور في دفتركم، ومثّلوا البيانات باستخدام مخطّط الأعمدة.



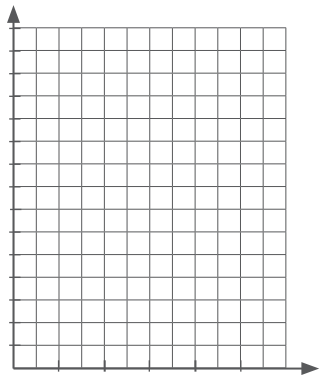
ت. انسخوا المخطّط الدائريّ إلى دفتركم، وأدخلوا البيانات فيه

وبحسب موقع كلّ «الحصّة»، وهي عبارة عن زوار كلّ يوم من الأيّام من الأحد حتّى الخميس.

50. يبيع متجر أثاث أرائك من نفس الطراز، ولكن بألوان مختلفة. في نهاية شهر معيّن، قام صاحب المتجر ببناء جدول توزيع مبيعات الأرائك وفقًا للألوان المختلفة.

تمّ الحصول على الجدول التالي:

لون الأريكة	أحمر	أزرق	رماديّ	أسود	أبيض
عدد الأرائك	15	65	5	15	10



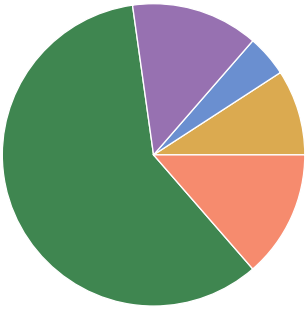
أ. ما عدد الأرائك الّتي باعها صاحب المحلّ إجمالًا خلال الشهر؟

ب. انسخوا هيئة المحاور في دفتركم، وأضيفوا العناوين بجوار المحاور والتسنينات وفقًا للقيم الموجودة في الجدول.

ت. اعرضوا البيانات باستخدام مخطّط الأعمدة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ث. انسخوا مخطّط الدائرة في دفتركم، وأدخلوا ألوان الأرائك فيه حسب كمّيّات الأرائك المبيعة.



51. ينتج مصنع شاحنات ثقيلة تستخدم بشكل رئيسيّ في نقل موادّ البناء.
أنتج المصنع 500 شاحنة في عام 2017، و 200 شاحنة في عام 2018، و 600 شاحنة في عام 2019، و 500 شاحنة في عام 2020، و 200 شاحنة في عام 2021.

أ. قوموا بتركيز جميع المعلومات الشفهيّة في الجدول التالي، واكتبوا العدد الإجماليّ للشاحنات الّتي ينتجها المصنع في السنوات الخمس جميعها.

السنة	2017				
عدد الشاحنات	500				

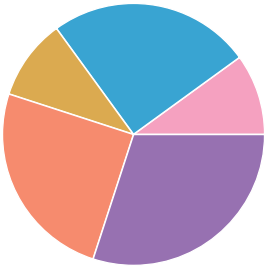
ب. تخطيط هيئة المحاور: ارسموا المحاور والتسنينات، اكتبوا العناوين بجوار المحاور والكلمات على المحاور.

ت. ارسموا مخطط أعمدة مناسب.

ث. أضيفوا سطرًا للتكرار النسبيّ وعمودًا إجماليًّا للجدول وأكملوه.

السنة	2017					المجموع
عدد الشاحنات	500					
التكرار النسبيّ	25%					

ج. أضيفوا قيم المتغيّر والتكرارات النسبيّة إلى المخطّط الدائريّ المحدّد.



52. ينتج مصنع أربعة أنواع من المنتجات. في شهر معيّن أنتج المصنع الكمّيّات التالية:
المنتج «أ» - 500 منتج، المنتج «ب» - 250 منتجًا، المنتج «ت» - 150 منتجًا، المنتج «ث» - 100 منتج.

أ. انسخوا الجدول إلى دفتركم وأكملوه.

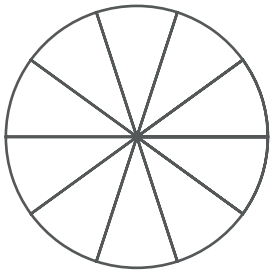
نوع المنتج	«أ»	«ب»	«ت»	«ث»	المجموع
عدد المنتجات					
الانتشار النسبيّ					
حجم الزاوية المركزيّة					

ب. ارسموا مخطّط أعمدة مناسب.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ت. هذا رسم بيانيّ لدائرة مقسّمة إلى 10 أجزاء متساوية.

استعينوا بالتقسيم واعرضوا توزيع المنتجات من كلّ نوع في هذا المخطّط الدائريّ.



53. في يوم الأعمال الخيرية، تطوّع تلاميذ الصفوف العاشرة والحادية عشر لأنشطة المجتمع.

تطوّع 25 تلميذًا لطلاء منازل للمسنين، وخرج 125 تلميذًا لتنظيف الشواطئ، وشارك 250 تلميذًا في المدارس الابتدائيّة في المدينة وتطوّع 100 تلميذ لتعبئة الطعام للمحتاجين.

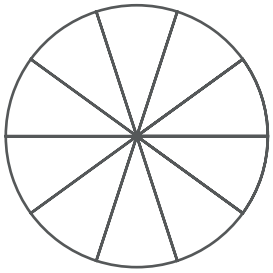
أ. ركّزوا المعلومات في الجدول التالي:

نوع العمل التطوعيّ	طلاء جدران المنازل	تنظيف الشواطئ	المدارس الابتدائيّة	تعبئة الطعام	المجموع
عدد التلاميذ					
الانتشار النسبيّ					
حجم الزاوية المركزيّة					

ب. ارسموا مخطّط أعمدة مناسب.

ت. هذا رسم بيانيّ لدائرة مقسّمة إلى 10 قطاعات متساوية.

استعينوا بالتقسيم وأظهروا توزيع أنواع التطوّع في هذا المخطّط الدائريّ.



© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الإجابات - استخلاص النتائج من المعلومات

مهمة افتتاحيّة

أ. نعم، كلّ عام تمّ بيع 10 أفران خبز أكثر من العام الّذي سبقه: في عام 2000 تمّ بيع 40 فرنًا للخبز، وفي عام 2021 تمّ بيع 50 فرنًا للخبز (10 أكثر من عام 2000)، وفي عام 2002 تمّ بيع 60 فرنًا للخبز (10 أكثر ممّا كانت عليه في عام 2001).

ب. رسم بيانيّ I

ازدادت كمّيّة الأفران المبيعة على مر السنين، لذلك يُلاحَظ أن أجزاء الدائرة لن تكون متساوية (أو متساوية تقريبًا) كما هو موضح في الرسم البيانيّ II.

كما أنّه، في الرسم البيانيّ II، يوضّح الجزء الأصغر من الدائرة كمّيّة الأفران الّتي تمّ بيعها في عام 2000 - نعلم أنّه في هذا العام تمّ بيع أقلّ عدد من الأفران. يصف الجزء الأوسط من الدائرة عام 2001 ويصف الجزء الأكبر من الدائرة عام 2002 - ومن المعروف أنّه تمّ بيع معظم الأفران في هذا العام.

ت. حتّى في بيع الثلّاجات، نرى أنّ عدد الثلّاجات المبيعة كلّ عام آخذ في الازدياد. في كلّ عام يتمّ بيع 15 ثلّاجة إضافيّة: في عام 2000 تمّ بيع 15 ثلّاجة، وفي عام 2001 تمّ بيع 30 ثلّاجة (بزيادة 15 ثلّاجة عن عام 2000) ، وفي عام 2002 تمّ بيع 45 ثلّاجة (بزيادة 15 ثلّاجة عن عام 2001).

ث. حسب معدّل الزيادة في المبيعات :

	2000		2001		2002		2003		2004		2005
ثلّاجات	15	+15	30	+15	45	+15	60	+15	75	+15	90
أفران	40	+10	50	+10	60	+10	70	+10	80	+10	90

الإجابة: في عام 2005، ستكون مبيعات الثلّاجات والأفران متساوية.

بين عامي 2000 و 2002، ازدادت كمّيّة الثلّاجات المبيعة من 15 ثلّاجة إلى 45 ثلّاجة. احسبوا النسبة المئويّة للزيادة في المبيعات:

كمّيّة الثلّاجات المبيعة في عام 2000: 15 ↔ 100%

كمّيّة الثلّاجات المبيعة في عام 2002: 45 ↔ x%

$$\frac{100}{x}=\frac{15}{45} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{45\cdot 100}{15}=300\%$$

من 15 ثلّاجة الّتي هي 100% ارتفعت المبيعات إلى 45 ثلّاجة الّتي هي 300%.

الإجابة: الزيادة في مبيعات الثلّاجات 200%=100%−300%.

قراءة المعلومات التمثيليّة المرئيّة وبناء التمثيل المرئيّ

1. أ) كمّيّ ب) كمّيّ ت) نوعيّ ث) نوعيّ ج) كمّيّ
   ح) الكمّيّ خ) النوعيّ د) النوعيّ ذ) الكمّيّ ر) الكمّيّ
2. أ) + ب) أمثلة
3. أ) منفصل ب) مستمرّ ت) مستمرّ ث) منفصل ج) منفصل
   ح) مستمرّ خ) مستمرّ د) مستمرّ ذ) منفصل ر) منفصل
4. أ) + ب) أمثلة
5. أ) 6^{00} ب) 14^{00} ت) (1) 160 كم (2) 280 كم (3) 560 كم (4) 440 كم
   ث) (1) 9^{00} (2) 14^{00} (3) 10^{30} (4) 12^{30}
   ج) (1) 160 كم (2) 240 كم (3) 280 كم (4) 320 كم
6. أ) 10^{00} ب) 17^{30} ت) 12^{30} لمدّة 3 ساعات
   ث) (1) 4 كم (2) 10 كم (3) 10 كم (4) 14 كم
   ج) (1) 11^{30} (2) 16^{00} (3) 10^{30} (4) 17^{30}

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ح) 8 كم خ) 4 كم / س = $\frac{8}{2}=\frac{\text{فرق المسافات}}{\text{فرق الأوقات}}$

7. أ) الوقت ، المسافة بالكيلومتر ب) 9^{00} ت) 480 كم ث) 240 كم، 60 كم ج) 12^{00}، 7^{30}
ح) 10^{00}، 8^{30} خ) ساعتان د) 4 ساعات ذ) 240 كم / س = $\frac{480}{2}$ ي) 120 كم / س = $\frac{480}{4}$

8. أ) 5^{00}، 13^{30} ب) $8\frac{1}{2}$ ساعة ت) نعم، من 7^{30} إلى 8^{30}، أيّ ساعة ث) 16 كم ج) 6^{00}، 11^{30}
ح) 7^{00}، 9^{30} خ) 40 كم د) في الذهاب والإياب الطريق نفس الطول، لكن في الذهاب الوقت أقلّ ذ) 4 كم / ساعة

9. أ) 50 درجة ب) بعد 4 دقائق ت) 2.5 دقيقة ث) 7 دقائق ج) 45 درجة
ح) تصاعديّ: ما بين 0 دقيقة و 4 دقائق، بين 6.5 دقيقة و 7 دقائق، تنازليّ: بين 8 دقائق و 10.5 دقيقة،
ثابت: ما بين 4 دقائق و 6.5 دقائق، بين 7 دقائق و 8 دقائق. خ) 120 درجة

10. أ) 375 لترًا ب) 11، 13، 20 ت) 475 لترًا ث) 15-12، 30-20 ج) نعم ح) لا، بقي فيها 50 لترًا
خ) 8-4، 10-9، 18-15 د) بين 9-8، 125 لترًا في الدقيقة ذ) بنسبة 37.5%
ر) (1) ليس من الممكن معرفة ما إذا كان الخزّان مملوءًا بالفعل، على الرغم من أنّ الكمّيّة القصوى معطاة في الرسم البيانيّ.
(2) على سبيل المثال، متى سيكون الخزّان فارغًا؟ لا توجد معلومات ماذا سيحدث بعد 30 دقيقة.

11. أ) هذا العام، عدد مراكز الإرسال الخلويّ في إسرائيل ب) 8696 ت) 2012، 2017، 2018
ث) 2014، 9723 ج) بين 2014 و 2018 ح) 892 مركز إذاعيّ في السنة خ) (2)

12. أ) ساعات اليوم، حجم الماء المستوعب في الساعة ب) (1) 16 ملّل / ساعة (2) 10 ملل / ساعة ت) لا، إنّها متساوية
ث) (1) حوالي 10^{00} (2) حوالي 5^{00} و 14^{00} ج) انخفضت ح) 10^{00}، 21 ملّل / ساعة خ) 2 ملّل / ساعة

13. أ) 25 كم / س ب) بين 12^{30} و 13^{00} ت) 70 كم / س ث) 0 كم / س ج) بين 13^{00} و 15^{30}
ح) 11^{30}، 14^{00}، 17^{30} خ) بين 15^{30} و 16^{00}، 70 كم / س د) بين 10^{00} و 17^{30} ذ) بنسبة 75%

14. أ) درجة الحرارة العليا: عند 10^{00}، ودرجة الحرارة الدنيا: عند 14^{00} ب) 16 درجة مئويّة
ت) 3.5 درجة في الساعة ث) بين 8^{00} و 10^{00} ج) بين 10^{00} و 14^{00} ح) 12^{00}، 17^{00}
خ) سالبة: 17^{00}-12^{00}، موجبة: 12^{00}-8^{00}، 20^{00}-17^{00} د) 28.57%

15. أ) 8° , 4°− ب) تمّ قياس 5° درجات: 11^{00}، 17^{00}؛ تمّ قياس 3°− درجات: 5^{00}، 21^{00} ت) 4^{00}-15^{00}
ث) 19^{00}، 6^{00} ج) 6^{00}-19^{00} ح) درجة الحرارة العليا 15^{00} ودرجة الحرارة الدنيا 4^{00}
خ) 17° − (−7°) = 10° د) 2.5 درجة لكلّ ساعة = $\frac{10}{4}=\frac{10-0}{19-15}$ ذ) بين 10^{00} و 15^{00}، لأنّ متوسّط معدّل التغيير بين 10^{00} و 15^{00} هو 1.4 درجة في الساعة = $\frac{7}{5}°$، بين 6^{00} و 10^{00} متوسّط معدّل التغيير هو 0.875 درجة في الساعة = $\frac{3.5}{4}°$، 0.875< 1.4.

16. أ) التلميذ "ج" ب) التلميذ "ت" ت) التلميذ "ث" ث) التلميذ "ب"

17. أ) المحور الأفقيّ - الشهر، المحور العموديّ - عدد المرضى ب) 3 ت) نيسان 9 مرضى ث) 8
ج) أيّار وأيلول ونيسان ح) 45

18. أ) 700 ب) (1) صحيح (2) صحيح (3) خطأ ت) الأقحوان ث) الأوركيد والأقحوان والبتونيا ج) 2600

19. أ) المحور الأفقيّ - العمر بالسنوات، المحور العموديّ - عدد النقاط ب) سنتان - 3 نقاط، ستّة أشهر - نقطتان
ت) 7 نقاط ث) فوق 5 سنوات ج) قفزة من 3 نقاط (من 4 إلى 7)، وتحدث فوق سن 5 وحتّى سن 7 (ضمنًا) ح) جرعة الطفل بعمر 4 سنوات 4 نقاط وللأطفال 6 سنوات 7 نقاط. 7 + 4> 10 ، لذا فإنّ الكمّيّة لن تكون كافية. خ) لا د) على سبيل المثال: 5 نقاط، 9 نقاط.

20. أ) 14 كغم - 190 غرامًا من الطعام، 5 كغم - حوالي 85 غرامًا من الطعام
ب) يتمّ إعطاء 150 غرامًا من الطعام لكلب يزيد وزنه عن 7.5 كغم ولكن لا يزيد عن 10 كغم، ويعطى 190 غرامًا من الطعام للكلب الذي يزيد وزنه عن 12.5 كغم ولا يزيد عن 15 كغم. ت) حتّى 12.5 كغم ث) نعم
ج) 30.43%

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

21. أ) 4 سيّارات ب) 20 لترًا ت) السيّارة الثالثة ث) السيّارة الثانية، حمولتها حوالي 25 لتراً من الوقود.
ج) السيّارة الرابعة 2.5 لتر في الدقيقة ح) 10 لترات في السيّارتين. خ) بعد دقيقتين إضافيتين.

22. أ) 1500، 2500، 2000 ب) 4 مرّات - في الأيام: 18، 12، 8، 5 ت) اليومان 12 و 13 د) 5 مرات
ث) يوم واحد ج) كان الطلب في اليوم الـ 11، وصلت المنتجات في اليوم الـ 12 ، 3000 منتج

23. أ) عدد أيام الإجازة، كمّيّ ب) التكرار (عدد الموظفين)
ت) (1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 0 ث) 3 ج) 4 أيّام ، 8 عمّال ح) 25 عاملًا

24. أ) مستوى الرضا ب) التكرار (عدد التلاميذ) ث) (1) 11 (2) 2 (3) 5 (4) 8
ج) 31 ح) 19 من 31، أكثر من النصف، لذلك سيطلب المعلّم النشاط مرّة أخرى. خ) 25.81%

25. أ) العلامة ب) كمّيّ ت) (1) 8 (2) 8 (3) 10 (4) 7 ث) 70، 90 ؛ 100، 50
ج) العلامة 80 ، التكرار 10 ح) 35 خ) (1) 6 (2) 8 (3) 10 (4) 7

26. أ) اسم العائلة ب) نوعيّ ت) الاستهلاك السنوي (بالكيلوغرام)
ث) (1) 6.2 كغم (2) 8.9 كغم (3) 6.3 كغم (4) 13.6 كغم
ج) خالد وإبراهيم وحنّا ح) 26.1 كغم خ) 43.55%

27. أ) (1) 3 (2) 0 (3) 7 (4) 21 ب) 1 ت) 0 ، 4 ، 6 ث) 25 تلميذًا ج) 20%

28. أ) (1) 697 (2) 472 (3) 276 (4) 1128 ب) أيلول وتشرين اوّل وتشرين ثاني ت) 2101
ث) بين تشرين اوّل وتشرين ثاني 245 متطوّعًا هـ) 32.28%

29. أ) 50.1 ألف جهاز ب) 2018-2020 ت) ازدياد ث) بين 2019-2020 ج) 194.41%

30. أ) (1) 12 (2) 8 (3) 14 (4) 7 ب) (1) 17-14 سنة (2) 11-4 شهرًا (3) +18 سنة (4) 3-0 أشهر
ت) الحد الأقصى: 3-0 أشهر، الحد الأدنى: 18 عامًا فأكثر ث) (1) صواب (2) صواب (3) خطأ

31. أ) السنة، عدد المنشورات ب) 335 ت) 2016 ، 2015 ث) في 2010 ، 228 منشورًا
ج) (1) صواب (2) صواب (3) خطأ، زادت بنسبة 26.18%

32. أ) العام، عدد السكان ب) 1986 ت) 2014-2016 ث) عام 2021، 2717 ساكناً
ج) 1805 ح) ارتفاع: 2014-2017، 2018-2019، 2020-2021 ؛ انخفاض: ارتفاع: 2019-2020 خ) 25.43%

33. أ) 159000 ب) القدس 919000 ت) بئر السبع، نتانيا، أشدود، بتاح تكفا
ث) 168.000 ساكنًا هـ) 59.15%

34. أ) 38.2 ألف ميجاوات ب) 20.55% ت) 115.55 ألف ميجاوات ث) عام 2009
ج) بين عامي 2001 و 2002 ح) بين عامي 2002 و 2003 15.06% خ) 121 ألف ميغاواط

35. أ) على سبيل المثال:
(1) أيّ مجال تخصّص له أكبر عدد من المهندسين في إسرائيل؟ (كهرباء)
(2) ما هي النسبة المئويّة لعدد المهندسين المعماريين أقلّ من عدد المهندسين الميكانيكيين؟ (بنسبة 66.81%)
ب) على سبيل المثال:
(1) في أيّ سنوات حدثت زيادة في عدد المهندسين الكيميائيين؟
(2) ما هي التخصّصات الأخرى الموجودة؟

36. تحقّق من إجاباتك مع المعلّم.

37. أ) الصفّ التاسع ب) الصفّ السابع ت) الصفوف 11، 12 ث) 52%
ج) 48% ح) في المدرسة الإعداديّة خ) 100%

38. أ) 30% ب) نعم، لأنّ كمّيّة المنتجات أكبر من 50% ت) في السوق المحلّيّ

39. أ) نوعيّ ب) A ت) AB ث) غير صحيح
ج) صحيح، 36% لديهم فصيلة دم O، لذلك 64% ليس لديهم فصيلة دم O، **50**% < **64**% ح) 57

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

40. أ) نعم ب) (1) 700 (2) 203 (3) 91

41. أ) 40% ب) (1) غير صحيح (2) غير صحيح، الفرق في النسب هو 4%، لكن من غير معروف عدد الشقق 4% من عدد الشقق في الشارع. ت) (1) 50 شقّة (2) 4 شقق على السطح، 20 شقّة مع شرفة، الفرق 16.

42. أ) الاستهلاك المحلّيّ ب) لا، هو بالضبط نصف الاستهلاك. ت) مرّتين
ث) (1) 45000 كيلوواط ساعة لكلّ متر مربّع (2) 300000 كيلو واط ساعة لكلّ متر مربّع

43. أ) الصفّ الأوّل - 11%، الصفّ الثالث - 11%، الصفّ الخامس - 22%
ب) (1) صواب (2) صواب (3) خطأ
ت) الصفّ الثالث - 198 ، الصفّ الخامس - 396، في المدرسة كلّها - 1800 تلميذًا.
ث) نعم، مخطّط أعمدة أو جدول تكراريّ.

44. أ) نعم، 50% <65% ب) حساسيّة للفول السودانيّ وخالية من الغلوتين.
ت) (1) صحيح (2) صحيح (3) ليس بالضرورة صحيحًا ث) (1) 400 (2) 40

45. أ) نوعيّ ب) 15% ت) (1) صواب (2) صواب (3) خطأ (4) صواب ث) الحدّ الأقصى ج) 75000

46. أ) نوعيّ ب) لا، هناك المزيد من السيّارات الّتي تعمل بالديزل، 6% <14%
ت) نعم، 79% <75% = $\frac{3}{4}$ ث) (1) 40000 (2) 4،000،000
ج) السيّارات الّتي تعمل بالديزل هي في الأساس سيّارات ثقيلة تسافر لمسافات طويلة، وبالتالي فاستهلاكها للوقود مرتفع نسبيًّا.

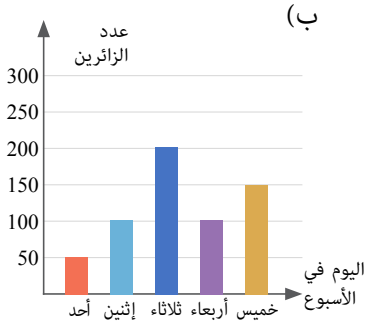
47. أ) 20% ب) برمجة الحاسوب ت) $\frac{1}{4}$ ث) الفيزياء ج) الفيزياء أو برمجة الحاسوب
ح) (1) 600 (2) الفيزياء - 210، برمجة الحاسوب - 162، الأحياء - 120، إليكترونيكا - 78، الكيمياء - 30.

48. أ) 6% ب) لا ج) "أ" أو "ح" د) (1) 128000
(2) حزب "أ" - 25600، حزب "ب" - 32000، حزب "ت" - 12800، حزب "ث" - 19200، حزب "ج" - 7680، حزب "ح" - 30.720 (3) أ+ب+ث - 76800، ب+ث+ح - 81920

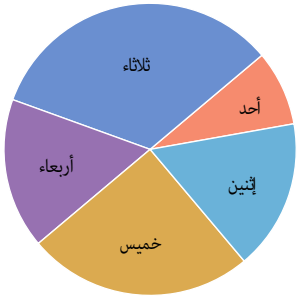
49. أ)

اليوم في الأسبوع	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد الزائرين	50	100	200	100	150

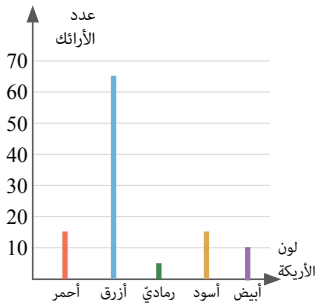
ب)



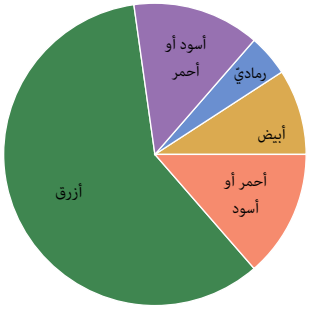
ت)



50. أ) 110 أريكة ب ، ت)



ث)

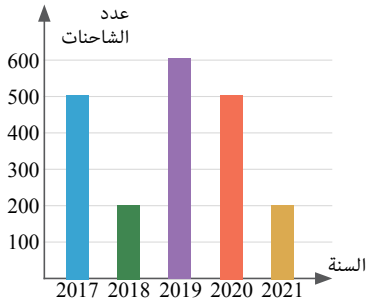


© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

51. أ)

السنة	2021	2020	2019	2018	2017
عدد الشاحنات	200	500	600	200	500

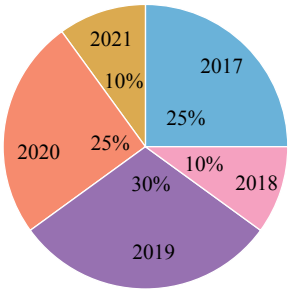
ب-ت)



ث)

السنة	2021	2020	2019	2018	2017	المجموع
عدد الشاحنات	200	500	600	200	500	2000
التكرار النسبيّ	10%	25%	30%	10%	25%	100%

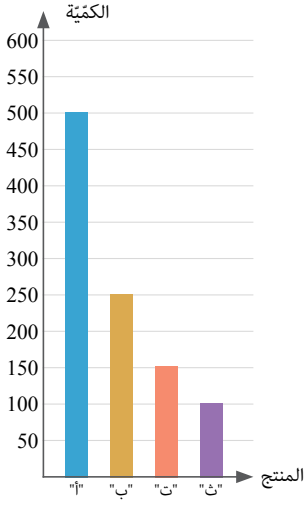
ج)



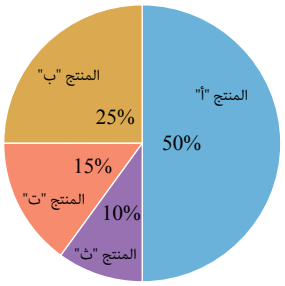
52. أ)

نوع المنتج	"أ"	"ب"	"ت"	"ث"	المجموع
عدد المنتجات	500	250	150	100	1000
التكرار النسبيّ	50%	25%	15%	10%	100%
حجم الزاوية المركزيّة	180°	90°	54°	36°	360°

ب)



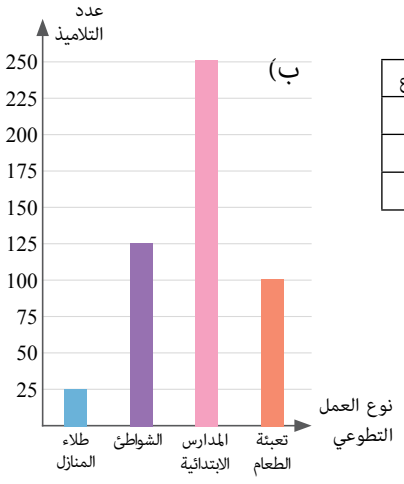
ت)



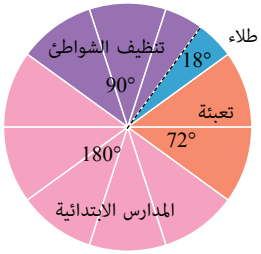
53. أ)

نوع العمل التطوعيّ	طلاء المنازل	تنظيف الشواطئ	المدارس الابتدائية	تعبئة الطعام	المجموع
عدد التلاميذ	25	125	250	100	500
التكرار النسبيّ	5%	25%	50%	20%	100%
حجم الزاوية المركزيّة	18°	90°	180°	72°	360°

ب)



ت)



© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الملحق "أ"

سنراجع في هذا الملحق **حلّ المعادلات من الدرجة الأولى والثانية مع متغيّر واحد** (بما في ذلك الكسور ومتغيّر في المقام).

ما الّذي سنراجعه؟

- ✔ معادلات الدرجة الأولى (الخطّيّة).
- ✔ معادلات الدرجة الثانية (التربيعيّة).

إجابات التمارين الموجودة في هذا الملحق - ص 253.

أ. معادلات من الدرجة الأولى

تذكير

حلّ المعادلة: العدد (أو مجموعة الأعداد)، والّتي عندما نعوّضها مكان المتغيّر، ينتج عنها مساواة عدديّة بين طرفيّ المعادلة.

- ✔ إذا تمّ الحصول على المساواة $a = 0$ في حلّ المعادلة، أيّ $0 \cdot x = a$ (حيث يكون a عددًا مختلفًا عن 0)، فلا يوجد حلّ للمعادلة.
- ✔ إذا تمّ الحصول على المساواة $0 = 0$ في حلّ المعادلة، أيّ $0 \cdot x = 0$ ، فإنّ كلّ قيمة x هي حلّ المعادلة، لذلك فإنّ المعادلة لها حلول لا نهائيّة.
- ✔ في المعادلات الّتي يظهر فيها المتغيّر في المقام، قد تكون هناك قيم x لا يمكن تعويضها فيها، لأنّه عندئذٍ سيتمّ الحصول على تعبير لا معنى له. هذه القيم لا تنتمي إلى مجال تعويض المعادلة.

أمثلة محلولة

حلّوا المعادلات التالية :

أ. $3(x - 2) - 2(3x - 1) = 14$

$3x - 6 - 6x + 2 = 14$

$-3x - 4 = 14 \quad / + 4$

$-3x - 4 + 4 = 14 + 4$

$-3x = 18 \quad / : (-3)$

$\boxed{x = -6}$

فحص:

نعوّض $x = -6$ في المعادلة الأصليّة.

$3(-6 - 2) - 2(3(-6) - 1) \stackrel{?}{=} 14$

$14 = 14$

حصلنا على مساواة، إذًا الحلّ صحيح.

ب. $(x + 8)^2 - x(x + 4) = 100$

يمكن حلّ الأقواس $(x + 8)^2$ بطريقتين:

- حسب قانون التوزيع الموسّع:

$(x + 8)^2 = (x + 8)(x + 8) =$

$x^2 + 8x + 8x + 64 = x^2 + 16x + 64$

- حسب قانون الضرب:

$(x + 8)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 8 + 8^2 = x^2 + 16x + 64$

لذلك حل المعادلة هو:

$x^2 + 16x + 64 - x^2 - 4x = 100$

$12x + 64 = 100 \quad / -64$

$12x + 64 - 64 = 100 - 64$

$12x = 36 \quad / :12$

$\boxed{x = 3}$

فحص: نعوّض $x = 3$ في المعادلة الأصليّة.

$(3 + 8)^2 - 3(3 + 4) \stackrel{?}{=} 100$

$100 = 100$

حصلنا على مساواة، إذًا الحلّ صحيح.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

1. حلّوا المعادلات التالية.

أ.	$6x + 3 = 33$	ج.	$-16x + 13 + 23x = 27$	ذ.	$20 - 2x + 4 - x = -7x + 20$
ب.	$-2x - 7 = 11$	ح.	$-20x - 16 = -24x - 18$	ر.	$-x + 10 - 5x = x + 35 - 12x$
ت.	$-6.5x - 1.5 = -27.5$	خ.	$-x + 7 = 5x + 5$	ز.	$8x + 1 - x = 5x + 4 + 2x - 3$
ث.	$-1.25 + 2.3x = 1.51$	د.	$12x - 4 = -4x - 8$	س.	$6x + 5 - x + 4 = 4x + 3 + x$

2. حلّوا المعادلات التالية.

أ.	$3(x + 1) - 4 = 11$	خ.	$2(x - 3) + 4(3x - 1) = 32$
ب.	$12 - 3(x - 5) = 39$	د.	$-3(5 + x) - (4x - 3) = -47$
ت.	$11 + 5(-x + 3) = -4$	ذ.	$3(2x + 2) - 4(3x + 2) = 5x + 20$
ث.	$12 - 3(-x - 1) = 3$	ر.	$-5(2x + 1) - 3(3 - 2x) = 4x - 6$
ج.	$4(x + 1) = 6x - 1 - 2x$	ز.	$-2(4x - 1) + 3(4x + 1) = 6(-x + 2) + 53$
ح.	$12x - 8 = 3(4x + 1) - 11$	س.	$2(x - 3) - 6(2x - 5) = 5(x + 1) + 49$

3. حلّوا المعادلات التالية.

أ.	$x(x - 4) = x^2 - 7x + 9$	خ.	$(x - 7)^2 = x^2 - 21$
ب.	$x(3 + x) = x(x + 2)$	د.	$(x + 3)^2 = 5x^2 + 6x - 4x^2 + 1$
ت.	$(x - 4)(x + 1) = x^2 - 3x - 4$	ذ.	$(x + 4)^2 = x(x + 12)$
ث.	$(x + 2)(x + 1) = x(x - 3) - 10$	ر.	$(x - 2)^2 - x(x - 6) = 0$
ج.	$(3 - x)(x + 2) = (x + 4)(1 - x) + 18$	ز.	$(x + 2)^2 + 9 = (x + 3)(x - 1)$
ح.	$(2x + 1)(x - 1) = (3 + 2x)(x + 3) - 20$	س.	$(x - 10)^2 - x(x - 3) = 15$

أمثلة محلولة

حلّوا المعادلات التالية :

أ. $\frac{x+3}{5} + \frac{2x+4}{3} = -5$

$\overset{3/}{\frac{x+3}{5}} + \overset{5/}{\frac{2x+4}{3}} = \overset{15/}{\frac{-5}{1}} \quad /\cdot 15$

$3(x + 3) + 5(2x + 4) = -75$

$3x + 9 + 10x + 20 = -75$

$13x + 29 = -75 \quad / -29$

$13x = -75 - 29$

$13x = -104 \quad / : 13$

$\boxed{x = -8}$

فحص: $x = -8$

$\Downarrow$

$\frac{-8+3}{5} + \frac{2\cdot(-8)+4}{3} \overset{?}{=} -5$

$-5 = -5$

حصلنا على مساواة، إذًا الحلّ صحيح.

ب. $\frac{5}{x} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$

مجموعة التعويض: $x \neq 0$

$\overset{12/}{\frac{5}{x}} - \overset{3x/}{\frac{3}{4}} = \overset{x/}{\frac{1}{12}} \quad /\cdot 12x$

$60 - 9x = x \quad / -x - 60$

$-10x = -60 \; / : (-10)$

$\boxed{x = 6}$

فحص: $x = 6$

$\Downarrow$

$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \overset{?}{=} \frac{1}{12}$

$\frac{1}{12} = \frac{1}{12}$

حصلنا على مساواة، إذًا الحلّ صحيح.

ت. $\frac{x}{x+1} = \frac{11}{3x+3} + \frac{1}{3}$

مجموعة التعويض: $x \neq -1$

$\overset{3/}{\frac{x}{x+1}} = \overset{1/}{\frac{11}{3(x+1)}} + \overset{x+1/}{\frac{1}{3}} \quad /\cdot 3\cdot(x+1)$

$3x = 11 + x + 1 \quad / -x$

$2x = 12 \quad / : 2$

$\boxed{x = 6}$

فحص: $x = 6$

$\Downarrow$

$\frac{6}{6+1} \overset{?}{=} \frac{11}{3\cdot 6+3} + \frac{1}{3}$

$\frac{6}{7} = \frac{6}{7}$

حصلنا على مساواة، إذًا الحلّ صحيح.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

4. حلّوا المعادلات التالية:

أ. $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=10$

ب. $\frac{x}{2}-\frac{x}{4}=3$

ت. $\frac{x}{3}-\frac{x}{7}=-4$

ث. $\frac{3x+1}{5}=\frac{2x+14}{10}$

ج. $\frac{2x-1}{3}-\frac{3x+1}{7}=0$

ح. $\frac{x+3}{5}+\frac{2x+4}{3}=-5$

خ. $\frac{4x+3}{5}-2x=\frac{x-9}{2}$

د. $\frac{2x+1}{3}-\frac{x-72}{4}=5x$

ذ. $\frac{4x-2}{3}-\frac{2x+1}{5}=\frac{20-7x}{6}$

ر. $\frac{7x+1}{6}+\frac{5x-7}{12}=\frac{11x-5}{8}$

ز. $3-\frac{3x-1}{2}+\frac{6-5x}{9}=13-5x$

س. $\frac{3x-4}{2}-\frac{7x+2}{4}-\frac{5-6x}{5}=\frac{8x-20}{10}$

5. حلّوا المعادلات التالية.

أ. $\frac{1}{x}-\frac{1}{4}=\frac{2}{x}-\frac{9}{20}$

ب. $\frac{9}{x}-\frac{3}{2}=\frac{5}{x}-\frac{1}{6}$

ت. $\frac{5}{x+1}-\frac{1}{6}=0$

ث. $\frac{1}{4}+\frac{3}{x+2}=0$

ج. $\frac{x}{18+x}=\frac{1}{10}$

ح. $\frac{1}{6}=\frac{x}{21-x}$

خ. $\frac{2}{7}=\frac{x}{x+15}$

د. $\frac{x}{x-14}=\frac{3}{5}$

ذ. $\frac{8}{x}=\frac{10}{x+1}$

ر. $\frac{20}{x-1}=\frac{25}{x}$

ز. $\frac{6}{x-7}-\frac{4}{x-8}=0$

س. $\frac{1}{x-5}-\frac{2}{x-4}=0$

ش. $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{7}=\frac{26}{7(x-2)}$

ص. $\frac{x}{x+8}=\frac{1}{2}-\frac{6}{2x+16}$

ض. $\frac{x}{x+1}=\frac{11}{3x+3}+\frac{1}{3}$

6. حلّوا المعادلات التالية:

أ. $-x+9-3x=x+3-7x$

ب. $4(3x-1)-2(4-2x)=-76$

ت. $(2-x)(2x+5)=(2x+1)(2-x)+4$

ث. $(x+2)^2-x(x+3)=0$

ج. $\frac{x+3}{6}+\frac{x+1}{4}=2$

ح. $\frac{8x+12}{3}-\frac{4x+1}{5}=\frac{7x-12}{2}$

خ. $\frac{2}{x}+\frac{1}{5}=\frac{5}{x}-\frac{7}{10}$

د. $\frac{x}{x-3}-\frac{1}{4}=\frac{18}{4x-12}$

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ب. معادلات من الدرجة الثانية (التربيعيّة)

تذكير

- تُسمّى معادلة النموذج $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ **معادلة تربيعيّة**.

  a ، b ، c هي أعداد ثابتة، وتُسمّى ثوابت أو معاملات المعادلة التربيعيّة.

- لحلّ المعادلات التربيعيّة يجب الوصول بها إلى النموذج المعياريّ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$،

  ثمّ القيام بحلّها باستخدام الصيغة التربيعيّة: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

✔ لتبسيط المعادلة الوصول بها إلى هذا الشكل العامّ، يجب استخدام قواعد التبسيط.

✔ إذا تضمّنت المعادلة متغيّرًا في المقام، فقبل حلّ المعادلة، يجب تحديد مجال التعويض أو حلّ المعادلة بدلًا من ذلك والتأكّد من أن النتيجة لا تعطي أيّ مقامًا قيمته صفر في المعادلة الأصليّة.

✔ يمكن حلّ المعادلة التربيعيّة (خاصة المعادلات التربيعية الناقصة) بطرق أقصر، دون استخدام الصيغة التربيعيّة.

✔ يعتمد عدد حلول المعادلة التربيعيّة على علامة التعبير المكتوب أسفل الجذر التربيعي.

يُسمّى هذا التعبير "المميّز" Discriminant، ويشار إليه على النحو التالي: $\Delta = b^2 - 4ac$.

إذا كانت $\Delta > 0$، فإنّ المعادلة التربيعيّة لها حلّين حقيقيّين مختلفين.

إذا كانت $\Delta = 0$، فإن المعادلة التربيعيّة لها حلّ حقيقيّ واحد (أو: حلّان حقيقيّان متطابقان).

إذا كانت $\Delta < 0$ ، فإنّ المعادلة التربيعيّة ليس لها حلّ حقيقيّ.

أمثلة محلولة

حلّوا المعادلات التالية :

أ. $x^2 - 36 = 0$

نفصل x^2

$x^2 = 36$

$\boxed{x = \pm 6}$

ب. $x^2 + 5x = 0$

نُخرج عاملًا مشتركًا.

$x(x + 5) = 0$

$x + 5 = 0$ أو $\boxed{x = 0}$

$\boxed{x = -5}$

ت. $x^2 + 4x + 4 = 0$

نحدّد قيم المعاملات.

$a = 1$ ، $b = 4$ ، $c = 4$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4 - 0}{2}$ ← -2 ← -2

للمعادلة حلّ واحد: -2.

ث. $7x^2 - 7x - 14 = 0$

نقسم المعادلة على 7.

$7x^2 - 7x - 14 = 0 \ / : 7$

$x^2 - x - 2 = 0$

نحدّد قيم المعاملات.

$a = 1$ ، $b = -1$ ، $c = -2$

$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2}$ ← 2 ← -1

للمعادلة حلّان 2 ، -1

7. حلّوا المعادلات التالية:

أ. $x^2 - 49 = 0$ ب. $2x^2 - 8 = 0$ ت. $3x^2 - 48 = 0$ ث. $x^2 - 3x = 0$ ج. $2x^2 - 10x = 0$ ح. $3x^2 + 21x = 0$ خ. $x^2 + 4 = 0$ د. $3x^2 + 3 = 0$

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

8. حلّوا المعادلات التالية:

أ. $x^2 + 6x + 8 = 0$ ج. $4x^2 + 20x + 24 = 0$ ذ. $x^2 - 12x + 36 = 0$

ب. $x^2 + 7x + 12 = 0$ ح. $-x^2 - 2x - 2 = 0$ ر. $2x^2 - 10x + 8 = 0$

ت. $x^2 + 6x + 9 = 0$ خ. $3x^2 - 15x + 18 = 0$ ز. $6x^2 + x - 1 = 0$

ث. $5x^2 + 5x - 10 = 0$ د. $15x^2 - 8x + 1 = 0$ س. $-2x^2 + 3x - 4 = 0$

9. حلّوا المعادلات التالية:

أ. $2x^2 + 5x - 12 = x^2 + 7x + 3$ ج. $7 + 9(x - 3) = x^2$

ب. $3x^2 + 10x - 1 = 2x^2 + 4x + 15$ ح. $(x + 2)(x + 5) = 2x^2 + 10x$

ت. $2x^2 - 5x - 2 = x^2 - 3x - 3$ خ. $(x + 3)^2 = 2x + 6$

ث. $6x^2 + 7x = 4x^2 + 7x + 2$ د. $(2x + 1)^2 - 7x = 3x^2 - 1$

مثال محلول

حلّوا المعادلة التالية : $\frac{4}{x}+\frac{2}{x+10}=\frac{1}{2}$.

مجال التعويض: $x \neq 0$ ، -10

$$\frac{4}{x}+\frac{2}{x+10}=\frac{1}{2} \quad /\cdot 2x(x+10)$$

$$8(x + 10) + 4x = x(x + 10) \implies 8x + 80 + 4x = x^2 + 10x \implies -x^2 + 2x + 80 = 0 \quad /\cdot(-1)$$

$$x^2 - 2x - 80 = 0 \implies a = 1 \text{ ، } b = -2 \text{ ، } c = -80$$

$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1\cdot(-80)}}{2\cdot1}=\frac{2\pm18}{2} \begin{cases} \frac{2+18}{2}=10 \\ \frac{2-18}{2}=-8 \end{cases}$$

الحلول -8 ، 10 في مجال تعويض المعادلة.

10. حلّوا المعادلات التالية. تأكّدوا بأنّ الحلول في مجال التعويض:

أ. $x+\frac{9}{x}=10$ ث. $\frac{x+1}{2}+\frac{1-2x}{5}=\frac{18}{x-1}$ خ. $\frac{2x+4}{x-3}-\frac{28}{x-1}=0$

ب. $x-\frac{35}{x}=2$ ج. $\frac{4}{x}+\frac{2}{x+10}=\frac{1}{2}$ د. $\frac{x^2}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

ت. $\frac{2x+1}{3}+\frac{2-3x}{5}=\frac{2}{x-2}$ ح. $\frac{3}{x}=\frac{5}{4}-\frac{1}{x+1}$ ذ. $\frac{x^2-5x}{x-5}=3x+4$

11. حلّوا المعادلات التالية. تأكّدوا بأنّ الحلول في مجال التعويض:

أ. $3x^2 - 75 = 0$ ث. $5x^2 + 4x + 5 = 2x^2 + 3x + 4$ خ. $\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x+3}=\frac{4}{9}$

ب. $6x^2 + 30x = 0$ ج. $-2 - (x - 2)^2 = 5x - 12$ د. $\frac{x^2}{x+6}=\frac{36}{x+6}$

ت. $x^2 - 16x + 64 = 0$ ح. $\frac{5}{x}=\frac{3}{4}+\frac{1}{x-1}$ ذ. $\frac{x^2-7x}{x-7}=6x-25$

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الملحق "ب"

في هذا الملحق سنراجع موضوع **النسب المئويّة**.

ما الّذي سنراجعه؟

- ✔ إيجاد قيمة النسبة المئويّة.
- ✔ إيجاد النسبة المئويّة.
- ✔ إيجاد الكمّيّة الأوّليّة (كاملة).
- ✔ تمرّن مدمج.

إجابات التمارين الواردة في هذا الملحق - ص 253.

أ. إيجاد قيمة النسبة المئويّة

مثال محلول

يوجد في الصفّ 30 تلميذًا. 40% من التلاميذ يضعون النظّارات. كم عدد التلاميذ الّذين يضعون النظّارات؟

الحلّ:

دعونا نحدّد x عدد التلاميذ في الصفّ الّذين يضعون نظارات.

عدد التلاميذ في الصفّ: $30 \leftrightarrow 100\%$

عدد التلاميذ الّذين يضعون نظّارات: $x \leftrightarrow 40\%$

سنكتب النسبة المناسبة: $\frac{30}{x}=\frac{100}{40}$.

سنحلّ المعادلة بطريقتين:

الطريقة «أ»

المقام المشترك في المعادلة هو 40x

لذلك: $\frac{30}{x}\overset{/40}{=}\frac{100}{40}\overset{/x}{}$

$100x = 1200 \quad /:100$

$x = 12$

الإجابة: يوجد في الصفّ 12 تلميذًا يضعون النظّارات

الطريقة «ب» - طريقة مختصرة ومفضّلة

في هذه المعادلة، تتمّ كتابة الـ 100 والـ x على «قطر» واحد (الأحمر)، بينما تتمّ كتابة الـ 30 والـ 40 على «قطر» ثانٍ (الأزرق):

$$\frac{100}{40}\quad\frac{30}{x}$$

لإيجاد المجهول x، نضرب الأعداد الموجودة على القطر، حيث المجهول x غير موجود، ونقسم الناتج على العدد الذي يظهر على قطر المجهول:

$$x=\frac{40\cdot 30}{100}=12$$

ملاحظة:

للعثور على 40% من 30، يمكنك إجراء الحساب بطريقة مختصرة كما يلي:

$$30\cdot\frac{40}{100}=30\cdot 0.4=12$$

الإجابة: يوجد في الصفّ 12 تلميذًا يضعون النظّارات.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

1. احسبوا:
   أ. 35% من 300. ب. 26% من 450.
2. يوجد في الصفّ 36 تلميذًا. 25% من تلاميذ الصفّ مرضى. ما عدد التلاميذ المرضى؟
3. تحتوي المكتبة على 500 كتاب. 10% من جميع الكتب باللّغة العربيّة. كم عدد كتب اللّغة العربيّة في المكتبة؟
4. في طبقة العواشر في مدرسة معيّنة هناك 600 تلميذ. 15% من التلاميذ أعضاء في الحركة الكشفيّة.
   ما عدد التلاميذ أعضاء الحركة الكشفيّة؟
5. يحتوي متجر للقرطاسيّة على 250 قلمًا. 24% من الأقلام حمراء. ما عدد الأقلام الحمراء الموجودة في المتجر؟
6. اشترت علياء 24 كيلو من الخضروات 12.5% من الخضار بندورة كم كيلو بندورة اشترت علياء؟

ب. إيجاد النسبة المئويّة

مثال محلول

أجاب حنّا على 20 سؤالًا من أصل 25 سؤالًا في الاختبار بشكل صحيح. ما هي النسبة المئويّة من الأسئلة الّتي أجاب عنها حنّا بشكل صحيح؟

الحلّ:

دعونا نحدّد بـ x النسبة المئويّة للأسئلة الّتي أجاب عنها حنّا بشكل صحيح.

عدد الأسئلة في الاختبار: $25 \leftrightarrow 100\%$

عدد الأسئلة الّتي أجاب عنها حنّا بشكل صحيح: $20 \leftrightarrow x\%$

سنكتب التناسب: $\frac{25}{20}=\frac{100}{x}$.

سنحل المعادلة بطريقتين:

الطريقة «أ»

المقام المشترك في المعادلة هو $20x$

لذلك: $\frac{25}{20}\overset{/x}{=}\frac{100}{x}\overset{/20}{}$

$25x = 2000 \quad /:25$

$x = 80$

الإجابة: أجاب حنّا عن 80% من الأسئلة إجابة صحيحة.

الطريقة «ب» - طريقة مختصرة ومفضّلة

نحدّد الأقطار: $\frac{25}{20}\times\frac{100}{x}$

$$x=\frac{20\cdot 100}{25}=80$$

الإجابة: أجاب حنّا عن 80% من الأسئلة إجابة صحيحة.

7. ما هي النسب المئويّة:
   أ. 68 من 340؟ ب. 207 من 460؟
8. سجّل هاني 12 من أصل 48 هدفًا للفريق. ما هي نسبة الأهداف الّتي سجّلها هاني؟
9. في الصندوق 75 ورقة نقديّة. 15 ورقة بقيمة 50 شيكل. ما هي نسبة الأوراق النقديّة من فئة 50 شيكل؟
10. يوجد 300 تلميذ في طبقة التواسع في مدرسة "الوادي". 54 تلميذًا تطوّعوا في نجمة داود الحمراء.
    ما هي نسبة التلاميذ المتطوّعين في نجمة داود الحمراء؟
11. مع نوال 240 شيكل. تبرّعت نوال بـ 72 شيكل.
    أ. ما النسبة المئويّة من المال الّذي تبرعت به؟
    ب. ما هي النسبة المئويّة من المال المتبقّي معها؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

12. اشترى تاجر 120 كغم من البندورة. فسد منها 42 كغم. ما هي نسبة البندورة الّتي لم تفسد؟
13. احسبوا:
    أ. بأيّ نسبة مئويّة تكون 180 أكبر من 120؟
    ب. بأيّ نسبة مئويّة تكون 156 أكبر من 120؟
14. احسبوا:
    أ. بأيّ نسبة مئويّة تكون 30 أقلّ من 40؟
    ب. مبأيّ نسبة مئويّة تكون 52 أقلّ من 80؟
15. في بداية العام، كان في المدرسة 600 تلميذًا. في نهاية العام، كان في المدرسة 630 تلميذًا.
    ما هي النسبة المئوية الّتي ازداد فيها عدد التلاميذ في المدرسة؟
16. كان مع لبيب 500 شيكل. اشترى تجهيزات للمدرسة، وبقي معه 350 شيكل.
    بأيّ نسبة مئويّة قلّ مبلغ المال مع لبيب؟
17. في بداية عام 2020، كان هناك 800 تلميذ تعلّمون 5 وحدات رياضيّات في منطقة معيّنة. في نهاية عام 2020، كان هناك 680 فقط منن استمروا.
    أ. بأيّ نسبة مئويّة أصبح عدد الدارسين في التخصّص أقلّ؟
    ب. في عام 2021 بلغ عدد الدارسين 816 نلميذًا. بأيّ نسبة ازاداد عدد الدارسين في 2021 مقارنة بنهاية عام 2020؟

ت. إيجاد الكمّيّة الأوّليّة (الكلّيّة)

مثال محلول

اشترى "مُعين" جهاز حاسوب نقّال مقابل 1200 شيكل. ويشكّل هذا المبلغ 30% من إجماليّ النقود الّتي كانت لديه.
ما هو المبلغ الأوليّ من المال الّذي كان مع "مُعين"؟

الحلّ:

نحدّد بـ x المبلغ الأوليّ للمال الّذي كان مع "مُعين".

المبلغ الأولي الذي كان مع "مُعين": $x \leftrightarrow 100\%$

سعر جهاز الحاسوب النقّال: $1200 \leftrightarrow 30\%$

سنكتب النسبة المناسبة: $\frac{100}{30}=\frac{x}{1200}$.

سنحل المعادلة بطريقتين:

الطريقة «أ»

المقام المشترك هو 1200، لذلك:

$$\frac{100}{30}=\frac{x}{1200}\quad {}^{40/}\quad {}^{1/}$$

$$x = 4000$$

الإجابة: المبلغ الأوّليّ الّذي كان مع "مُعين" هو 4000 شيكل.

الطريقة «ب» - طريقة مختصرة ومفضّلة

نحدّد الأقطار: $\frac{100}{30}=\frac{x}{1200}$

$$x=\frac{100\cdot 1200}{30}=4000$$

الإجابة: المبلغ الأوّليّ الّذي كان مع "مُعين" هو 4000 شيكل.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

18. احسبوا الكمّيّة الأوّليّة (الكلّيّة)، إذا كان معطى معنا:
    أ. 23% من الكلّ هو 92.
    ب. 38% من الكلّ هو 209.
19. يوجد 20 كرة بيضاء في الوعاء، والّتي تشكّل 40% من إجماليّ عدد الكرات في الوعاء.
    كم عدد الكرات الموجودة في الوعاء؟
20. 18 تلميذًا، يمثّلون 15% من تلاميذ طبقة العواشر، أنهوا العام الدراسيّ بمرتبة الشرف. ما عدد تلاميذ طبقة العواشر؟
21. دفع داود 85 شيكل في المطعم، أيّ ما يعادل 25% من ماله. كم من المال كان لدى داود؟
22. اشترى تاجر 104 فرنًا أيّ ما نسبته 26% من مجموع الأجهزة الكهربائيّة الّتي اشتراها. ما عدد المنتجات الكهربائيّة الّتي اشتراها التاجر؟

ث. تمرّن مدمج

23. يوجد في الصفّ 40 تلميذًا. 30% منهم فتيان. ما عدد الفتيات في الصفّ؟
24. سعر المنتج في بداية الشهر 300 شيكل، وسعره في نهاية الشهر 240 شيكل.
    بأيّ نسبة انخفض سعر المنتج؟
25. أصيب 162 تلميذًا، أيّ ما نسبته 18% من تلاميذ المدرسة، بفيروس كورونا. ما عدد التلاميذ في المدرسة؟
26. في حيّ معيّن كان هناك 250 ساكنًا في بداية العام. ازداد عددهم خلال العام بنسبة 20%.
    ما عدد السكّان في الحيّ في نهاية العام؟
27. كان راتب نور 12 ألف شيكل. في شهر معيّن كان راتبه 13،800 شيكل.
    بأيّ نسبة ازداد راتب نور؟
28. 28% من تلاميذ المدارس يضعون النظّارات. 360 تلميذًا في المدرسة لا يضعون نظّارات.
    ما عدد التلاميذ في المدرسة؟
29. وزّع الأجداد 800 شيكل عيديّة بمناسبة عيد الأضحى. أخذ عليّ 30% من المبلغ وعلياء 42% والباقي أخذه حسن. ما مقدار المال الّذي حصل عليه كلّ واحد منهم؟
30. لدى نوال 60 شريطًا لشعرها. 15% من الشرائط حمراء، 25% من الشرائط أرجوانيّة، 12 شريطًا أصفر، والباقي أزرق.
    أ. ما نسبة الشرائط الصفراء؟
    ب. كم عدد الشرائط الزرقاء؟

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الملحق "ت"

في هذا الملحق سوف نراجع **هيئة المحاور والدوالّ**.

ما الّذي سنراجعه؟

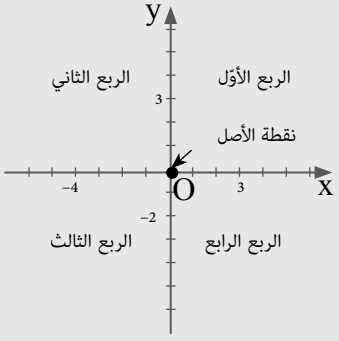
- ✔ هيئة المحاور الديكارتيّة.
- ✔ تعريف الدالّة وتمثيلها بطرق مختلفة.
- ✔ نقاط التقاطع مع المحاور.
- ✔ النقاط القصوى: النقطة العظمى والنقطة الصغرى.
- ✔ المجال التصاعديّ والمجال التنازليّ.
- ✔ المجالات الموجبة والمجالات السالبة.
- ✔ نقاط تقاطع رسمين بيانيّين.
- ✔ وتيرة تغيّر الدالّة.

إجابات التمارين الواردة في هذا الملحق - ص 254.

أ. هيئة المحاور الديكارتيّة

تذكير

- هيئة المحاور الديكارتيّة هو هيئة محاور مكوّنة من محورين متعامدين مع بعضهما البعض:
  المحور x - المحور الأفقيّ، المحور y - المحور العموديّ.
- يتقاطع المحورين عند نقطة تُسمّى **"نقطة الأصل"**، ومن المقبول تعليمها بالحرف O (كبيرة).
- على المحور الأفقيّ - (المحور x):
  الأعداد الموجبة على يمين نقطة الأصل؛ الأعداد السالبة على يسار نقطة الأصل.
- على المحور العموديّ - (المحور y):
  الأعداد الموجبة أعلى نقطة الأصل؛ الأعداد السالبة أسفل نقطة الأصل.
- كلّ نقطة في هيئة المحاور لها "عنوان" خاص بها، والّذي يحدّد موقعها في المستوى.
  يتكون "عنوان" النقطة من زوج من الأعداد (x ، y) يُسمّى إحداثيّات النقطة.



العدد على المحور العموديّ (الإحداثيّ الثاني)

العدد على المحور الأفقيّ (الإحداثيّ الأوّل)

- الإحداثيّ x للنقاط الموضوعة على المحور y يساوي 0.
  الإحداثيّ y للنقاط الموضوعة على المحور x يساوي 0.
  الإحداثيّات x و y لنقطة الأصل تساوي 0، أيّ (0،0) O،

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

مثال

في هيئة المحاور الديكارتيّة

محدّدة النقاط التالية:

T(3.5)

K(−4.2)

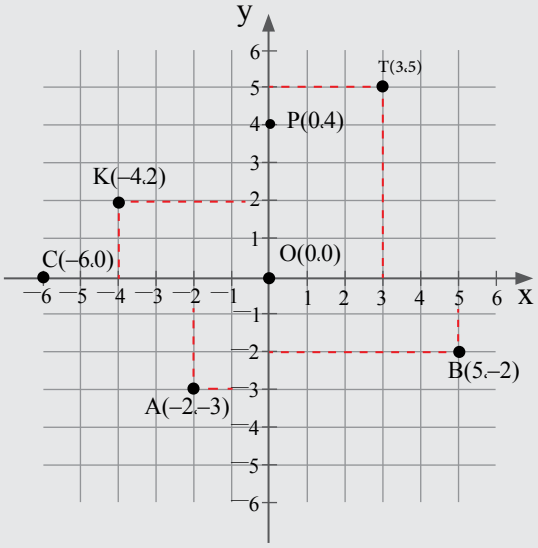
A(−2.−3)

B(5.−2)

P(0.4)

C(−6.0)

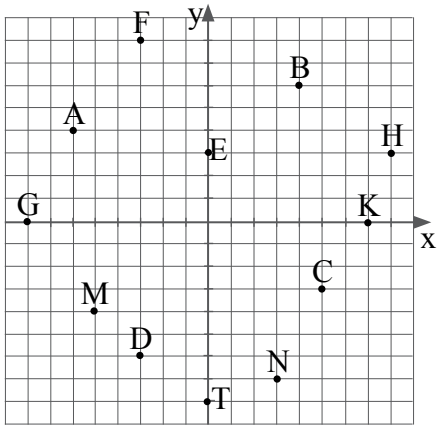
O(0.0) نقطة الأصل



1. في هيئة المحاور الّتي أمامكم، أشرنا إلى النقاط التالية.

اكتبوا إحداثيّات النقاط.

وضّحوا لكلّ نقطة في الربع الّذي تقع فيه أو على أيّ محور تقع.



2. ارسموا هيئة من المحاور وحدّدوا النقاط التالية عليه:

A(5 ، 8) ، B(−5 ، 0) ، C(3 ، −4) ، D(0 ، 7) ، E(−2 ، −6) ، T(7 ، 0) ، P(0 ، −6) ، K(−6 ، 5) ، R(7 ، −3) ،

M(3 ، 9) ، H(−4 ، −5) ، L(−2 ، 6)

ب. تحديد دالّة وتمثيلها بطرق مختلفة

تذكير

- الدالّة هي مطابقة عدد واحد لأيّ عدد نختاره.

بكلمات اخرى:

y هي دالة لـ x، إذا كان اختيار قيمة عدديّة محتملة لـ x يحدّد قيمة عدديّة مناسبة لـ y.

✔ تُسمّى مجموعة كلّ قيم x هذه **مجال الدالّة**.

✔ تُسمّى مجموعة كلّ قيم y هذه **مدى الدالّة**.

- يمكن تمثيل الدالّة بطرق مختلفة (ليس دائمًا):

✔ التمثيل اللّفظيّ: الوصف اللّفظيّ لقاعدة المطابقة.

✔ التمثيل بواسطة جدول: جدول عدديّ يُشار فيه إلى تسمية الأحجام الموصوفة فيه.

✔ التمثيل الجبريّ: التعبير عن قاعدة المطابقة باستخدام تعبير جبريّ.

✔ التمثيل الرسوميّ: تعليم جميع النقاط (x ، y)، حيث y هي دالة في x.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

مثال

معطاة دالّة تلائم لكلّ عدد x عدد y أكبر منه بمقدار 2. في هذه الحالة يتمّ عرض الدالّة بشكل لفظيّ. يمكن تمثيل هذه الدالّة في ثلاث تمثيلات إضافيّة:

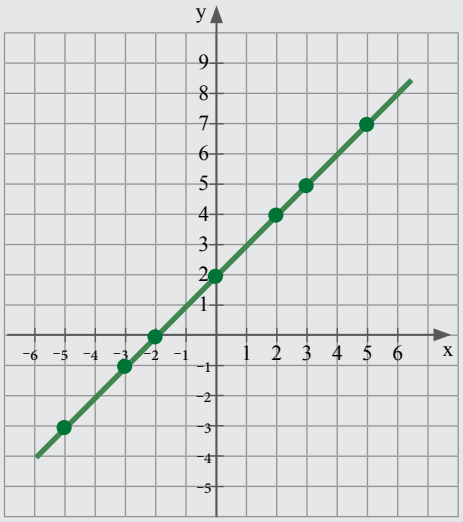
✔ تمثيل الدالّة باستخدام جدول القيم:

x	5	3	2	0	−3	−5
y	7	5	4	2	−1	−3

✔ التمثيل الجبريّ للدالّة (التمثيل باستخدام تعبير جبريّ):

$y = x + 2$

✔ تمثيل رسوميّ للدالّة:



3. معطاة دالّة تلائم لكلّ عدد x عدد y أصغر منه بمقدار 3.
اكتبوا التمثيلات التالية للدالّة.

أ. التمثيل باستخدام الجدول. ب. التمثيل الجبريّ. ت. تمثيل رسوميّ.

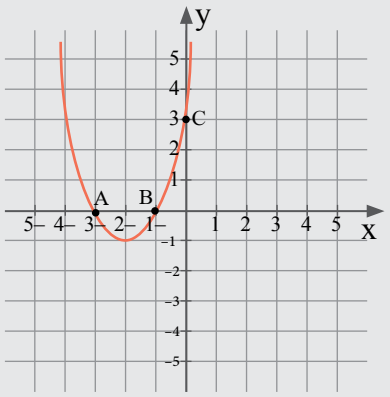
4. معطاة دالّة تلائم لكلّ عدد x عدد y وهو مربّع العدد x.
اكتبوا التمثيلات التالية للدالّة.

أ. التمثيل باستخدام الجدول. ب. التمثيل الجبريّ. ت. تمثيل رسوميّ.

ت. نقاط التقاطع مع المحاور

تذكير

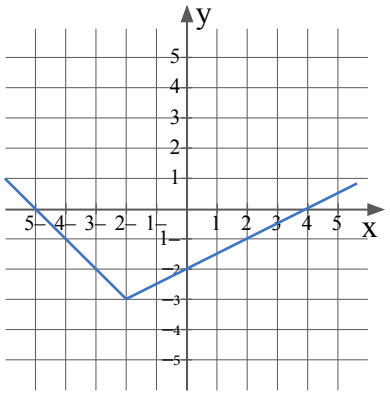
- نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور x (نقاط الصفر) ، الإحداثيّ y الخاص به هو 0.
  في الرسم: النقاط A (−3 ، 0) ، B (−1 ، 0).
- نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور y، الإحداثيّ x الخاص به هو 0.
  في الرسم: النقطة C(0 ، 3).



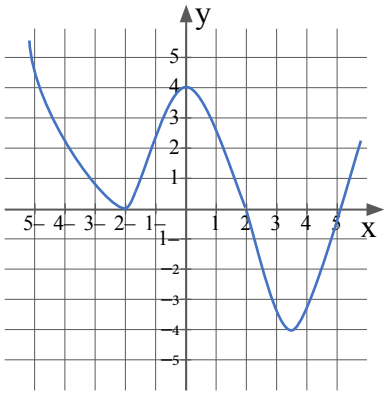
© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

5. اكتبوا إحداثيّات نقاط التقاطع مع محاور كلّ من الرسوم البيانيّة التالية.

أ.



ب.



ث. النقاط القصوى

تذكير

بالنسبة للدوالّ، الّتي تمّ تعريفها لكلّ x ، تحتوي على:

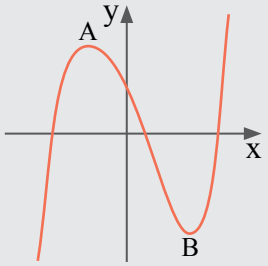
- **النقطة العظمى** هي أعلى نقطة في جوارها

(نقطة الانتقال من الصعود إلى السقوط) - النقطة A في الرسم.

- **النقطة الصغرى** هي أدنى نقطة في جوارها

(نقطة الانتقال من الهبوط إلى الصعود) - النقطة B في الرسم.

- **النقاط القصوى** هو اسم جماعيّ للنقطة العظمى والنقطة الصغرى من النقاط.

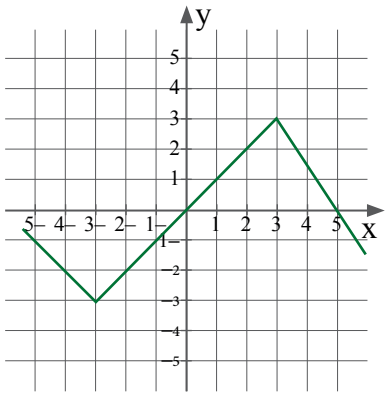


6. فيما يلي الرسوم البيانيّة للدوالّ:

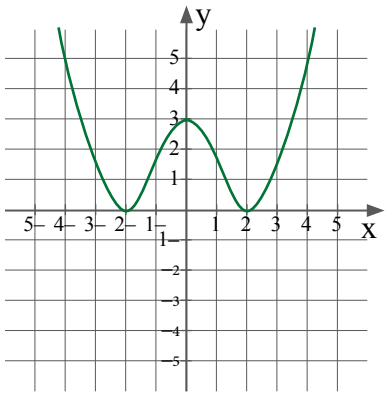
أ. سجّلوا إحداثيّات النقاط القصوى لكلّ من الرسوم البيانيّة التالية، وحدّدوا لكلّ نقطة ما إذا كانت نقطة قصوى أو نقطة دنيا.

ب. سجّلوا إحداثيّات نقاط التقاطع مع محاور كلّ من الرسوم البيانيّة.

(1)



(2)



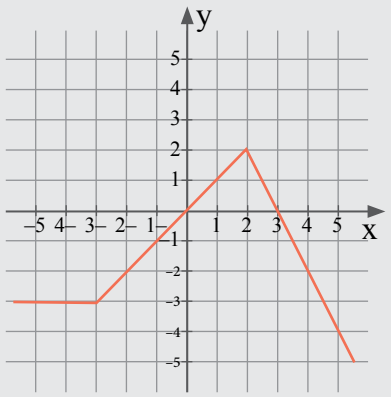
© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

ج. المجال التصاعديّ والمجال التنازليّ

تذكير

الحركة على الرسم البياني للدالة من اليسار إلى اليمين.

- تكون الدالّة **تصاعديّة**، إذا كانت قيمة y أكبر حيث تكون قيمة x (الموجودة في المجال) أكبر. في الرسم: $-3 < x < 2$.
- تكون الدالّة **تنازليّة**، إذا كانت قيمة y أصغر حيث تكون قيمة x (الموجودة في المجال) أكبر. في الرسم: $x > 2$.
- تكون الدالّة **ثابتة**، إذا كانت قيمة y ثابتة (لا تتغيّر) لكلّ قيمة من x (الموجودة في المجال). في الرسم: $x < -3$.

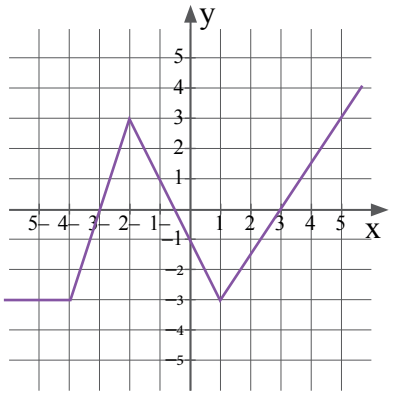


7. أمامكم الرسوم البيانية للدوالّ

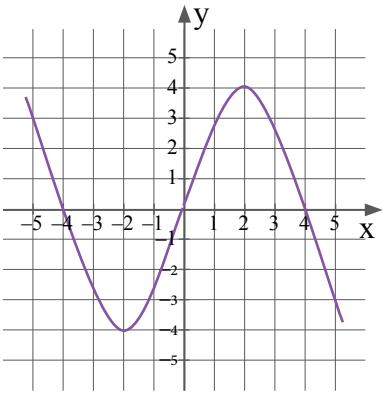
أ. اكتبوا المجال الّذي تكون فيه الدالّة تصاعديّة / تنزليّة / ثابتة.

ب. اكتبوا إحداثيّات نقاط التقاطع مع المحاور.

(1)



(2)



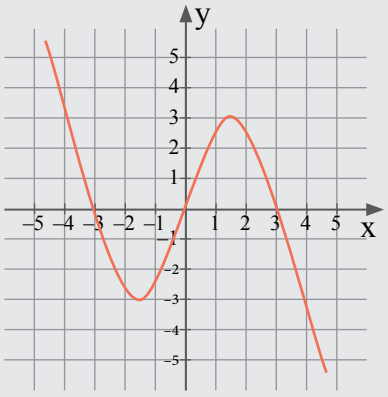
ح. المجالات الموجبة والمجالات السالبة

تذكير

- الدالّة **موجبة** في المجال، عندما يقع الرسم البيانيّ للدالّة فوق محور x في هذا المجال.

  في الرسم: $0 < x < 3$ أو $x < -3$.
- الدالّة **سالبة** في المجال، عندما يكون الرسم البيانيّ للدالّة تحت محور x في هذا المجال.

  في الرسم: $-3 < x < 0$ أو $x > 3$.



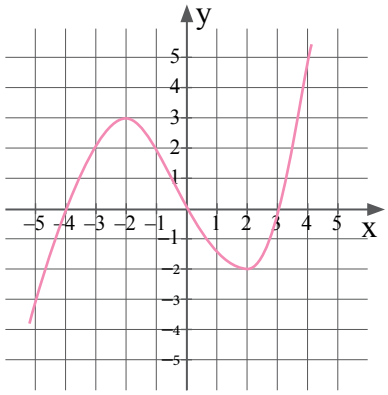
© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

8. أمامكم رسوم بيانيّة للدوالّ.

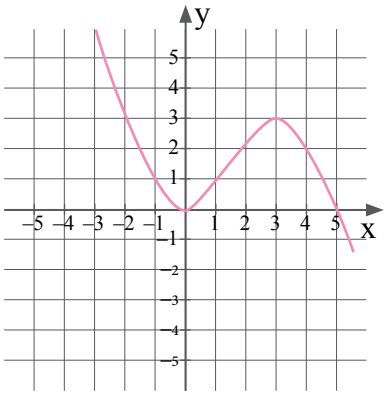
أ. حدّدوا المجالات الموجبة والمجالات السالبة لكلّ من الدوالّ التالية.

ب. حدّدوا مجالات التصاعد والتنازل لكلّ من الدوالّ التالية.

(1)



(2)

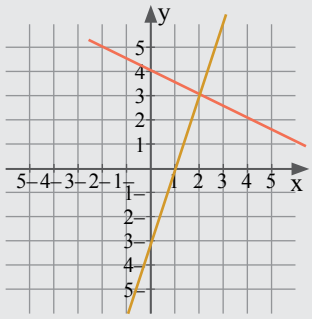


خ. نقاط تقاطع رسمين بيانيّين

تذكير

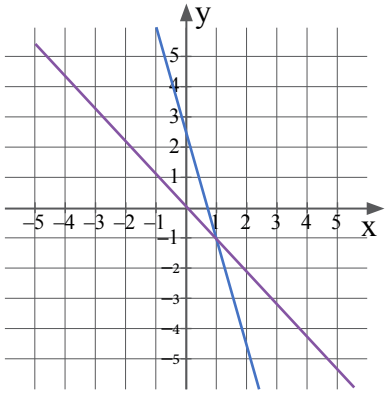
نقاط التقاطع بين رسمين بيانيّين هي النقاط الّتي يلتقي فيها الرسمان البيانيّان.

في الرسم: النقطة (3 ، 2) هي نقطة تقاطع الرسمين البيانيّين.

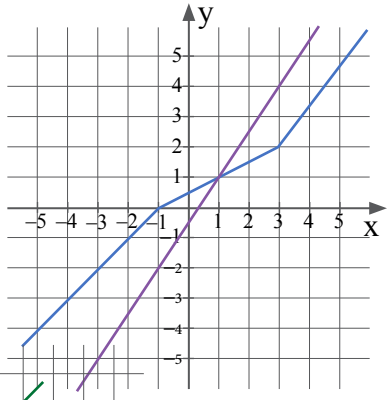


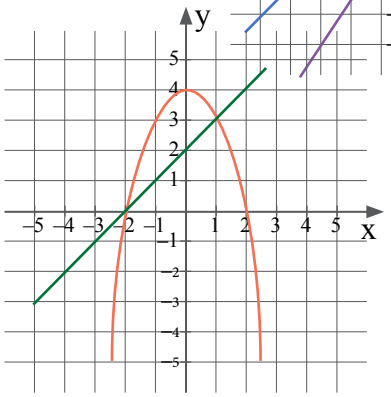
9. سجّلوا إحداثيّات نقاط التقاطع في الرسوم البيانيّة التالية.

(1)



(2)





10. أ. سجّلوا إحداثيّات نقاط التقاطع في الرسوم البيانيّة.

ب. سجّلوا إحداثيّات النقاط القصوى ونوعها.

ت. سجّلوا مجالات التصاعد والتنازل في كلّ من الرسوم البيانيّة.

ث. سجّلوا إحداثيّات نقاط التقاطع مع المحاور كلّ من الرسوم البيانيّة.

ج. سجّلوا المجالات الموجبة والسالبة في كلّ من الرسوم البيانيّة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

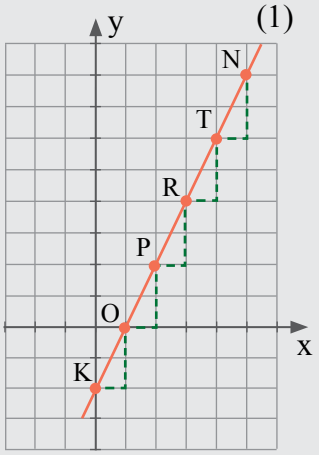
د. وتيرة تغيّر الدالّة

تذكير

- **وتيرة تغيّر الدالّة**

وتيرة تغيّر الدالّة هي خارج القسمة بين التغيير في قيم y والتغيير في قيم x الخاصّة بها. إذا تمّ الحصول على نفس النسبة لأيّ قيمتين مختلفتين لـ x، تكون وتيرة التغيّر منتظمة (ثابتة). في أيّ حالة أخرى، تتغيّر الدالّة بوتيرة غير منتظمة (غير ثابتة).

مثال "أ": وتيرة تغيّر ثابتة.



في الدالّة (1) تكون وتيرة التغيّر ثابتة:

في كلّ مرّة، يزداد التغيير في قيم x، بمقدار وحدة واحدة

(عرض الخطوة)، تسبّب في تغيير ثابت لقيم y:

كما أنّها تزداد في كلّ مرّة بمقدار وحدتين (ارتفاع الخطوة).

يمكن ملاحظة ذلك في الجدول التالي.

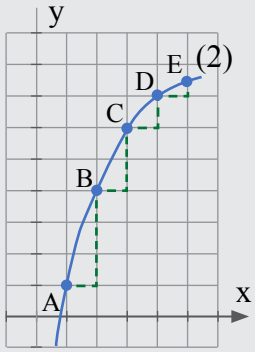
x	1	2	3	4	5
y	−2	0	2	4	6

تزداد قيمة y بوتيرة ثابتة ⟵.

وتيرة التغيّر هي 2.

تُسمّى الدالّة الّتي تكون وتيرة تغيّرها ثابتة **بالدالة الخطّيّة**، ويكون الرسم البيانيّ الخاصّ بها خطًّا مستقيمًا.

مثال ب: وتيرة التغيّر ليست ثابتة التغيّر ليس موحدًا.



في الدالّة (2)، تكون وتيرة التغيّر غير ثابتة:

في كلّ مرّة، يزداد التغيير في قيم x، بمقدار وحدة واحدة

(عرض الخطوة)، يؤدي إلى تغيير **غير متساوٍ**

في قيم y (ارتفاع الخطوة).

يمكن ملاحظة ذلك في الجدول التالي.

x	1	2	3	4	5
y	1	4	6	7	7.5

تزداد قيمة y بوتيرة غير ثابتة.⟵

الدالّة الّتي تكون وتيرة تغيّرها غير ثابتة **ليست** دالّة خطّيّة (أيّ أن الرسم البيانيّ الخاصّ بها ليس خطًّا مستقيمًا).

- **ملاحظات:**

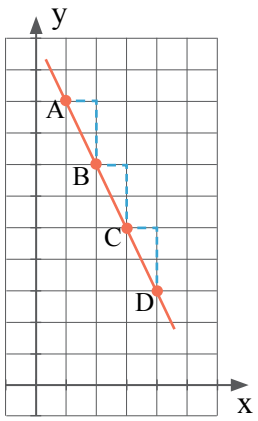
أ. في دالّة الخطّ المستقيم، يمكنك اختيار أيّ نقطتين على الرسم البيانيّ للدالّة وحساب وتيرة التغيّر الثابتة. مثلًا: سنجد وتيرة التغيّر بين النقطتين T و P (في المثال أ).

$$\text{وتيرة التغيّر} = \frac{y_T - y_P}{x_T - x_P} = \frac{6-2}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

ب. عندما تكون الدالّة تصاعديّة، تكون وتيرة التغيّر موجبة. وعندما تكون الدالّة تنازليّة، تكون وتيرة التغيّر سالبة.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

11. أمامكم رسم بيانيّ لدالّة، حيث تمّ وضع عليها علامة لعدّة نقاط.



أ. انسخوا الجدول إلى دفتركم وأكملوه.

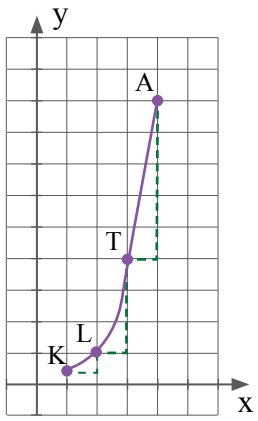
	A	B	C	D
x				
y				

ب. هل الدالّة تصاعديّة أم تنازليّة؟ إشرحوا اجابتكم.

ت. هل وتيرة تغيّر الدالّة ثابتة أم غير ثابتة؟ إشرحوا

ث. إذا كانت وتيرة تغيّر الدالّة ثابتة، فما قيمتها؟

12. أمامكم رسم بيانيّ لدالّة، حيث تمّ وضع علامة لعدّة نقاط عليها.

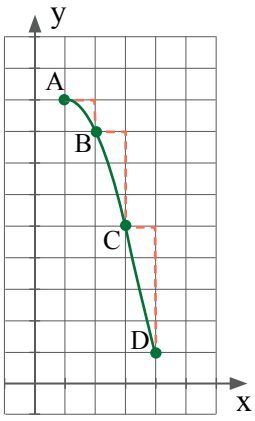


أ. ابنوا جدولًا لقيم النقاط المحدّدة على الرسم البيانيّ للدالّة.

ب. هل الدالّة تصاعديّة أم تنازليّة؟ علّلوا إجابتكم.

ت. هل وتيرة تغيّر الدالّة ثابتة أم غير ثابتة؟ علّلوا إجابتكم.

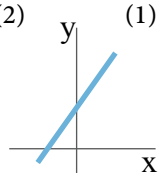
13. أمامكم رسم بيانيّ لدالّة، حيث تمّ وضع علامة لعدّة نقاط عليها.

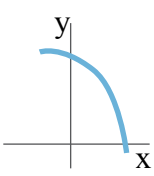


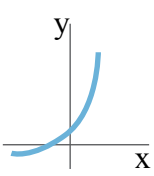
أ. هل الدالّة تصاعديّة أم تنازليّة؟ إشرحوا اجابتكم.

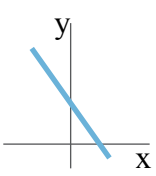
ب. هل وتيرة تغيّر الدالّة ثابتة أم غير ثابتة؟
إشرحوا اجابتكم.

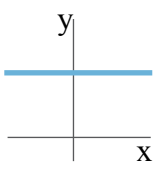
14. أمامكم رسوم بيانية لخمس دوالّ.

(1)


(2)


(3)


(4)


(5)


لائموا الوصف اللّفظيّ لكلّ دالّة مع الرسم البيانيّ المناسب له.

أ. دالّة تنازليّة بوتيرة غير ثابتة.

ب. دالّة تصاعديّة بوتيرة ثابتة.

ت. دالّة تنازليّة بوتيرة ثابتة.

ث. دالّة تصاعديّة بوتيرة غير ثابتة.

ج. دالّة ثابتة، وتيرة التغيّر تساوي 0.

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

الإجابات - الملاحق

الملحق «أ»

1. أ) 5 ب) 9− ت) 4 ث) 1.2 ج) 2 ح) 0.5− خ) $\frac{1}{3}$ د) 0.25−
ذ) 1− ر) 5 ز) إلى ما لا نهاية من الحلول س) لا يوجد حلّ

2. أ) 4 ب) 4− ت) 6 ث) 4− ج) لا يوجد حلّ ح) إلى ما لا نهاية من الحلول خ) 3
د) 5 ذ) 2− ر) 1− ز) 6 س) 2−

3. أ) 3 ب) 0 ت) إلى ما لا نهاية من الحلول ث) 2− ج) 4 ح) 1 خ) 5
د) لا يوجد حلّ ذ) 4 ر) 2− ز) 8− س) 5

4. أ) 12 ب) 12 ت) 21− ث) 3 ج) 2 ح) 8− خ) 3 د) 4 ذ) 2 ر) 1− ز) 3 س) 10

5. أ) 5 ب) 3 ت) 29 ث) 14− ج) 2 ح) 3 خ) 6 د) 21− ذ) 4 ر) 5 ز) 10 س) 6
ش) 17− ص) 2 ض) 6

6. أ) 3− ب) 4− ت) 1 ث) 4− ج) 3 ح) 6 خ) $3\frac{1}{3}$ د) 5

7. أ) 7± ب) 2± ت) 4± ث) 3 ، 0 ج) 5 ، 0 ح) 7− ، 0 خ) لا يوجد حلّ د) لا يوجد حلّ

8. أ) 4− ، 2− ب) 4− ، 3− ت) 3− ث) 1 ، 2− ج) 3− ، 2− ح) لا يوجد حلّ خ) 3 ، 2
د) $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ ذ) 6 ر) 1 ، 4 ز) $\frac{1}{3}$ ، $-\frac{1}{2}$ س) لا يوجد حلّ

9. أ) 3− ، 5 ب) 8− ، 2 ت) 1 ث) 1± ج) 4 ، 5 ح) 5− ، 2 خ) 3− ، 1−
د) 1 ، 2

10. أ) 9 ، 1 ب) 5− ، 7 ت) 13− ، 4 ث) 17− ، 11
ج) 5− ، 6 ح) 0.8− ، 3 خ) 8 ، 5 د) 1 ذ) 2−

11. أ) 5± ب) 5− ، 0 ت) 8 ث) لا يوجد حلّ ج) 3− ، 2 ح) $1\frac{1}{3}$ ، 5 خ) 1.5− ، 6
د) 6 ذ) 5

الملحق «ب»

1. أ) 105 ب) 117

2. 9 تلاميذ **4.** 90 تلميذًا **6.** 3 كغم **8.** 25%

3. 50 كتابًا **5.** 60 قلمًا **7.** أ) 20% ب) 45% **9.** 20%

10. 18%

11. أ) 30% ب) 70%

12. 65%

13. أ) 50% ب) 30%

14. أ) 25% ب) 35%

15. 5% **16.** 30%

17. أ) 15% ب) 20%

18. أ) 400 ب) 550

19. 50 كرة **20.** 120 تلميذًا **21.** 340 شاقلًا **22.** 400 جهاز كهربائيّ

23. 28 فتاة **24.** 20% **25.** 900 تلميذ

26. 300 ساكن

27. 15%

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين

28. 500 تلميذًا

29. عليّ - 240 شاقلًا، علياء - 336 شاقلًا، حسن - 224 شاقلًا

30. أ) 20% ب) 24 شريطًا

الملحق «ت»

1. B(4 ، 6) ، الربع الأوّل؛ H(8 ، 3) ، الربع الأوّل؛ K(7 ، 0) ، محور x؛ E(0 ، 3) ، محور y؛
F(−3 ، 8) ، الربع الثاني؛ A(−6 ، 4) ، الربع الثاني؛ G(−8 ، 0) ، محور x؛ M(−5 ، −4) ، الربع الثالث؛
D(−3 ، −6) ، الربع الثالث؛ T(0 ، −8) ، محور y؛ N(3 ، −7) ، الربع الرابع؛ C(5 ، −3) ، الربع الرابع.

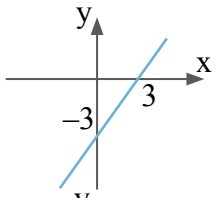
2. الرسم.

3. أ)

x	−2	−1	0	1	2
y	−5	−4	−3	−2	−1

ب) $y = x - 3$

ت)

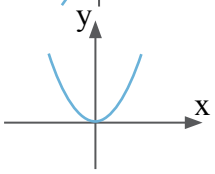


4. أ)

x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

ب) $y = x^2$

ث)



5. أ) (0 ، 4) ، (0 ، −5) ، (−2 ، 0) ب) (0 ، 5) ، (0 ، 2) ، (0 ، −2) ، (4 ، 0)

6. أ) (1) (3 ، 3) قصوى، (−3 ، −3) دنيا
(2) (0 ، 2) دنيا، (0 ، −2) دنيا، (3 ، 0) قصوى
ب)(1) (0 ، 5) ، (0 ، 0) (2) (0 ، 2) ، (3 ، 0) ، (0 ، −2)

7. أ) (1) تصاعديّة: $x > 1$ أو $-2 > x > -4$ ؛ تنازليّة: $-2 > x > 1$ ؛ ثابتة: $x < -4$
(2) تصاعديّة: $-2 > x > 2$ ؛ تنازليّة: $x > 2$ أو $x < -2$.
ب)(1) (0 ، 3) ، (−1 ، 0) ، (0 ، −0.5) ، (0 ، −3) (2) (0 ، 4) ، (0 ، 0) ، (0 ، −4)

8. أ) (1) موجبة: $x > 3$ أو $-4 > x > 0$ ؛ سالبة: $0 > x > 3$ أو $x < -4$.
(2) موجبة: $0 > x > 5$ أو $x < 0$ ؛ سالبة: $x > 5$.
ب)(1) تصاعديّة: $x > 2$ أو $x < -2$ ؛ تنازليّة: $-2 > x > 2$
(2) تصاعديّة: $0 > x > 3$ ؛ تنازليّة: $x > 3$ أو $x < 0$

9. (1) (−1 ، 1) (2) (1 ، 1)

10. أ) (3 ، 1) ، (0 ، −2) ب) (4 ، 0) قصوى
ت)دالّة خطّ مستقيم ← تصاعديّة لكلّ x ؛ قطع مكافئ ← تصاعديّة: $x < 0$ ، تنازليّة: $x > 0$
ث)دالّة خطّ مستقيم ← (0 ، −2) ، (2 ، 0) ؛ قطع مكافئ ← (2 ، 0) ، (4 ، 0) ، (0 ، −2)
ج) دالّة خطّ مستقيم ← موجبة: $x > -2$ ، سالبة: $x < -2$
قطع مكافئ ← موجبة: $-2 > x > 2$ ، سالبة: $x > 2$ أو $x < -2$

11. أ)

	A	B	C	D
x	1	2	3	4
y	9	7	5	3

ب) تنازليّة ت) ثابتة ث) وتيرة التغيّر 2−.

12. أ) جدول ب) تصاعديّة ت) غير ثابتة

13. أ) تنازليّة ب) غير ثابتة

14. أ) رقم 2 ب) رقم1 ت) رقم 4 ث) رقم 3 ج) رقم 5

© جميع الحقوق محفوظة - يتسحاك شاليف وإيتي عوزيري - الرياضيّات للصفّ العاشر - عنقود العلوم والمجتمع - يمنع النسخ دون إذن خطّيّ من المؤلّفين