יצחק שלו & אתי עוזרי

# מדריך למורה

# מתמטיקה לכיתה י'

# אשכול מדעים וחברה

**תוכן העניינים**

**<u>מבוא</u>**

אחת המטרות של מערכת החינוך היא להכשיר את הבוגרים להתמודד עם המורכבות של החברה שבה הם חיים. מקצוע המתמטיקה הוא רכיב חיוני בהכשרה זו הן בידע והן במיומנויות הנדרשים להתמודדות זו. תכנית זו מיועדת לתלמידים שהצורך שלהם במתמטיקה הוא בעיקרו יישומי. המתמטיקה חיונית גם בחיי היום-יום וגם במגעים החברתיים והכלכליים בחברה המודרנית.

**<u>רציונל</u>**

האזרחים בחברה המודרנית מוצפים במידע בעל אופי מורכב, ולכן זקוקים לכלים שישפרו את יכולת האבחנה והשיפוט שלהם באשר לאיכות המידע והפרשנויות הנלוות לו. למתמטיקה תפקיד מרכזי בקליטת המידע, ניתוחו והסקת מסקנות, ויש צורך בתובנות מתמטיות כדי להתמודד אתו. תכנית לימודים זו מתבססת על ראייה תפקודית-יישומית, שמטרתה להדגיש את זיקת הלימודים לחיי המעשה. תכנית זו מתמקדת בנושאים מרכזיים ורלוונטיים למציאות חייו ולצרכיו של הלומד כמו כלכלה, פיננסים, תהליכים חברתיים ותופעות חברתיות ומדעיות, והתמצאות במישור ובמרחב. מטרה חשובה של התכנית תהיה להגיע גם אל התלמידים שמתקשים בפרקים פורמאליים מתקדמים במתמטיקה, וליצור אצלם עניין ותחושת רלוונטיות של המתמטיקה.

**תחומי התוכן המתמטי שבהם מתמקדת התכנית**

<u>התחום הכמותי</u>: חשבון ואחוזים, חשבון ואלגברה של ביטויים ליניאריים, ריבועיים ומעריכיים, שאלות מילוליות בחשבון ובאלגברה.

<u>התחום הגיאומטרי-צורני</u>: הכרת צורות במישור, גופים במרחב ותכונותיהם, חישובים גיאומטריים וטריגונומטריים במישור ובמרחב, שאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשים ידע גיאומטרי וטריגונומטרי.

<u>השתנות ויחסים</u>: פונקציות, חיוביות ושליליות, עלייה וירידה, קריאת גרפים וסרטוט גרפים, פונקציות ליניאריות, ריבועיות ומעריכיות, ושאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשות ידע עליהן.

<u>אי-ודאות וסטטיסטיקה</u>: הסתברות קלאסית וסטטיסטיקה בסיסית (מדדי מרכז, מדדי פיזור, התפלגות נורמאלית).

מטרות-העל של התכנית

לימוד המתמטיקה במסלול זה מיועד להשגת המטרות הבאות:

- עיצוב תפיסת המתמטיקה כשפה אוניברסאלית שבאמצעותה ניתן לתאר תהליכים כלכליים וחברתיים, כאמצעי לבניית מודלים שמתארים תופעות בתחומי חיים שונים של האזרח.
- פיתוח חשיבה לוגית, ההכרחית להבנת התופעות החברתיות והכלכליות, הכוללת ביקורתיות, דיוק, ודבקות במטרה.
- הכרת תפקידה של המתמטיקה בחיי היום-יום, החברה, והכלכלה.
- רכישת כלים מתמטיים, שיעזרו לבוגר מערכת החינוך ללמוד מקצועות נוספים, כגון מדעי הסביבה, גיאוגרפיה וכולי.
- הקניית בסיס אורייני-מתמטי, אשר עליו ניתן לבנות הכשרה עתידית, שאיננה מסתמכת על ידע מתמטי פורמאלי.

**עקרונות התכנית**

גישה אוריינית: טיפוח אוריינות מתמטית, הכוללת דרכי התבטאות בייצוגים חזותיים, כמותיים ומילוליים, ושילוב ביניהם על מנת לפתח יכולות עיבוד מידע וקבלת החלטות מושכלות.

רלוונטיות: מטרה מרכזית של התכנית היא להביא למודעות של התלמידים, כי לתובנות המתמטיות ערך חשוב עבורם להבנת העולם הסובב אותם ולצייד אותם בכלים מתאימים להבין עולם זה ולתפקד בו בהבנה וביעילות. יצירת רלוונטיות לתלמידים הופכת את הלמידה לאפקטיבית עבורם ועשויה לסייע ביצירת עניין ובהעלאת המוטיבציה ללמידה אצל התלמיד.

גישה ספירלית: המושגים והתכנים נבנים בצורה הדרגתית תוך הדגשת ערכם היישומי בהקשרים השונים. הספיראליות באה לידי ביטוי הן באמצעות עיסוק חוזר בנלמד בחטיבת הביניים (אם כי מנקודת מבט שונה), והן באמצעות עיסוק בתכנים חדשים הנלמדים בחטיבה העליונה. היבט נוסף בספיראליות בא לידי ביטוי בשימוש שנעשה באותם כלים מתמטיים, בהקשרים יישומיים שונים, הבאים לידי ביטוי באשכולות שונים של התכנית.

עידוד השיח המתמטי: לשיח המתמטי תרומה חשובה בקידום ההבנה של התכנים המתמטיים הנלמדים, ולכן חשוב לאפשר פעילויות ודרכים לעידוד השיח.

גיוון דרכי ההוראה: חשוב לגוון את דרכי ההוראה על מנת לענות על צרכים שונים של הלומדים וכדי להתאים ללומדים שונים.

טכנולוגיה: התכנית משלבת את השימוש בכלים טכנולוגיים כאמצעי בהוראה ובלמידה. שימוש מושכל בכלים ממוחשבים שונים יכול לסייע בהבנה של המושגים והתהליכים המתמטיים הנלמדים, ליצור עניין אצל התלמיד, ולקדם את גיוון שיטות הוראת המתמטיקה.

**מבנה התכנית**

התכנית בנויה משלושה אשכולות המייצגים תחומים כלליים שבהם למתמטיקה תפקיד מרכזי: האשכול החברתי-מדעי, האשכול הפיננסי- כלכלי, ואשכול של התמצאות במישור ובמרחב. הצורך לתאם בין השיקולים האוריינים לפיתוח הנושאים המתמטיים מכתיב מבנה דו-ממדי לכל אחד מהאשכולות. הממד האחד הוא של יחידות אורייניות ההולכות ומתפתחות בהדרגה, כשנושאי כל יחידה נבנים על קודמיהם. הממד האחר הוא נושאים ומיומנויות מתמטיים, המצטרפים זה לזה בהדרגה ובאופן ספיראלי, כשחלקם מוכרים מחטיבת הביניים וחלקם חדשים.

**אשכול חברה ומדע**

אשכול זה מהווה אשכול כניסה לתכנית של החטיבה העליונה. הדגש בו הוא שימור של הידע הרלוונטי מחטיבת הביניים.

באשכול זה נלמדים התכנים המתמטיים בהקשרים של תופעות מתחומי החברה והמדעים. עיבוד ופירוש מידע המתאר מצב מציאותי בתחומים שונים של מדעי הטבע והחברה. השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים להבנה בסיסית ולעיבוד סטטיסטי של מידע המתפרסם באמצעי התקשורת, הערכת סיכויים של תרחישים שונים, וכדומה.

המיומנויות שיוענקו לתלמידים באשכול, יסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים, המסוגלים לקבל החלטות ולהסיק מסקנות מושכלות לגבי תהליכים ותופעות חברתיות.

**<u>אשכול פיננסי-כלכלי</u>**

בין היתר, נבחרו התכנים המתמטיים באשכול, משיקולי הרלוונטיות שלהם לצרכים הכלכליים-פיננסיים של התלמידים כבוגרים בחברה.

השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורים לנושאים כלכליים-פיננסיים, שבהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם כבוגרים בחברה כגון: צרכנות, ניהול חשבונות הבית, ניהול תקציב המשפחה, הבנה בסיסית של נתונים פיננסיים בתקשורת, התנהלות מול בנק, וכדומה. המיומנויות שיוענקו לתלמידים יסייעו לתלמידים לתפקד כבוגרים אחראיים וצרכנים נבונים.

**<u>אשכול התמצאות במישור ובמרחב</u>**

אשכול זה מתמקד באובייקטים של העולם האמיתי. בעיות שנפתרות באשכול זה ממחישות יישומיות רחבה של גיאומטריה בחיי האדם.

השאלות והדוגמאות באשכול יהיו קשורות לשימושים גיאומטריים וטריגונומטריים, שבהם עתידים התלמידים להיתקל בחייהם, כגון חישובי היקפים ושטחים, ריצופים, בניית מסלולים, תכניות בנייה, קנה מידה ומפות, וכדומה. מעבר לכך יושם דגש גם בהפעלת שיקולי כדאיות, לחישוב מהירויות ולפיתוח יכולת של אומדן.

**מבנה הספר**

הספר מחולק לפרקים בהתאם לנושאי הלימוד שלו.

בדרך-כלל מחולק כל פרק לתת-פרקים על פי הנושאים השייכים לאותה יחידת לימוד.

כל פרק כולל הצעה לחלוקה למספר שעות על פי הנחיית מפמ״ר מתמטיקה.

**במסגרות** מופיעים תזכורות, המלצות, דוגמאות פתורות והסברים, כדי לסייע לתלמידים בפתרון התרגילים.

**ההסברים והדוגמאות הפתורות** הם חלק ממערך ההוראה ונלמדים בכיתה עם המורה. מומלץ להקרין בכיתה את ההסבר והדוגמאות באמצעות ברקו ו/או מסך המחובר למחשב ולעבור על הפתרון ביחד עם התלמידים, כאשר לעיתים התלמידים מתמקדים בסרטוטים המוצגים, והמורה נותן הסבר בעל-פה.

הצגה ויזואלית זו תעזור לתלמידים להבין טוב יותר את המשימה ואת המסקנות ותחסוך זמן הוראה.

יחד עם זאת, תלמיד שנעדר מהשיעור יכול לעבור בעצמו על הדוגמאות הפתורות על מנת ללמוד באופן עצמאי את שנלמד בכיתה.

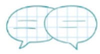
נדגיש! אם אין אפשרות להקרין על הלוח את הדוגמאות וההסברים, יתמקדו התלמידים בסרטוטים שבספר, המורה יסביר בעל-פה את הפתרונות או שיעבור עם התלמידים על הפתרונות שבספר.

**התשובות למשימות הפתיחה ולכל התרגילים בספר מופיעות בסוף כל יחידה בספר.**

**נספחים** בסוף הספר מופיעים נספחים בנושאים שנלמדו בחטיבת הביניים, ונדרשים ללימוד אשכול זה. השימוש בנספחים הוא לשיקול דעת המורים בהתאם לצורך ולשליטת התלמידים בחומר המופיע בנספחים. הנספחים באשכול זה רלוונטיים החל בלימוד היחידה הראשונה ונדרשים לכל היחידות שבספר.

**הערה**: לאורך הספר שיבצנו ברקודים (QR), שמציינים את המקור למידע המוצג בו. ביחידות השונות בספר ציינו לגבי השאלות את המלצותינו לגבי השימוש בברקוד.
במדריך יש ברקודים שאינם מופיעים בספר, והם ניתנים כהרחבה לשיקול דעת המורה בהתאם לרמת הכיתה.

**מקרא**

-  משימת פתיחה תילמד בתחילת הלימוד של היחידה. המשימה תילמד בכיתה בהדרכת המורה עם התלמידים. רקע אפור מלווה גם תזכורת (לידע קודם) ולדוגמאות פתורות.
-  סימן זה מסמן שאלת חשיבה. שאלה בדרגה גבוהה לפתרון בכיתה או בבית לפי החלטת המורה.
-  סימן זה מסמן שאלה לדיון בכיתה בקבוצות או בשיח כיתתי, בהדרכת המורה.
-  שאלה שבה מופיע קוד QR, (יש להוריד לטלפון הנייד אפליקציה לקריאת הקוד). סריקת הקוד מקשרת ליישומון, סרטון או מידע נוסף. ברוב השאלות לא מופיע מידע הנחוץ לפתרון השאלה עצמה, אלא מידע נוסף הקשור לנושא השאלה, המאפשר העשרה, השוואה או תרגול.

**<u>מדריך למורה</u>**

אנו ממליצים שההסברים הארוכים והדוגמאות הפתורות שבספר יוקרנו על מסך או על הלוח באמצעות ברקו. המורה ייתן הסבר בעל-פה מבלי לקרוא את כל המלל שבספר. את המלל הארוך נמליץ לתלמידים לקרוא בבית כהכנה לפתרון התרגילים, שניתנו כשיעורי בית, או לתלמיד שנעדר מהשיעור.
את הסיכומים ו/או ההערות מומלץ לקרוא בכיתה עם התלמידים.
במדריך למורה יש פתרונות למרבית התרגילים, דרכים שונות לפתרון (במידת האפשר) והנחיות לעבודה בכיתות מתקשות או בכיתות מתקדמות.
לעיתים אנו מציעים במדריך משימות פתיחה שונות, וכן שימת דגש לטעויות נפוצות.
במדריך יש סרטונים ויישומונים, שאינם מופיעים בספר לתלמיד, והם ניתנים כהרחבה לפי שיקול דעת המורה בהתאם לרמת כיתתו.
בחלק מן הפרקים אנו מציעים מטלות להערכה חלופית.
בסוף כל יחידה יש מבדק, המסכם את החומר הנלמד במדריך למורה יופיעו הפריסה השבועית של תכנית הלימודים ותוכנית לארגון ההוראה, הכוללת המלצות לגבי תרגול בכיתה ותרגילי בית.
מספר השעות המוקצה לאשכול זה הוא 40 שעות.

**<u>אתרים</u>**

מאגרי תרגילים (בכמה רמות) לצורך הרכבת מבדקים, מבחנים ודפי עבודה יופיעו באתרנו: http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "פינת המורה". הכניסה ל"פינת המורה" מותנית בשימוש בסיסמה, הניתנת למורה, כדי למנוע כניסת תלמידים למאגר שאלות זה.
אנו ממליצים להיכנס לאתרים הבאים לצורך הורדת חומרי לימוד נוספים, שיסייעו לכם במהלך ההוראה בכיתה:
אתר מפמ"ר מתמטיקה במשרד החינוך.
אתר לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים במשרד החינוך.

אתר מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל-יסודי

אוניברסיטת קאהן : www.hebrewkhan.org

המדריך למורה יופיע באתרנו : http://www.mathstar.co.il בקטגוריית "חטיבה עליונה"

# יחידה ראשונה

**תכנים/נושאים מתמטיים**

קריאת מידע מייצוגים ויזואליים שונים (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עוגה, גרף).

פונקציות בייצוגים שונים: אלגברי, מילולי, גרפי.

**תכנים נלווים**

שינוי נושא נוסחה.

פתרון משוואות ממעלה ראשונה או ממעלה שנייה (כולל שברים ונעלם במכנה).

**מטרות כלליות**

קריאה ועיבוד של מידע, המוצג בייצוגים שונים של מידע מילולי, אלגברי, ויזואלי.

חשיפה לייצוגים הוויזואליים השונים של מידע: דיאגרמת עמודות (כולל דיאגרמת עמודות כפולה), דיאגרמת עיגול, גרף. היכרות עם סוגי המשתנים (בדיד ורציף). הבנת ההבדל בין הייצוגים הוויזואליים השונים.

**מטרות אופרטיביות**

<u>בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן מידע בייצוג הוויזואלי גרף</u>:

א. התלמיד יקבע מה המשמעות של כל אחד מהצירים בגרף.

ב. כאשר נתון בגרף ערך של משתנה אחד, ימצא התלמיד את הערך של המשתנה השני.

ג. התלמיד יזהה נקודות מיוחדות בגרף, ויצביע על המשמעות שלהן בהקשר האורייני (נקודות מינימום/מקסימום, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות חיתוך בין גרפים).

ד. התלמיד יזהה תכונות עיקריות של הגרף, ויצביע על המשמעות שלהן בהקשר האורייני (עלייה/ירידה/קבועה, חיוביות/שליליות, קצב שינוי וכדומה).

<u>בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן שני גרפים (או יותר) באותה מערכת צירים:</u>

א. התלמיד ישווה את המידע המתקבל מהגרפים על-פי קריטריונים שיקבל או, לחילופין, על-פי קריטריונים שיקבע בעצמו (למשל: המשמעות שגרף אחד נמצא מעל הגרף השני, המשמעות שהגרפים השונים מתחילים מנקודות שונות על ציר ה – y, המשמעות של השוואת תחומי העלייה ותחומי הירידה שלהם, השוואת קצב השינוי של שני גרפים וכו').

ב. התלמיד יסביר את המשמעות של נקודת החיתוך של שני גרפים.

ג. התלמיד ימצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים באמצעות קריאת שיעורי הנקודה מהגרף.

<u>בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן גרפים לא שגרתיים (כגון: גרף מדרגות פשוט, גרף נקודות ועוד):</u>

א. התלמיד יקבע מה מייצג כל אחד מהצירים וכל אחד מהמשתנים.

ב. התלמיד יאחזר את המידע המוצג בגרף ויסיק מסקנות.

ג. התלמיד ישווה בין חלקים של הגרף, וידע להסיק מסקנות מההשוואה, בין היתר לצורך קבלת החלטות ובדיקת כדאיות.

<u>בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן מידע בייצוג וויזואלי של דיאגרמת עמודות רגילה או כפולה, התלמיד</u> יזהה את המידע המתקבל מדיאגרמה זו:

א. התלמיד יקבע מה מייצג כל אחד מהצירים.

ב. התלמיד יאחזר את המידע המוצג בדיאגרמה ויסיק מסקנות.

בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן מידע בייצוג וויזואלי של דיאגרמת עיגול (עוגה), התלמיד יזהה את המידע המוצג בדיאגרמה ויסיק מסקנות.

בהקשר מדעי וחברתי, יעשה התלמיד השוואה בין שתי דיאגרמות עיגול ויסיק מסקנות, בין היתר לצורך קבלת החלטות ובדיקת כדאיות.

בהקשר מדעי וחברתי, ימיר התלמיד מידע הנתון באופן וויזואלי למילולי, ולהפך.

בהקשר מדעי וחברתי, יצביע התלמיד על הייצוג וויזואלי המתאים ביותר למצב נתון (בחירה בין ייצוג המידע בדיאגרמת עמודות, בדיאגרמת עיגול, גרף, תיאור מילולי).

בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן ייצוג אלגברי של מידע, התלמיד ידע:

א. להסביר מה מייצג כל משתנה.
ב. בהינתן ערך של משתנה/ים מסוים/ים למצוא את הערך של המשתנה היחסי.
ג. להביע משתנה אחד באמצעות המשתנים האחרים – שינוי נושא נוסחה.

# הסקת מסקנות ממידע

שימו לב! ליחידה זו יש שלושה נספחים בסוף הספר לצורך תרגול והבהרה של הנושאים שנלמדו בחטיבת הביניים. נספח א׳ עוסק בפתרון משוואות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה עם נעלם אחד (כולל שברים ונעלם במכנה. נושאים אלו נלמדו בחטיבת הביניים – ז׳, ח׳, ט׳). מומלץ לחזור על נספח זה לפני הפרק העוסק בשינוי נושא נוסחה. מומלץ לעבור על הדוגמאות הפתורות שבנספח בכיתה, ולתת תרגול נוסף לבית (בהתאם לרמת התלמידים). נספח ב׳ עוסק באחוזים: מציאת ערך האחוז, מציאת האחוז ומציאת הכמות ההתחלתית (השלמה), נלמד בכיתה ח׳. מומלץ לחזור על נספח זה לפני תחילת הלימוד של היחידה הראשונה. מומלץ לעבור על הדוגמאות הפתורות בכיתה ולתת תרגול נוסף לבית (בהתאם לרמת התלמידים). נספח ג׳ עוסק במערכת צירים ופונקציות. מומלץ לעבור על התזכורות בכיתה ולתת תרגול נוסף לבית (בהתאם לרמת התלמידים, נלמד בכיתות ז׳, ח׳ ט׳).
כפי שציינו, נספחים אלה נדרשים גם לשאר היחידות שבספר.

**משימת פתיחה עמוד 2**

היחידה פותחת עם משימת פתיחה שתילמד בכיתה בהדרכת המורה.
השוואה של מכירת תנורי אפייה המתוארת בשני ייצוגים (דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול).
במשימה יש גם שימוש בדיאגרמת עמודות כפולה.
נושאים אלו נלמדו בחטיבת הביניים (ז׳, ח׳, ט׳), אנו חוזרים ומדגישים את הקשר לחיי היומיום בהיבט המדעי וההיבט החברתי.
אפשר להתחיל את משימת הפתיחה בייצוג מילולי (בשנת 2000 נמכרו 40 תנורי אפייה...), לבקש מהתלמידים (או בדיון בכיתה) לתאר את הנתונים בדיאגרמת עמודים, לנתח ביחד מה מייצג ציר ה – x, מה מייצג ציר ה – y וכו׳.
רצוי להפנות את התלמידים למידע המתפרסם באתר של **הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה**.
ניתן להגיע לכיתה עם ייצוגים שונים של מידע ממוספים כלכליים מעיתונים וכו׳.

# קריאת מידע מייצוג ויזואלי ובניית הייצוג הוויזואלי

ביחידה זו אנו עוסקים בייצוגים שונים של תופעות מחיי היומיום. נציג את המידע באמצעות גרפים, דיאגרמת עיגול ודיאגרמת עמודות. נעסוק ביתרונות והחסרונות של כל אחד מהייצוגים, וכיצד נוכל ״לשאוב״ מידע מייצוג זה או אחר.
הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד סוגי משתנים.

√ התלמיד ילמד גרפים רציפים.

√ התלמיד ילמד דיאגרמות עמודות.

√ התלמיד ילמד דיאגרמות עיגול.

√ התלמיד ילמד גרפים לא שגרתיים.

√ התלמיד ילמד בניית ייצוגים ויזואליים.

√ התלמיד ילמד לעבור בין הייצוגים השונים (תרגול משולב).

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> 7 שעות.

**<u>א. סוגי משתנים</u>**

**הסבר ודוגמאות עמודים 3, 4**

הסבר על ידע קודם שנלמד (אם לא זוכרים, מזכירים בכיתה).
**משתנה בלתי-תלוי** (הערכים על ציר ה – x) **ומשתנה תלוי** (הערכים על ציר ה – y).
נדגיש את ההבדל בין **משתנה איכותי** (גובה, צבע עיניים, צבע מכונית, מקצוע...) לבין **משתנה כמותי** (ציון, כמות בק״ג...)
המשתנה הכמותי יכול להיות רציף (גובה ...) או בדיד (ציון...)

**תרגיל 1 עמוד 5**

תיאורים מילוליים. התלמידים נדרשים להבחין בין משתנה כמותי לבין משתנה איכותי.

**תרגיל 2 עמוד 5**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.
בכיתה נבקש מן התלמידים להציע רעיונות למשתנים איכותיים וכמותיים על מנת לעזור לתלמידים המתקשים. בכיתות חלשות מאוד ניתן להיעזר בתרגיל 1.

דוגמאות:

(1) משתנים כמותיים: מספר ילדים במשפחה, מספר הספרים שנקראו, מספר הסרטים שצפינו...
(2) משתנים איכותיים: סוגי המכוניות שעברו בכביש במשך שעה, סוג השירות שקיבלנו במספרה, מקצועות הלימוד באוניברסיטה....

**תרגיל 3 עמוד 5**

בתרגיל זה המשתנים הם כמותיים. התלמידים נדרשים לקבוע אם המשתנה הוא בדיד או רציף.

**תרגיל 4 עמוד 5**

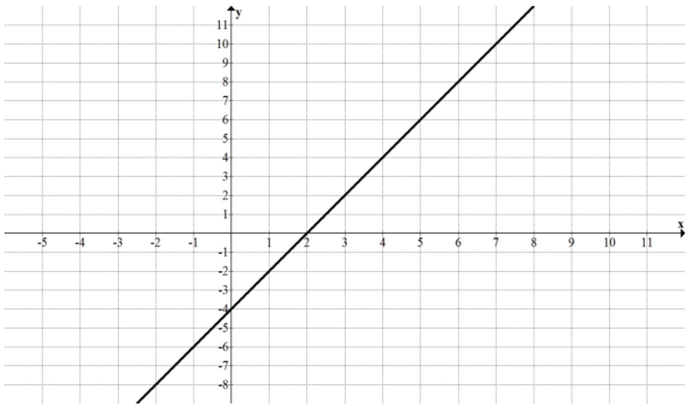
בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.
בתרגיל זה התלמידים נדרשים לתת דוגמאות למשתנים כמותיים בדידים ולמשתנים כמותיים רציפים.
בכיתות מתקשות נפתור תרגיל זה בכיתה.
ניתן להיעזר במוספים כלכליים של העיתונות הכתובה או במוספים כלכליים הנמצאים ברשת.
דוגמאות: משתנה כמותי בדיד: מספרי הנעליים בחנות, מספר הספרים שנקראו בחופשה...
משתנה כמותי רציף: משקל התינוקות שנולדו בשבוע מסוים, משקל התפוחים שנקטפו במהלך שבוע...

**<u>ב. גרפים רציפים</u>**

**דוגמה פתורה עמודים 6 – 8**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח ולהתמקד בסרטוטים תוך הסבר בעל-פה של כל אחד ואחד מהם.
בדוגמה נתון גרף רציף של טמפרטורה ביישוב מסוים כתלות בזמן. אפשר לחזור על המושגים משתנה כמותי רציף (זמן), גרף רציף (יש משמעות גם לשעה 9:45) וכו'. נזכיר את הנושא סימון נקודות במישור (ראו נספח בסוף הספר).
בכיתות מתקשות ניתן להתחיל מגרף של ישר במערכת צירים. לרשום שיעורי נקודות כאשר נתון $x$, או נתון $y$.

דוגמה :



השלימו את שיעורי הנקודות הנמצאות על הגרף :

( ____ , 7), ( ____ , 3), (____ , 2 -),

(8, ____ ), (0, ____ ), (6 - , ____ )

נזכיר נקודות חיתוך עם הצירים, ומה החשיבות של נקודת החיתוך עם ציר ה – x.

נשים לב לעובדה כי הגרף עולה (הן בדוגמה הפתורה, והן בגרף הנתון לעיל).

כאשר שואלים אם קצב העלייה קבוע, או לא קבוע, ניתן להראות לתלמידים את שני הגרפים ולראות את ההבדל.

בשני הגרפים ניתן להסביר מתי גרף נמצא מעל ציר ה – x, ואז הוא מקבל ערכים חיוביים, ומתי הגרף נמצא מתחת לציר ה – x, ואז הוא מקבל ערכים שליליים. איזו נקודה היא "נקודת המפנה"?

**תרגיל 5 עמוד 9**

תרגיל של "בעיית תנועה" שמשתלב עם גרף.

סעיף ג' : נתון x, וצריך למצוא את y.

סעיף ד' : נתון y, וצריך למצוא את x.

נדגיש : יש משמעות גם לחלקי שעה (9:30, 10:45...)

<u>בכיתות מתקדמות</u> ניתן לשאול: מה היה מרחק המכונית מהקיבוץ בשעה 10:00? או מתי היה המרחק בין המכונית לקיבוץ 400 ק"מ?

**תרגיל 6 עמוד 9**

בכיתות מתקשות נגיד לתלמידים להתבונן בגרף ולראות מתי יש התקדמות, ומתי יש עצירה. בנקודות אלו נבקש מהתלמידים להוריד קו מקווקו אל ציר ה - x כדי שיוכלו לדעת את השעה שבה התבצע השינוי.

<u>שימו לב</u>! עצירה או הליכה סביב נקודה ללא התקדמות.

**תרגיל 7 עמוד 10**

הרכבת יצאה בשעה 7:00 בבוקר לכיוון עיר ב'.

סעיף ה' : שימו לב! יש שני פתרונות.

ניתן למתוח ישר המקביל לציר ה- x החל בנקודה (200, 0). כך יודגש כי יש שני פתרונות.

סעיף ו' : שימו לב! יש שני פתרונות.

ניתן למתוח ישר המקביל לציר ה- x החל בנקודה (360, 0). כך יודגש כי יש שני פתרונות.

שאלו בכיתה : מדוע (360, 0)? כי זה מרחק של 120 ק"מ מעיר ב'.

שימו לב! סעיפים ה' ו – ו' יכולים לבלבל. עיר א' נמצאת בראשית הצירים, עיר ב' נמצאת במרחק של 480 ק"מ ממנה. סעיף ה' : בשעה 07:30 הרכבת נמצאת במרחק של 120 ק"מ מעיר א', סעיף ו' – מרחק של 120 ק"מ מעיר ב', משמע 360 ק"מ מעיר א'.

**תרגיל 8 עמוד 10**

תרגיל המזכיר את תרגיל 6 ואת תרגיל 7: שילוב של הליכה, עצירה וחזרה לנקודת ההתחלה.

טעות נפוצה: לחזור לנקודת ההתחלה, משמע לחזור לנקודה (0, 0), או במקרה שלנו (0, 7:00).

מציאת המהירות, משמע חישוב שיפוע (בלי להזכיר את המילה שיפוע).

ניתן להציג בכיתה את היישומונים הבאים (גיאוגברה), הממחישים תנועת כלי רכב לצד הגרף המתאים לתנועתו (לסמן וי בריבועים שמשמאל) (ברקודים אלו מופיעים רק במדריך).

**תרגיל 9 עמוד 11**

שילוב של "שתי הפסקות חימום" וקירור.

**תרגיל 10 עמוד 11**

סעיף ב' במכל המים היו 425 ליטרים 3 פעמים במשך כל התהליך.

אם קשה להבין, למתוח ישר מקביל לציר ה – x, המתחיל בנקודה (425, 0).

סעיף ו': המכל לא התרוקן לגמרי, נשארו בו מים.

סעיף ט': למצוא את אחוז הירידה בכמות המים (ראו נספח אחוזים).

בכיתות מתקשות הוסיפו כמה תרגילים ללא קשר לשאלה כדי למצוא את אחוז הירידה או אחוז העלייה.

ניתן לבצע בשתי דרכים:

דוגמה א': בכמה גדול 120 מ –80?

אפשרות (1): $\begin{pmatrix} x\% & \leftrightarrow & 120 \\ 100\% & \leftrightarrow & 80 \end{pmatrix}$ נקבל x = 150 כלומר 120 גדול מ – 80 ב – 50%.

אפשרות (2): 120 גדול מ – 80 ב – 40. $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 40 \\ 100\% \leftrightarrow 80 \end{pmatrix}$ נקבל x = 50.

דוגמה ב': בכמה קטן 90 מ – 120?

אפשרות (1): $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 90 \\ 100\% \leftrightarrow 120 \end{pmatrix}$ נקבל x = 75 כלומר 90 קטן מ – 120 ב – 25%. (טעות נפוצה: 75%)

אפשרות (2): 90 קטן מ – 120 ב – 30. $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 30 \\ 100\% \leftrightarrow 120 \end{pmatrix}$ נקבל x = 25. דרך זו מונעת טעויות.

סעיף י': בסעיף זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

(1) לא ניתן לדעת מהו נפח המכל, אלא רק מהי הכמות המקסימלית באותו יום.

(2) יש מספר אפשרויות למשל, מהי כמו המים במכל כעבור 35 דקות? האם היו במכל באותו יום 500 ליטרים של מים? ....

**תרגיל 11 עמוד 12**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

כדאי להמליץ לתלמידים להיכנס לאתר govmap ולצפות במפת מוקדי השידור הסלולריים בפריסה ארצית: (ברקוד זה מופיע רק במדריך).

בנוסף ניתן להציג לתלמידים באתר את תפריט "שכבות", המאפשר הוספה של פריטים נוספים למפה, כגון: אתרים לאומיים, תחנות ניטור אוויר ועוד.

**תרגיל 12 עמוד 12**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 13 עמוד 13**

אף על-פי שהגרף אינו גרף של קו ישר, אלא קו עקום, עדיין ניתן לענות על סעיפי השאלה.

סעיף ח': בין השעות: 10:00 ל- 17:30.

סעיף ט': מהירות המכונית ירדה מ – 40 קמ"ש ל- 10 קמ"ש. נחשב ונקבל כי המהירות קטנה ב – 75%.

**תרגיל 14 עמוד 13**

מדידת טמפרטורה. בכיתות מתקדמות ניתן להשתמש במושג נקודות קיצון, תחומי עלייה ותחומי ירידה.

סעיף ב': הפער בין הטמפרטורה הגבוהה ביותר לטמפרטורה הנמוכה ביותר.

ניתן לפתור סעיף זה באופן אינטואיטיבי, וניתן לפתור באמצעות תרגיל: $7-(-9)=16$, או באמצעות היגד מילולי: הטמפרטורה הנמוכה ביותר היא (-9), עלינו ב – $9^0$ עד $0^0$, ואז עלינו ב – $7^0$ נוספות. סך-כל עליית הטמפרטורה היא $16^0$.

סעיף ח': בשעה 10:00 הייתה הטמפרטורה $7^0$, בשעה 11:00 הייתה הטמפרטורה $5^0$, כלומר היתה ירידה של $2^0$ נחשב: $\begin{pmatrix} x\% & \leftrightarrow & 2 \\ 100\% & \leftrightarrow & 7 \end{pmatrix}$, $x = 28.57$ כלומר, ירידה של 28.57%.

**תרגיל 15 עמוד 14**

תרגיל דומה לתרגיל 14.

סעיף ב': טמפרטורה של $5^0$ נמדדה שלוש פעמים, טמפרטורה של $3^0$ – נמדדה פעמיים.

סעיף ה': ניתן להזכיר את המושג תחום שליליות.

## ג. <u>גרפים לא שגרתיים</u>

עד כה עסקנו בגרפים שגרתיים רציפים.

בתת-פרק זה נדון בגרפים לא שגרתיים, בעיקר כאלה שאינם רציפים.

**הסבר ודוגמאות עמודים 15, 16**

נכיר שלושה סוגים של גרפים לא שגרתיים: גרף נקודות, גרף מדרגות, וגרף שיני מסור. דוגמה לגרף שיני מסור: אורך שיער של מעיין (במשך שנה), שמידי כמה חודשים מסתפרת. גם בדוגמה זו, כמו בפרקים הקודמים, נתון x ועלינו למצוא את y, או שנתון y ועלינו למצוא את x.

סעיף ה׳: מבקשים מן התלמידים ״להמשיך״ את הגרף ולמצוא את אורך השיער אחרי חמישה חודשים בשנת 2021.

בספר אנו רואים שתי דרכים למציאת אורך השיער.

המשימה הבאה: ״גל מסתפרת״ היא משימה לתלמידים, הדומה לדוגמה הפתורה שבספר לתלמיד.

אנו מציעים לפתור את המשימה המצורפת בעבודה בזוגות (נמצא רק במדריך).

במשימה זו ניתן להיעזר ביישומון (גיאוגברה): (נמצא רק במדריך).

**תרגיל 16 עמוד 16**

התלמידים אמורים לקשר בין מספר השעות שתלמיד למד למבחן (ציר ה – x) לבין הציון שקיבל (ציר ה – y). לא תמיד יש מתאם בין מספר שעות ההכנה לבין הציון (ראו תלמיד ב׳).

סעיף א׳: התלמיד שלמד את מספר השעות הרב ביותר הוא תלמיד ה׳.

סעיף ב׳: התלמיד שקיבל את הציון הנמוך ביותר הוא תלמיד ג׳.

סעיף ג׳: ״למרות כל מה שהשקעתי, לא כל כך הצלחתי״ יכול להיאמר על-ידי תלמיד ד׳.

סעיף ד׳: ״הצלחתי מבלי ללמוד הרבה״ יכול להיאמר על-ידי תלמיד ב׳.

**תרגיל 17 עמוד 16**

גרף נקודות לא רציף.

סעיף א׳: ציר ה – x מייצג את החודש בשנה, וציר ה – y מייצג את מספר החולים שטופלו בתרופה הניסיונית.

סעיף ב׳: בחודש מרץ טופלו 3 חולים. נתון x וצריך למצוא את y.

סעיף ג׳: בחודש אפריל היה המספר המקסימלי של החולים שטופלו בתרופה.

סעיף ד׳: המספר המקסימלי של החולים שטופלו היה 9, המספר המינימלי היה 1, ולכן ההפרש הוא 8.

סעיף ה׳: יותר מ - ... בחודשים: אפריל, מאי וספטמבר טופלו יותר מ – 5 חולים.

סעיף ו׳: מסכמים את מספר כל החולים שטופלו ב – 10 חודשים, סך-הכול 45 חולים.

**תרגיל 18 עמוד 17**

תרגול החומר הנלמד.

**תרגיל 19 עמוד 17**

גרף מדרגות. שימו לב! חלוקת השנתות על ציר ה – x היא בדילוגים קבועים, אף על-פי שניתן לחשוב אחרת.

ציר ה – x מייצג את גיל הילד החולה, וציר ה – y מייצג את מינון התרופה בטיפות שיש לתת. ניתן להסביר כי בדרך-כלל כמות התרופה ניתנת לפי משקל, אך לנוחיות השאלה מינון התרופה הוא בהתאם לגיל החולה.

סעיף ו׳: ילד בן 4 מקבל 4 טיפות, וילד בן 6 מקבל 7 טיפות, ולכן 10 טיפות בבקבוק לא יספיקו.

סעיף ז׳: לא. בגיל 12 מקבלים 10 טיפות, ובגיל 3 מקבלים 3 טיפות (פי 3.33).

סעיף ח׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. למשל, לא קיים מינון של 9 טיפות...

**תרגיל 20 עמוד 17**

הגרף של שאלה זו מזכיר משלוח של דברי דואר או מחיר של ביצה לפי משקלה.

סעיף א׳: נתון x,יש למצוא את y.

סעיף ב׳: נתון y,יש למצוא את x.

סעיף ג׳: כלבים שמשקלם פחות מ – 12.5 ק״ג.

סעיף ד׳: כן, אריזה של חצי ק״ג משמעה 500 גרם להאכלת שלושה כלבים שמשקלם 12.5 ק״ג נדרשים 495 גרם.

סעיף ה׳: לכלב שמשקלו 9 ק״ג נותנים 150 גרם של מזון, לכלב שמשקלו 6 ק״ג נותנים 115 גרם מזון. הפער הוא 35 גרם. באחוזים: 30.43%.

**תרגיל 21 עמוד 18**

תרגול החומר הנלמד.

נבקש מן התלמידים לזהות מתי קצב המילוי היה גבוה (קו תלול), ומתי קצב המילוי היה נמוך (קו מתון).

סעיף ז׳: במשך 4 דקות מילאו 10 ליטרים של דלק, לכן כעבור 2 דקות יהיו במכל הדלק 35 ליטרים.

**תרגיל 22 עמוד 18**

תרגיל שמתמקד בעיקר בהבנת הנקרא, תוך תרגול החומר הנלמד.

ברגע שהמלאי הגיע לאפס (נקודות החיתוך עם ציר ה – x), המלאי מתחדש, מדוע?

מנהל המלאי מבקש חידוש אספקה, כאשר הוא רואה כי נשארו במלאי 500 מוצרים בלבד, והוא יודע שני דברים: האחת תוך יום ייגמר המלאי והשנית הוא יקבל אספקה תוך יום אחד בלבד.

## ד. דיאגרמת עמודות

**תזכורת עמוד 18**

מהי שכיחות.

חוזרים על קריאה, זיהוי, ואחזור של מידע מדיאגרמת עמודות נתונה.

**הסבר ודוגמה פתורה עמודים 19, 20**

נתונה טבלת שכיחויות, וכן דיאגרמת עמודות המתאימה לטבלה.

נזכיר את הביטויים: שכיחות, שכיחות מקסימלית, ושכיחות מינימלית.

ניתן לראות שני נתונים שיש להם אותה שכיחות (בטבלה), אם יש שתי עמודות שהן בגובה שווה.

על מנת לחשב את מספר הילדים (נתונים/משתנים) שנבדקו יש לחבר את סך כל השכיחויות.

בדרך כלל מייצג ציר ה – x את המשתנה, וציר ה – y את השכיחות. לפעמים שני הצירים מחליפים תפקידים ואז יש לנו דיאגרמת עמודות ״שוכבת״.

ניתן להציג בכיתה את היישומון הבא, הבונה דיאגרמת עמודות תוך הכנסת נתונים לטבלה (ברקוד זה נמצא רק במדריך).

מוצע יישומון נוסף (גיאוגברה), המסייע לסרטט דיאגרמת עמודות על ידי הזזת הנקודות שמשמאל.
(ברקוד זה נמצא רק במדריך).

**תרגיל 23 עמוד 20**

ניתן לשאול: מדוע אין על ציר ה – x עמודה השייכת למשתנה 2?
אף עובד לא לקח 2 ימי חופשה.
למה בכל זאת רשמו את הספרה 2? נהוג לרשום את המספרים בסדר עוקב, גם אם יש מספר על ציר ה – x שאין לו משמעות על ציר ה – y, כמו במקרה שלנו.
התרגיל מדגים קריאת מידע מדיאגרמת עמודות. נתון x, ומצאו את y או נתון y, ומצאו את x.

**תרגיל 24 עמוד 21**

מתרגל את החומר הנלמד. בכיתה 31 תלמידים. 19 תלמידים מרוצים או מרוצים מאוד מהפעילות. כמות זו היא מעל מחצית מהתלמידים, ולכן המורה תזמין שוב פעילות זו.
אחוז התלמידים, שהיו מרוצים מאוד מהפעילות, הוא: 25.81%. $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 8 \\ 100\% \leftrightarrow 31 \end{pmatrix}$.

**תרגיל 25 עמוד 21**

תרגול החומר הנלמד.
סעיף ז׳: את הציון 70 קיבלו 6 תלמידים, ואת הציון 80 קיבלו 12 תלמידים.

**תרגיל 26 עמוד 21**

תרגול החומר הנלמד.
סעיף ז׳: הפער בין צריכת השוקולד של משפחת בר גדולה ב – 2.7 ק״ג. נחשב: $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 2.7 \\ 100\% \leftrightarrow 6.2 \end{pmatrix}$
צריכת משפחת בר גדולה ב – 43.55%. או $\begin{pmatrix} x\% \leftrightarrow 8.9 \\ 100\% \leftrightarrow 6.2 \end{pmatrix}$.

**תרגיל 27 עמוד 22**

סעיף א׳: משתמשים במושגים יותר מ... פחות מ...
סעיף ה׳: 5 תלמידים מתוך 25 תלמידי הכיתה קראו 2 ספרים, משמע 20%.

**תרגיל 28 עמוד 22**

סעיף א׳: נתון x צריך למצוא את y. סעיפים (3) ו – (4) חודשיים ביחד.
סעיף ב׳: פחות מ... נתון y, צריך למצוא את x.
סעיף ד׳: קל לראות מהדיאגרמה כי בין החודשים אוקטובר לנובמבר חלה העלייה הגדולה ביותר.
בסעיף זה ניתן לדבר בכיתות מתקדמות על אומדן.

בין ספטמבר לאוקטובר חלה עלייה מ – 50 עד 230, בין אוקטובר לנובמבר עלייה מ- 230 ל – 470, וכו'.

סעיף ה': בחודש נובמבר היו 472 מתנדבים, בחודש ינואר היו 697 מתנדבים, פער של 225 מתנדבים. באחוזים: 32.28%.

**תרגיל 29 עמודים 22, 23**

כאשר הגרף אינו יכול להראות מספר מדויק על ציר ה – y, מקובל לרשום מעל העמודה את המספר המדויק (ראו תרגיל 22).

על-פי הגרף ניתן לראות כי בכל השנים חלה עלייה במכירת טלפונים סלולריים.

סעיף ה': הכמות המקסימלית של הטלפונים שנמכרה הייתה 147.5 טלפונים, הכמות המינימלית של הטלפונים שנמכרה הייתה 50.1 טלפונים, הפער 97.4 טלפונים (באלפים), באחוזים 194.41%.

**תרגיל 30 עמוד 23**

סעיף א': נתון x, יש למצוא את y.

סעיף ב': נתון y, יש למצוא את x.

סעיף ג': יש למצוא את y המקסימלי ואת שיעור ה – x המתאים לו. יש למצוא את שיעור ה – y המינימלי ואת שיעור ה – x המתאים לו.

סעיף ד': בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

(1) נכון, 7 לעומת 14, (2) נכון, העמודות הולכות וקטנות, (3) לא נכון, הפוך.

נמליץ לתלמידים להיכנס לסרטון העשרה בנושא: "היתרונות בשנת לילה טובה".
מומלץ לצפות בסרטון עם התלמידים (או לבקש שיצפו בו בבית לקראת השיעור בכיתה), ואז לדון אתם על העובדות החדשות שלמדו מהצפייה.

(מתוך אתר TED –ED, הסרטון באנגלית וניתן להוסיף לו תרגום בעברית על-ידי לחיצה על הגדרות נמצא רק במדריך).

**תרגיל 31 עמוד 23**

תרגול החומר הנלמד.

מומלץ לקרוא עם התלמידים את ההגדרה של ננוטכנולוגיה בכיתה (או לתת זאת כשיעורי בית), ולציין את ההקשר של הננוטכנולוגיה למגוון תחומים.

(מתוך אתר מרכז המחקר והמידע של הכנסת, עמוד 2).

**תרגיל 32 עמוד 24**

סעיף ו': קריאת מידע מתוך הגרף, מגמת עלייה ומגמת ירידה.

סעיף ז': בשנת 2020 היו 2,026 תושבים, ובשנת 2021 היו 2,717 תושבים, פער של 691 מקרים. באחוזים, 25.43%.

**תרגיל 33 עמוד 24**

זוהי דוגמה ל"דיאגרמה שוכבת".

סעיף ה': בתל-אביב 452,000 תושבים, בחיפה 284,000 תושבים, פער של 168,000 תושבים. באחוזים: 59.15%.

**תרגיל 34 עמוד 25**

סעיף ג': 115.55 אלף מגה-וואט.

על מנת לחשב את כמות החשמל שיוצרה מאנרגיית רוח בשנת 2008 יש לכפול את הכמות של שנת 2007 ב – 1.2642, או להשתמש בלוח 2 x 2. $91.4 \cdot 1.2642 = 115.55$.

סעיף ד': נוסיף עמודות. 2008 – 115.55, 2009 – 146.08. בשנת 2009.

סעיף ה': ניתן לחשב, כמובן, את הגידול באחוזים בין כל שתי שנים, אולם ניתן לראות כי בין 2006 ל- 2007 יש ההפרש הגדול ביותר בין הגבהים, ולכן אחוז הגידול הגבוה ביותר הוא 26.42%.

סעיף ו': אם ננסה להשתמש באומדן, בין השנים 2002 ל – 2003 חל גידול של 5 אלפי מגה-וואט, בשאר השנים היה גידול רב יותר. נחשב את אחוז הגידול: $\begin{pmatrix} x\% & \leftrightarrow & 5 \\ 100\% & \leftrightarrow & 33.2 \end{pmatrix}$, $x = 15.06$.

**תרגיל 35 עמוד 25**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

התלמידים נדרשים לחבר שאלות על דיאגרמת עמודות נתונה.

מומלץ לעבוד בקבוצות או לערוך דיון בכיתה.

סעיף א': כמה מהנדסים רשומים בישראל? באיזו התמחות יש את המספר הגבוה ביותר של מהנדסים? מהו החלק היחסי של מהנדסים בתחום הכימיה מתוך כלל המהנדסים הרשומים? בכמה אחוזים גדול מספר מהנדסי האדריכלות ממהנדסי המחשבים?

סעיף ב': כמה מהנדסים למדו בטכניון? כמה מהנדסים הם גברים? נתוני המקור המופיעים בטבלה שבאתר מעוגלים למאות שלמות. ניתן לדון בכיתה על היתרונות והחסרונות שבכל ייצוג (מידע נוסף).

(מתוך אתר מרכז המחקר והמידע של הכנסת, עמוד 21 .

**תרגיל 36 עמוד 26**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

בקישורים שניתן להלן יש סרטונים, ומתחתם מצגות.

מומלץ לתת לתלמידים לעבוד בקבוצות בכיתה, לדון אתם לגבי המידע המופיע בקישורים, ולכוון את הדיונים הקבוצתיים. הסרטונים הם באנגלית קלה.

(מתוך אתר: Gapminder: סרטון ראשון - סרטון שני - ).

בנוסף מומלץ להיכנס לקישור שלמטה, לדיאגרמת עמודות דינמית המציגה את אוכלוסיית העולם משנת 1955 ועד שנת 2020 באנגלית קלה.

דונו לגבי המידע שבגרף הדינמי, בקשו מהתלמידים לציין 5 עובדות שהפתיעו אותם, הנובעות מהנתונים המופיעים בדיאגרמה.

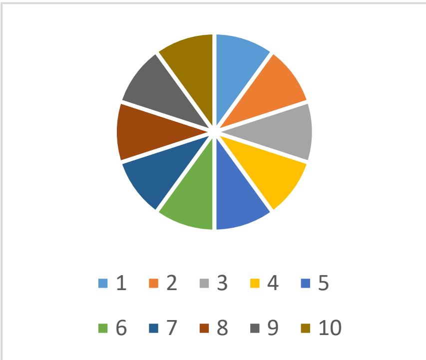
(מתוך אתר koggle : , מצא רק במדריך).

**הערכה חלופית** : בכיתות מתקדמות ניתן להשתמש בתרגיל 35 או תרגיל 36 כהערכה חלופית. התלמידים יציגו בכיתה את המסקנות שהסיקו ואת העובדות שהפתיעו אותם.

**ה. <u>דיאגרמת עיגול</u>**

**תזכורת עמוד 26**

מהי שכיחות יחסית (מובילה אותנו לדיאגרמת עיגול). דיאגרמת עיגול נלמדה באופן מינורי בכיתה ח'. בכיתות חזקות בלבד. הקושי המרכזי של התלמידים הוא בחלוקה של העיגול לגזרות בעיקר אם הן אינן שוות. בעיגול יש $360^0$. כאשר נתונה השכיחות היחסית בשבר פשוט, או באחוזים קל לחשב את גודל הגזרה במעלות. נלמד את התלמידים להשתמש במד-מעלות על מנת לסרטט את הגזרות. בכיתות מתקשות נכין מראש שבלונות של חלוקת עיגול לגזרות בחלוקות שונות. נשתדל להשתמש בתוכנות שיעזרו לתלמידים בהבנת דיאגרמת העיגול. ניתן להשתמש ב"שבלונה":



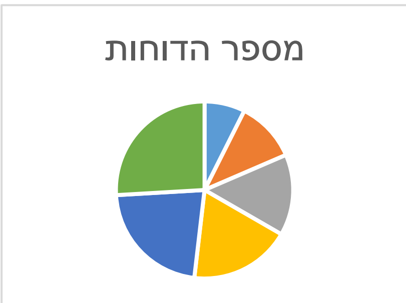

ניתן להוסיף דוגמאות:

א. להלן התפלגות התלמידים בכיתות א' – ו' בבית הספר "נרקיסים"

| הכיתה | א | ב | ג | ד | ה | ו |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 75 | 60 | 70 | 65 | 60 | 70 |


ב. להלן התפלגות דוחות המעבדה שהגישו תלמידי שכבה י"ב.

| מספר הדוחות | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 8 | 12 | 15 | 15 | 5. | 10 |



**הסבר ודוגמאות פתורות עמודים 26 – 28**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח ולעבור עם התלמידים על הפתרונות המוצגים.

בדיאגרמת עיגול, יציג המורה את על הלוח את ההסבר, יתמקד בדיאגרמת העיגול ויערוך דיון עם התלמידים מה ניתן ללמוד מדיאגרמה זו. חוזרים ומזכירים כיצד מוצאים שכיחות יחסית. אם נתונה השכיחות היחסית והשכיחות של נתון, ניתן לחשב את סך כל השכיחויות.

דיאגרמת עיגול, שנקראת גם דיאגרמת "עוגה", נוחה להצגת השכיחות היחסית של המשתנים. ניתן לראות את הנתונים ואת השכיחות היחסית (מי גדול יותר, מי קטן יותר, אילו משתנים שווים בגודלם..), אולם הייצוג הוויזואלי של דיאגרמת עיגול הדבר מוחשי יותר.

דיאגרמת העיגול מתארת מידע לגבי משתנה איכותי או משתנה כמותי בדיד.

**תרגיל 37 עמוד 29**

אף על-פי שחלק מן הגזרות נראות די שוות בגודלן, השכיחות היחסית באחוזים מראה לנו כי שכבה ז' היא השכבה שבה הכי הרבה תלמידים, ושכבה ט' היא הקטנה ביותר.

סעיף ז': בכל השכבות ביחד יש 100% של תלמידים, אחרת דיאגרמת העוגה לא תהיה שלמה.

**תרגיל 38 עמוד 29**

סעיף א': מוצרים א', ב', ג', ו – ד' מהווים 70% מתוך כלל המוצרים, ולכן מוצר ה' מהווה 30% מכלל המוצרים.

סעיף ב': המוצרים א' ו – ה' מהווים 52% מכלל המוצרים, ולכן ניתן לומר כי הם מרכיבים את רוב תוצרת המפעל.

סעיף ג': מוצרים א', ב' ו ג' מהווים 54% מכלל המוצרים, ולכן רוב הפעילות של המפעל היא לשוק המקומי.

**תרגיל 39 עמוד 29**

סעיף א': המשתנה הוא איכותי ולא כמותי (כמו צבע עיניים).

סעיף ב': השכיחות הגבוהה ביותר יש לסוג דם A.

סעיף ג': השכיחות הנמוכה ביותר יש לסוג דם AB.

סעיף ד': בקבוצה זו יש מעט יותר אנשים בעלי סוג דם A (37%) לעומת אנשים בעלי סוג דם O (36%).

סעיף ה': נכון לומר כי לרוב הקבוצה יש סוג דם שונה מ – O (64%).

סעיף ו': נחשב: $300 \cdot 0.19 = 57$. 57 אנשים הם בעלי סוג דם B.

העשרה: נשאל בכיתה: "האם אתם יודעים מהו סוג הדם שלכם?" מדוע חשוב לדעת מהו סוג הדם שלנו (תורם/נתרם).

אפשרות לעבודה קבוצתית: שאלו 100 אנשים מהו סוג הדם שלהם, ובדקו אם ההתפלגות דומה לזו שבדיאגרמת העיגול.

**תרגיל 40 עמודים 29, 30**

תרגול הנושא הנלמד.

**תרגיל 41 עמוד 30**

סעיף א׳: סך השכיחות היחסית של הדירות שאינן עם מרפסת הוא 60%, ולכן השכיחות היחסית של דירות עם מרפסת היא 40%.

סעיף ב׳: (1) רוב הדירות הן ללא מרפסת (60%), (2) ההפרש הוא 4%,ולא 4 דירות. מדיאגרמת העיגול לא ניתן לדעת את כמות הדירות ברחוב או כמה דירות יש מכל סוג.

סעיף ג׳: ברחוב יש 6 דירות גן ששכיחותן היחסית היא 12%, ולכן סך כל הדירות ברחוב הוא 50. מספר דירות הגג הוא 4, מספר הדירות עם מרפסת הוא 20, ההפרש 16 דירות.

**תרגיל 42 עמוד 30**

תרגול החומר הנלמד.

**תרגיל 43 עמודים 30, 31**

סעיף א׳: נרשום משוואה: $x + x + 2x + 14 + 16 + 26 = 100$. נפתור ונקבל $x = 11$.

שכבות א׳ ו – ג׳ מהוות 11% מכלל בית הספר, שכבה ה׳ 22%.

סעיף ב׳: (1) נכון, (2) נכון, ניתן לראות גם מהדיאגרמה ללא חישוב, (3) לא נכון, 48%.

סעיף ג׳: בשכבת א׳ 198 תלמידים שהם 11% מכלל בית הספר, ולכן בבית הספר לומדים 1,800 תלמידים.

סעיף ד׳: בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

כאשר נתון מספר התלמידים הכולל או נתון מספרי אחר, ניתן להציג את הנתונים בדיאגרמת עמודות.

**תרגיל 44 עמוד 31**

תרגול החומר הנלמד.

**תרגיל 45 עמוד 31**

סעיף א׳: המשתנה הנבדק הוא איכותי.

סעיף ב׳: מעין קיבלה 15% מהקולות.

סעיף ג׳: (1) נכון, 25% הם רבע מהקולות, (2) נכון, 10% הם חצי מ – 20%, (3) לא נכון, יחד הן קיבלו 50% מהקולות, (4) נכון 25%.

סעיף ד׳: לראשות המפלגה נבחרה מרב, היא זכתה ל – 30% מקולות הבוחרים.

סעיף ה׳: יפעת קיבלה 15,000 קולות, שהם 20% מקולות הבוחרים.

ניתן לחשב את סך-כל הבוחרים באמצעות נוסחה, או לנסות לאתגר את התלמידים. 20% מקולות הבוחרים הם 15,000 קולות, כמה קולות הם 10%? (חצי מ – 15,000 שהם 7,500), מכאן שכלל הבוחרים הם 75,000 (כופלים ב – 10).

אפשרות נוספת: 20% הם חמישית מקולות הבוחרים. נכפול ב – 5 ונמצא את הכמות הכוללת.

**תרגיל 46 עמודים 31, 32**

תרגול החומר הנלמד.

הקושי במענה לסעיף ה׳ נובע מכמה סיבות:

א. השוואה בין נתונים מגרפים שונים ומסוגים שונים.

ב. השוואה אחוזית בין חלקים שאינם מאותו שלם.

ג. קושי להסביר מדוע בגרף אחד אחוז צריכת הסולר הוא גבוה לעומת החלק היחסי הקטן של כלי הרכב המונעים בסולר.

מומלץ לדון בכיתה בשלושת הקשיים הללו.

(מתוך אתר מרכז המחקר והמידע של הכנסת, עמוד 3 : ).

**תרגיל 47 עמוד 32**

סעיף א׳ : נחשב את האחוזים הנותרים, השומר הצעיר נוטלים חלק 20% מבני הנוער.

סעיף ב׳ : בבני עקיבא השתתפו יותר נציגים, 27% לעומת 20%.

סעיף ג׳ : 5% מתוך 20%,משמע רבע. מספר המשתתפים בכנפיים של קרמבו מהווה 25% לעומת אלה שחברים בהשומר הצעיר.

סעיף ד׳ : המספר הגדול ביותר של משתתפים הגיע מתנועת הצופים, 35%.

סעיף ה׳ : כנפיים של קרמבו והשומר הצעיר מהווים 25% מכלל המשתתפים כדי לקבל רוב הם צריכים לצרף אליהם את בני עקיבא, לחלופין את הצופים, או את הנוער העובד והלומד בצירוף תנועה נוספת.

סעיף ו׳ : (1) 600 משתתפים היו פעילים בתנועות נוער. (2) הצופים : 210, בני עקיבא : 162, השומר הצעיר : 120, הנוער העובד והלומד : 78, כנפיים של קרמבו : 30.

**התנסות/אסטרטגיה** : היכנסו לאתר העירייה במקום שבו אתם מתגוררים, או ערכו סקר בין בני נוער בכמה בתי ספר (ממגזרים שונים), ובדקו את ההשתייכות לתנועות הנוער.

הפחיתו את בני הנוער שאינם משתייכים לתנועה כלשהי, ובדקו את ההתפלגות בקבוצה שבדקתם. האם היא דומה לזו שבדיאגרמת העיגול?

אנו ממליצים לתת לתלמידים (כהעשרה) להיכנס לאתר ולקרוא על תנועות הנוער המצוינות שם.

(מתוך אתר מנהל חברה ונוער : ). ניתן להשתמש בהתנסות <u>כהערכה חלופית</u>.

**תרגיל 48 עמודים 32, 33**

סעיף א׳ : רשימה ה׳ קיבלה 6% מהקולות.

סעיף ב׳ : לא, יש להן ביחד 49% מהקולות.

סעיף ג׳ : למפלגות ב׳ ו – ד׳ יש יחד 40% מהקולות הן צריכות לצרף מפלגה שיש לה יותר מ – 10% מהקולות, למשל, מפלגה א׳ או מפלגה ו׳.

סעיף ד׳ : (1) 64% בחרו, כלומר, 128,000 מצביעים, (2) השלמה בעיגול, מפלגה א׳ 25,600, מפלגה ב׳ 32,000, מפלגה ג׳ 12,800, מפלגה ד׳ 19,200, מפלגה ה׳ 7,680, מפלגה ו׳ 30,720.

(3) מפלגות א׳, ב׳ ו – ד׳ הקימו קואליציה שקיבלה 60% מהקולות.

**ו. <u>בניית ייצוגים ויזואליים</u>**

בתת-סעיף זה נלמד לבנות את הייצוגים הוויזואליים שעליהם למדנו.

**דוגמה פתורה עמודים 33 – 36**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יתמקד בסרטוטים שמופיעים בספר, ויסביר בעל-פה את השלבים הנדרשים לסרטוט דיאגרמת עמודות.

בדיאגרמת עיגול, יתמקד המורה בטבלאות ובדיאגרמה, ויסביר בעל-פה את השלבים הנדרשים לבניית דיאגרמת עיגול.

בדקו את כמות המכירות של אופנועים במשך 5 חודשים. הנתונים מופיעים בצורת מלל.

ראשית נבנה טבלת שכיחויות.

נשאל את התלמידים: מהו המשתנה? על איזה ציר נסמן אותו? האם המשתנה איכותי או כמותי? המשתנה יופיע בשורה העליונה. מה יופיע בשורה השנייה? (השכיחות) על איזה ציר היא תופיע? (ציר ה – y). כיצד נחלק את ציר ה – y? כלומר, מה יהיו המרווחים בין השנתות?

כדי לבנות דיאגרמת עיגול יש לחשב את השכיחות היחסית בשבר פשוט או באחוזים.

**<u>העשרה</u>**: בכיתות מתקדמות נבנה את דיאגרמת העיגול לפי גודל הגזרה באחוזים כפי שמוסבר בספר.

בכיתות מתקשות נחלק את העיגול ל – 10 גזרות שוות (ניתן להעתיק מהמדריך, עמוד 18). גזרה אחת נחצה לשניים על מנת לשבץ את השכיחות היחסית 25%, ולצידה את השכיחות היחסית 15%.

**תרגיל 49 עמוד 36**

ייצוג שורה של משתנים.

בניית טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות ודיאגרמת עיגול.

בכיתות מתקשות נשאל: מהו המשתנה? (היום בשבוע), האם הוא איכותי או כמותי? (איכותי)

נשלים את הטבלה הנתונה.

נבנה דיאגרמת עמודות, הערכים על ציר ה – x, ועל ציר ה – y כבר נתונים.

גם דיאגרמת העיגול כבר חולקה לגזרות, ולכן נשאר רק לשבץ את הדרוש.

ניתן לבקש מהתלמידים להוסיף שורת שכיחות יחסית באחוזים ולצרפה לדיאגרמת העיגול.

**תרגיל 50 עמודים 36, 37**

המשתנים בתרגיל זה איכותיים (צבע הספה).

ניתן להוסיף את שורת השכיחות היחסית.

כדי לבנות דיאגרמת מקלות יש להחליט מהם הערכים על ציר ה - x (צבע הספה), ומהם הערכים על ציר ה – y (השכיחות – מספר הספות שנמכרו).

בכיתות מתקשות נערוך דיון: מהו המרחק בין שנת לשנת על ציר ה – y שיתאים לתוכן השאלה? (דילוגים של 10 או של 5).

דיאגרמת העיגול מחולקת לגזרות, ולכן נשאר רק לשבץ את הדרוש.

**תרגיל 51 עמוד 37**

שימו לב! הנתונים מוצגים בשורה של משתנים.

בסעיף א' טבלת השכיחויות היא טבלה אופקית, ובסעיף ד' טבלת השכיחויות היא אנכית.

ניתן להוסיף את שורת השכיחויות גם בטבלה האופקית, או לחלופין, לרכז את הנתונים כבר מסעיף א' בטבלת שכיחויות אנכית.

| השנה | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | סך-הכול |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשאיות (שכיחות) | 500 | 200 | 600 | 500 | 200 | 2000 |
| שכיחות יחסית | 25% | 10% | 30% | 25% | 10% | 100% |

ב – 5 השנים נמכרו 2,000 משאיות.

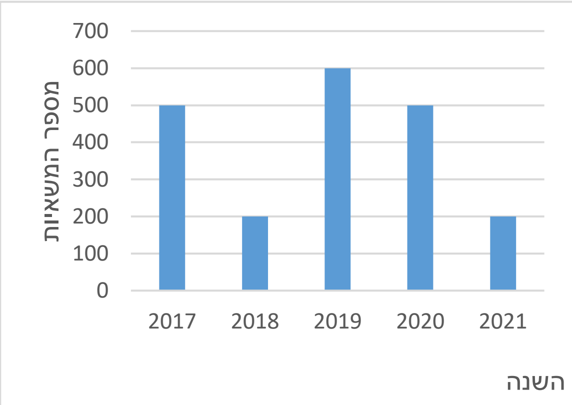
נסרטט דיאגרמת עמודות.

ציר ה – x הוא המשתנה האיכותי – השנה. ציר ה – y הוא המשתנה התלוי, מספר המשאיות שנמכרו בכל שנה.

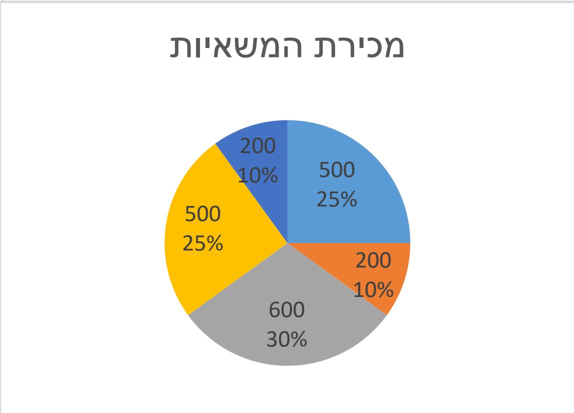
איך תיעשה חלוקת השנתות על ציר ה – x?

במרווחים של 100 (או של 50).

אם משתמשים בתוכנת excel (או כל תוכנה אחרת), ניתן להציג את דיאגרמת העמודות ואת דיאגרמת העיגול באמצעות התוכנה.




דיאגרמת העיגול כבר חולקה לגזרות, ולכן נותר רק לשבץ את הדרוש.



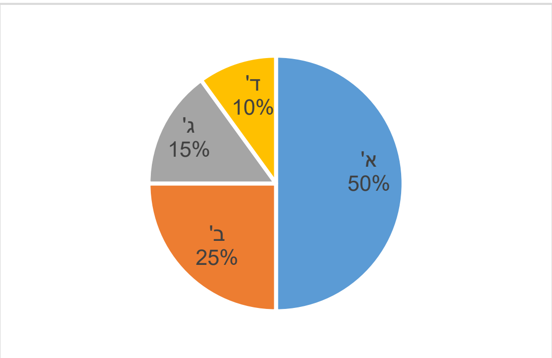

**תרגיל 52 עמודים 37, 38**

השלמת טבלה ובניית דיאגרמת עמודות על-פי הנתונים שבשאלה.

התלמידים נדרשים להשלים את הטבלה ואת גודל הגזרה במעלות בדיאגרמת העיגול.

נמלא את הטבלה:

| סוג המוצר | א' | ב' | ג' | ד' | סך-הכול |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר המוצרים | 500 | 250 | 150 | 100 | 1000 |
| השכיחות היחסית | 0.5 | 0.25 | 0.15 | 0.1 | 1 |
| גודל הזווית המרכזית | $180^0$ | $90^0$ | $54^0$ | $36^0$ | $360^0$ |




**תרגיל 53 עמוד 38**

תרגיל דומה לתרגיל 52

# קריאת מידע משני ייצוגים וויזואליים או יותר

בפרק זה נעסוק בקריאת מידע משני ייצוגים וויזואליים שונים, או מייצוג וויזואלי ״כפול״.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד שני גרפים או יותר.

√ התלמיד ילמד שתי דיאגרמות עמודות או יותר.

√ התלמיד ילמד שתי דיאגרמות עיגול.

√ התלמיד יתרגל שילוב בין הייצוגים השונים (תרגול משולב).

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה</u>: 3 שעות.

**א. <u>שני גרפים או יותר</u>**

**דוגמה פתורה עמודים 39 – 41**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יתמקד בדיאגרמות שמופיעות בספר ויסביר בעל-פה את הפתרונות המוצגים.

<u>ניתן לערוך דיון מקדים בכיתה</u>: לאיזו מטרה אנו מציגים שני גרפים (או יותר) במערכת צירים אחת? איזה יתרון אנו מקבלים משני גרפים, המוצגים במערכת צירים אחת?

לפני פתרון הדוגמה נערוך דיון בכיתה: נסו לתאר במילים כל אחד מהגרפים הנתונים.

ניתן לתת שאלות מנחות: מה מציג כל גרף? מה מייצג ציר ה – x? מה מייצג ציר ה – y? באיזו נקודה מתחיל כל גרף? מהו קצב השינוי? האם קצב השינוי אחיד או לא אחיד? האם נקודת הסיום זהה בשני הגרפים? האם ניתן לסרטט את שני הגרפים במערכת צירים אחת?

שימו לב! על סעיפים ה׳ ו – ו׳ לא ניתן לענות ללא הסרטוט של שני הגרפים במערכת צירים אחת.

המשימה הבאה: ״מרוץ מכוניות דינמי״ היא משימה לתלמידים, שניתן לתת אותה כהערכה חלופית בזוגות: . במשימה זו ניתן להיעזר ביישומון (גיאוגברה) הבא: . (ברקוד זה מופיע רק במדריך)

**תרגיל 54 עמוד 41**

סעיף א׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. תמר שוחה מהר יותר, ולכן תגיע מהר יותר חזרה לנקודת המוצא, וזהו הגרף הרציף, נועה שוחה לאט יותר, לכן תגיע אחרי תמר לקו הסיום, מייצג אותה הגרף המקווקו.

סעיף ב׳: בתרגיל זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. למשל, נועה הגיעה לקו הסיום 60 שניות אחרי תמר....

סעיף ג׳: הזמן שבו נחה כל שחיינית מיוצג באמצעות חלק הגרף המקביל לציר ה – x. x הולך וגדל, ו – y נשאר קבוע. תמר נחה 20 שניות (בין השנייה ה – 10 לשנייה ה – 30), ונועה נחה 10 שניות (בין השנייה ה – 40, לשנייה ה – 50).

סעיף ד׳: שתי השחייניות נפגשו לאחר 35 שניות בערך (יותר מ – 30, ופחות מ – 40).

סעיף ה׳: השחייניות היו בכיוונים מנוגדים. תמר הייתה בדרכה חזרה, ואילו נועה עדיין לא הגיעה לסוף הבריכה הראשונה.

סעיף ו׳: נועה סיימה אחרי 40 שניות, ותמר סיימה אחרי 90 שניות פער של 50 שניות לטובת תמר.
בכיתות מתקדמות ניתן להוסיף:
תמר שחתה את המרחק פעמיים, האם הגיעה לקצה הבריכה לפני נועה או אחריה? נמקו. (לפניה, נדרשו לה 80 שניות).
אפשר להוסיף שחיין/ית שיצא/ה באותו זמן, ששחה/תה את אותו המרחק וסיים/מה את המסלול ב – 60 שניות. (1) האם פגש/ה את תמר, ואם כן כמה פעמים? (פעם אחת). (2) האם פגש/ה את נועה? ואם כן כמה פעמים? (פעמיים).
לכתוב: ניתן להציג בכיתה את היישומון הדינאמי הבא המדמה את הסיטואציה של שחיית שני שחיינים, ובניית גרף מתאים: .

**תרגיל 55 עמוד 42**

נתבונן בגרפים ונדגיש את ההבדלים ביניהם. גרף I הוא גרף של קו ישר, קצב השינוי שלו אחיד, ומתחיל בנקודה (0, 1). גרף II הוא גרף שקצב השינוי שלו לא אחיד, ומתחיל בנקודה (0, 0).
סעיף א׳: גרף II מתאים לרון, כי אלעד יצא שעה אחריו, ולכן גרף I הוא של אלעד.
סעיף ב׳: אחרי שעה אלעד היה במרחק של 20 ק״מ מנקודת המוצא.
סעיף ג׳: לאחר שעתיים היה רון במרחק של 30 ק״מ מנקודת המוצא.
סעיף ד׳: אחרי שעתיים היה המרחק בין רון לאלעד 10 ק״מ.
סעיף ה׳: רון ואלעד נפגשו פעם אחת במרחק של 40 ק״מ מנקודת המוצא.
סעיף ו׳: מהירותו של אלעד 20 קמ״ש. ניתן להראות זאת באמצעות הגרף, אחרי שעה (בין 1 ל – 2) היה אלעד במרחק של 20 ק״מ מנקודת המוצא, וכיוון שרכב במהירות קבועה, זו הייתה מהירותו. כמו כן, ניתן להראות באמצעות חישוב: המרחק מנקודת המוצא ליעד הוא 80 ק״מ. אלעד עבר מרחק זה ב – 4 שעות, ולכן מהירותו 20 קמ״ש.

**תרגיל 56 עמודים 42, 43**

נעודד דיון בכיתה, להתבונן בשני הגרפים ולראות את השווה ואת השונה.
את שני החומרים לא התחילו לחמם באותה שעה. את החימום של שני החומרים עצרו. שני החומרים התחילו להתחמם כאשר הם בטמפרטורה $0^0$, וחיממו אותם עד אותה טמפרטורה, מהי טמפרטורה זו? וכו׳.
סעיף א׳: גרף I מתאים לחומר שחיממו בקצב מהיר יותר (אחרי דקה שני החומרים היו בטמפרטורה של $40^0$ לעומת הטמפרטורה ההתחלתית), גרף II מתאים לחומר שחימומו איטי.
סעיף ב׳: החומר שקצב חימומו מהיר יותר (חומר א׳) שמר על טמפרטורה קבועה זמן רב יותר (הקו המקביל לציר ה – x גדול יותר).
סעיף ג׳: בדקה ה - 8 היה חומר א׳ בטמפרטורה של $16^0$, וחומר ב׳ היה בטמפרטורה של $11^0$ (נתון x יש למצוא את y).
סעיף ד׳: חומר א׳ היה בטמפרטורה של $10^0$ אחרי 2.5 דקות, וחומר ב׳ היה בטמפרטורה זו אחרי 7.5 דקות מתחילת החימום (ניתן למצוא באמצעות הגרף או באמצעות חישוב).
סעיף ה׳: כאשר חומר ב׳ התחיל לשמור על טמפרטורה קבועה, היו שני החומרים בפער של $6^0$ זה מזה.

סעיף ו׳: שימו לב! טמפרטורה של $4^0$ בין שני החומרים היתה במשך 3 פעמים: אחרי דקה (דקה אחרי שהתחילו לחמם את חומר א׳), אחרי 6.5 דקות, ואחרי 7.5 דקות.

סעיף ז׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. הוספת סרטוט ישר של חומר ג׳. התחילו לחמם אותו החל מהדקה ה -5, והגיע לטמפרטורה של $20^0$ בדקה ה – 13, כלומר חימום של $20^0$ במשך 8 דקות. המסקנה: קצב חימום של $2.5^0$ לדקה. ניתן למצוא את קצב החימום גם באמצעות הגרף.

**תרגיל 57 עמוד 43**

תרגול החומר הנלמד.

**תרגיל 58 עמודים 43, 44**

נתחיל את הדיון במה ארבעת הגרפים דומים ובמה הם שונים.

גרף 1 שני הגרפים התחילו את התהליך באותה טמפרטורה, שניהם הגיעו לטמפרטורה של $30^0$, שני החומרים התחממו בקצב שווה (שני ישרים מקבילים).

גרף 2 שני הגרפים התחילו את התהליך באותה טמפרטורה, שניהם הגיעו לטמפרטורה של $30^0$, קצב החימום של חומר ב׳ היה מהיר בהרבה, החל בחימום 20 דקות אחרי והגיע ל – $30^0$ לפני חומר א׳.

גרף 3 שני הגרפים התחילו את התהליך באותה טמפרטורה, שניהם הגיעו לטמפרטורה של $30^0$, קצב החימום של חומר ב׳ היה מעט מהיר יותר, אך בניגוד לסרטוט 2 הגיע חומר ב׳ לטמפרטורה של $30^0$ מעט אחרי חומר א׳.

גרף 4 שני הגרפים התחילו את התהליך באותה טמפרטורה, שניהם הגיעו לטמפרטורה של $30^0$, קצב החימום של חומר ב׳ היה מהיר יותר, כי שני החומרים הגיעו לטמפרטורה של $30^0$ באותו הזמן.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

**תרגיל 59 עמוד 44**

הערך $x = 1$ ו $x = 13$ – (וכן הלאה) מציינים שני חודשים זהים, כי מדובר בתהליך של שנתיים.

סעיף א׳: בחודש ינואר (1, 13) השמש זורחת הכי מאוחר.

סעיף ב׳: בכיתות מתקשות בקשו מהתלמידים לראות באיזו חודש יש מרחק גדול יותר בין שני ערכי ה – $y$.

סעיף ג׳: הימים מתארכים כאשר מספר שעות היום (הזמן בין הזריחה לשקיעה) הולך וגדל. זה קורה בין חודש ינואר (1, 13) לחודש יוני (6, 18).

סעיף ד׳: 12 חודשים (מחודש מסוים של השנה הראשונה לאותו חודש בשנה השנייה).

סעיף ה׳: למשל, ינואר, פברואר.

סעיף ו׳: נכון. ככל שהזריחה מוקדמת יותר, כך גם השקיעה מאוחרת יותר ולהפך. ניתן לדבר על שעון קיץ ושעון חורף. באיזה תאריך היום והלילה שווים? מהו היום הארוך ביותר בשנה? (בחודש יוני), מהו הלילה הארוך ביותר? (דצמבר).

**ב. <u>שתי דיאגרמות עמודות או יותר</u>**

מרבית הגרפים בחיי היומיום עוסקים בהשוואת נתונים בין שתי דיאגרמות או יותר, הנמצאות בשתי מערכות צירים נפרדות או במערכת צירים אחת.

**דוגמה פתורה עמודים 45, 46**

בדוגמה מראים שתי דיאגרמות עמודות נפרדות (לכל סוכנות), אך מידע טוב יותר מתקבל כאשר אנו מאחדים את שתי הדיאגרמות לדיאגרמת עמודות כפולה.

זה המקום לערוך דיון: מתי נשתמש בדיאגרמת עמודות נפרדת? (כאשר אנו רוצים לנתח את הנתונים של נבדק יחיד), ומתי נשתמש בדיאגרמת עמודות כפולה? (השוואה בין שני נבדקים).

**תרגיל 60 עמוד 47**

נתבונן בדיאגרמה לפני שנענה על השאלות.

בשנת 2020 העמודה של בית הספר "דקל" גבוהה בהרבה מהעמודה של בית הספר "חרוב"

בשנת 2021 שתי העמודות בגובה שווה.

בשנת 2022 העמודה של בית הספר "חרוב" גבוהה מהעמודה של בית הספר "דקל".

סעיף א': בשנת 2020 הגיעו יותר נציגים מבית הספר "דקל".

סעיף ב': מספר הנציגים של בית הספר " חרוב" עולה מידי שנה (לעומת הירידה המתמדת בנציגים של בית הספר "דקל").

סעיף ג': בשנת 2020 הגיעו רק 3 נציגים מבית הספר "חרוב".

סעיף ד': נחבר את סך כל העמודות: 4 + 5 + 8. 17 נציגים בכל 3 השנים.

**תרגיל 61 עמוד 47**

תרגול הנושא.

**תרגיל 62 עמוד 47**

היתרונות של דיאגרמת עמודות כפולה.

סעיף א': 4 שירים.

סעיף ב': כאשר אין ייצוג של עמודה מסוימת (כמו בין השעות 10:00 ל – 11:00), משמע (במקרה שלנו) אין השמעת שירים בתחנה ב'. בשאלות אחרות נתון x שאין לו y, כלומר, אין מכירות, אין הכנסה וכו'.

סעיף ג': בין 9 ל – 10, שתי העמודות באותו גובה.

סעיף ד': 25 שירים (סופרים את כל השכיחויות).

סעיף ה': מציאת האחוז, 24%.

סעיף ו': בתחנה א' הושמעו 5 שירים, בתחנה ב' הושמעו 6 שירים, הקטנה של 16.67%.

סעיף ז': בשעות 9 – 10 ובשעות 12 – 13.

**תרגיל 63 עמוד 48**

סעיף א': נתון x, ויש למצוא את y. 7.3%.

סעיף ב': נתון y, ויש למצוא את x. 18 – 29.

סעיף ג': בין הגילאים 40 – 49 לבין הגילאים 50 – 59.

סעיף ד': בין הגילים 50 – 59 אחוז הגברים בעלי לקות שמיעה הכי קרוב לאחוז הנשים בעלות לקות שמיעה.

סעיף ה': בקרב בני ה -60 ומעלה אחוז הגברים בעלי לקות שמיעה גדול בהרבה מאחוז הנשים בעלות לקות שמיעה, פער של 33.2%.

סעיף ו': 7.3%.

**תרגיל 64 עמוד 48**

דיאגרמת עמודות של שלוש קבוצות. תרגיל דומה לתרגילים קודמים.

**תרגיל 65 עמוד 49**

תרגול החומר הנלמד.

### ג. <u>שתי דיאגרמות עיגול</u>

שתי דיאגרמות עיגול תגענה תמיד בנפרד (לעומת דיאגרמת עמודות), ולכן לעיתים יש טעויות הנובעות מניתוח חזותי של הנתונים (אותו אחוז בשתי הדיאגרמות, אך לא אותה כמות של נבדקים).

**דוגמה פתורה עמודים 49, 50**

השוואה בין מספר המבקרים במוזיאון בשתי שנים שונות לפי ארץ המוצא.
נחדד: כאשר נתונה השכיחות היחסית, לא ניתן לקבוע מאיזו ארץ באו יותר מבקרים. יש לקבל מידע מכמות המבקרים בכל אחת מהשנים.
סך-כל השכיחויות היחסיות הוא תמיד 100%.
בדיון בכיתה נדבר על עלייה או ירידה באחוז המבקרים ממדינה מסוימת, האם החלוקה לגזרות עוזרת לנו לנתח נתונים וכו׳.

**תרגיל 66 עמוד 51**

סעיף א׳: בשנת 1960 הגיעו רוב האנשים לעבודה ברגל.
סעיף ב׳: השימוש ברכב לצורך הגעה לעבודה גדל מאוד במשך השנים. ניתן לתת לכך הסברים רבים למשל, ליותר אנשים יש רכב פרטי (עם העלייה ברמת החיים), או רבים מוותרים על התחבורה הציבורית בשל שיבושים או בשל חוסר נוחות, או חלק מהאנשים גרים רחוק ממקום עבודתם, ואין להם אפשרות אחרת.
שתפו את התלמידים באפשרויות לסיבות לעלייה בשימוש בכלי רכב.
סעיף ג׳: לא ניתן לדעת אם פחות או יותר אנשים משתמשים באוטובוס, משום שיש לנו רק השכיחות היחסית ולא הכמות. ניתן רק לומר כי השכיחות היחסית ב- 1960 הייתה גדולה יותר.
סעיף ד׳: רק השימוש היחסי ברכבת נשאר אותו דבר 15%.
סעיף ה׳: כן, 28% משתמשים בתחבורה ציבורית על מנת להגיע לעבודה, לעומת 25% שמגיעים ברגל.

**תרגיל 67 עמוד 51**

תרגיל דומה לתרגיל 66.
סעיף ה׳: דיון. נחשב 12% מ – 2000 לעומת 21% מ – 1000, ונקבל כי מספר התושבים שענו ״החוויה לא טובה״ קטנה ב – 30 ממספר התושבים שענו על אותה שאלה אחרי השיפוץ.

**תרגיל 68 עמוד 51, 52**

סעיף א׳: השימוש העיקרי בטאבלט, 40% הוא לטובת משחקים, גם בסמארטפון השימוש העיקרי הוא לטובת משחקים, אך החלק היחסי גדול יותר, 60%.
סעיף ב׳: השימוש בטאבלט לצורך חדשות, מוזיקה וסרטונים הוא 20%.

סעיף ג׳: בסמארטפון, הזמן המושקע במשחקים גדול פי 4 לעומת הזמן המושקע ברשתות החברתיות.

סעיף ד׳: לא ניתן לומר משום שאין לנו כמות הזמן הכללית של כל אחד מהאמצעים הטכנולוגיים.

סעיף ה׳: נחשב 30% מ – 80 ונקבל כי לביא משתמש בטאבלט 24 דקות, מכאן שתמר משתמשת במשך 12 דקות ביום לטובת מוזיקה וסרטונים, המהווים 12% מזמנה. מכאן שהיא משתמשת בסמארטפון במשך 100 דקות ביום.

**תרגיל 69 עמוד 52**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 70 עמוד 52**

סעיף א׳: במדינה א׳ אחוז הצריכה מן החי גבוה לעומת אחוז הצריכה במדינה ב׳.

סעיף ב׳: אחוז הצריכה במדינה א׳ נמוך מאחוז הצריכה במדינה ב׳ בתחום פירות וירקות ודגנים.

סעיף ג׳: נחשב: $\frac{39}{15} = 2.6$.

סעיף ד׳: לא ניתן להסיק, כי אין לנו את סך-כל האנשים.

סעיף ה׳: לא. בשתי המדינות החלק היחסי של צריכת המזון המעובד הוא גדול ביותר, אך לא יותר מ – 50%.

סעיף ו׳: כן, רוב המזון שנצרך אינו מזון מן החי.

**ד. <u>תרגול משולב</u>**

בסעיף זה נעסוק ביתרונות ובחסרונות של כל ייצוג וויזואלי, והמעברים ביניהם.

בסעיף זה אנו מסכמים את כל מה שנלמד עד כה.

היתרונות והחסרונות של גרף, דיאגרמת עמודות (או דיאגרמת מקלות), ודיאגרמת עיגול.

מתי נבחר בגרף, ומתי נבחר בדיאגרמת עמודות, האם המשתנה איכותי או כמותי וכו׳.

בכיתות מתקדמות כדאי לערוך דיון, ולא לקרוא או להקריא את הכתוב בפתיח.

**תרגיל 71 עמוד 54**

בתרגיל זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

סעיף א׳: המשתנה הוא כמותי בדיד.

סעיף ב׳: נובע מסעיף א׳, המשתנה הוא כמותי בדיד, ולכן אי-אפשר לתאר אותו בגרף רציף. אנו פוסלים את ייצוג I.

סעיף ג׳: (1) דיאגרמת עמודות, (2) דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול, (3) דיאגרמת עיגול. בכיתות מתקשות נבקש מהתלמידים להעביר את הנתונים מדיאגרמת העמודות (II) לטבלת שכיחויות

| מספר החדרים | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| מספר הדירות | 6 | 20 | 20 | 4 |

ניתן להוסיף את שורת השכיחויות היחסיות באחוזים, ולראות כי דיאגרמת העיגול (III) מתאימה לנתונים.

**תרגיל 72 עמוד 55**

בתרגיל זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

סעיף א׳: כמותי רציף.

סעיף ב׳: רק גרף I, אין משמעות לדיאגרמת העיגול ולא לדיאגרמת עמודות.

סעיף ג׳: (1) נכון, ניתן לראות הן בגרף והן בדיאגרמת העמודות.

(2) לא נכון, $37^0$, ניתן לראות מהגרף.

(3) נכון, משני הייצוגים.

(4) לא נכון, היא עלתה ב – 428.57%.

**תרגיל 73 עמוד 55**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

תרגיל זה עוסק בהבנת המשמעות של כל ייצוג וויזואלי, ללא חישובים.

שאלה זו היא שאלה לדיון בכיתה.

סעיף א׳: המשתנה הוא איכותי, לכן לא ניתן לתאר אותו בגרף.

סעיף ב׳:

(1) עמודות, קל לראות את ״גובה״ העמודה או את שיעור ה – y שלה. נחבר את כל השכיחויות, ונדע את המספר הכולל של המוצרים שנמכרו.

(2) שתי הדיאגרמות. דיאגרמת עמודות, העמודה הגבוהה ביותר דיאגרמת עיגול, הגזרה הגדולה ביותר.

(3) דיאגרמת עמודות. קל לראות אם יש מגמת עלייה או מגמת ירידה, ואילו דיאגרמת עיגול מפזרת את הנתונים.

(4) דיאגרמת עיגול, בעיקר אם נוסיף את השכיחות היחסית באחוזים.

**תרגיל 74 עמוד 56**

שאלת חשיבה.

סעיף א׳: ניתן להציג את הנתונים בדיאגרמת עיגול, זהו משתנה כמותי בדיד.

סעיף ב׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

(1) דיאגרמת עיגול, אנו בונים אותה באמצעות השכיחות היחסית.

בדיאגרמת עמודות לא מציינים שכיחות יחסית.

(2) דיאגרמת עמודות, אלא אם מוסיפים בדיאגרמת העיגול גם את השכיחות לצד השכיחות היחסית.

(3) שתי הדיאגרמות באותה מידה. ניתן לראות לפי גובה העמודה או לפי שטח הגזרה.

(4) את מספר הנהגים בחברה קל למצוא מדיאגרמת העמודות, נחבר את השכיחות של כל עמודה.

**תרגיל 75 עמוד 56**

סעיף א׳: המשתנה הוא איכותי. במידה רבה, בצורה מעטה...

סעיף ב׳: כן. כי 70% מתלמידי השכבה ענו כי מקפידים לאכול ארוחת בוקר במידה רבה או במידה רבה מאוד.

סעיף ג׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

לא ניתן לסרטט דיאגרמת עמודות ללא השכיחות של כל ״עמדה״.

על מנת לסרטט דיאגרמת עמודות יש להוסיף את מספר תלמידי השכבה, או לחלופין את הכמות של אחת הגזרות.

אנו ממליצים לתת לתלמידים כהעשרה להיכנס לאתר ולקרוא על תזונה בריאה בגיל ההתבגרות כמפורט באתר.

(מתוך אתר "אפשר בריא" של משרד הבריאות ומשרד התרבות והספורט: ).

**תרגיל 76 עמודים 56, 57**

בברקוד המצורף יש העשרה לתוכן השאלה.

גרף המשלב בין ייצוג גרפי לייצוג בדיאגרמת עמודות.

יש להבחין מתי שואלים לגבי הגרף, ומתי שואלים לגבי דיאגרמת העמודות.

סעיף א': הכי הרבה בתי קולנוע היו בשנים 2016, 2017: 56 בתי קולנוע.

סעיף ב': בשנים 2011, 2013 היו הכי מעט בתי קולנוע.

סעיף ג': הכי מעט כרטיסים נמכרו בשנת 2020 (קורונה).

סעיף ד': בין השנים 2009 – 2010 ובין השנים 2016 – 2017 לא היה שינוי במספר בתי הקולנוע.

סעיף ה': בין השנים 2007 ל – 2008 לא היה שינוי במספר הכרטיסים שנמכרו.

סעיף ו': בין השנים 2008 ל – 2017 הייתה עלייה בכמות הכרטיסים שנמכרו, וכמו כן הייתה עלייה בין 2018 ל – 2019.

סעיף ז': העלייה הגדולה במספר בתי הקולנוע הייתה בין 2015 ל – 2016.

ייתכנו כמה הסברים, למשל, פתיחת הרבה קניונים מסחריים ובהם בתי קולנוע, פריחה כלכלית במשק וכו'.

סעיף ח': 8.56%.

בקישור מופיעה הדיאגרמה שבשאלה כשלימינה מופיעים הנתונים בטבלה.

מומלץ לדון עם התלמידים על היתרונות והחסרונות בכל ייצוג. (העשרה).

(מתוך הלמ"ס: ).

**תרגיל 77 עמוד 57**

דיאגרמת העמודות מציגה את העדפת המשתתפים לגבי סוג המשקה האהוב עליהם תוך הפרדה בין גברים לנשים, דיאגרמת העיגול מציגה את החלק היחסי של כל משקה (ללא הפרדה מגדרית).

סעיף א': המשקה המועדף הוא מים. בדיאגרמת העיגול.

סעיף ב': המשקאות הכי פחות מועדפים אצל הגברים הם מיץ תפוחים ומיץ ענבים קל לראות מדיאגרמת העמודות.

סעיף ג': גברים הזמינו לימונדה וקולה יותר מנשים.

סעיף ד': קל לראות מדיאגרמת העיגול כי קולה מהווה 25% מסך ההזמנות.

סעיף ה': לימונדה ומים מהווים 50% מכלל ההזמנות. קל לראות זאת מדיאגרמת העיגול.

סעיף ו': בסך הכול הוזמנו 200 משקאות.

סעיף ז': מיץ תפוזים ולימונדה הוזמנו בכמות שווה בקרב הנשים.

סעיף ח׳ : כן, אותה כמות.

סעיף ט׳ : 30 גברים הזמינו קולה לעומת 20 נשים. זו הפחתה של 33.33%.

**תרגיל 78 עמוד 58**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

לפני שמתחילים לענות על סעיפי השאלה, ננתח את הגרפים עם התלמידים.

ננסה לקשר בין גובה הטמפרטורה, לבין כמות המשקעים, ננסה לראות אם יש מדינות, שבהן כמות המשקעים זהה בכל השנה, או שיש תנודות קיצוניות וכו׳.

סעיף א׳ : הגרף המתאים למדינת ישראל הוא גרף 2, טמפרטורות גבוהות בקיץ יחד עם מיעוט משקעים.

סעיף ב׳ : במדינה מספר 3 יש השינוי הקיצוני ביותר בטמפרטורה לאורך השנה.

סעיף ג׳ : במדינה 2 רוב המשקעים יורדים בחורף (שימו לב שאמצע הגרף הם חודשי הקיץ).

סעיף ד׳ : המדינה הגשומה ביותר היא מדינה 4 (החלק האפור בגרף) החודשים הגשומים ביותר הם : יוני, יולי ואוגוסט.

סעיף ה׳ : הגרף של מדינה 3 מתאים למונגוליה, קר מאוד בחורף (ראו את גרף הטמפרטורה), אבל רוב המשקעים יורדים בקיץ.

סעיף ו׳ : הגרף המתאים לאורוגוואי הוא הגרף של מדינה מספר 1, אומנם כמות המשקעים די זהה בכל השנה, אך הטמפרטורות יורדות בחודשי הקיץ (שלנו).

**תרגיל 79 עמוד 59**

גרף מיוחד. מחד דיאגרמת עמודות של כמות משקעים, ומאידך שני גרפים המייצגים טמפרטורה.

תשובות בספר.

סעיף ח׳ : בסעיף זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

כבר עסקנו בנושא של השפעת נתוני קיצון על הממוצע. ככל שמספר הנתונים גדול יותר, כך מדדי המרכז יהיו מדויקים יותר. אם נחשב ממוצע רב-שנתי רק על סמך מספר שנים מצומצם, יושפעו התוצאות משנה גשומה במיוחד או שנה שחונה במיוחד. ככל שהממוצע הרב-שנתי יתייחס למספר שנים גדול יותר, כך המסקנות יהיו אמינות יותר.

התמודדות עם קשיים : בכיתות מתקשות נפריד בין הגרפים : בדיאגרמה אחת נציג את שני הגרפים של הטמפרטורה, ובדיאגרמה נפרדת את גרף המשקעים.

אפשרות נוספת : להעביר את הנתונים לטבלת ערכים :

| השעה | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 12 | 11 | 10 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| הטמפרטורה המזערית במעלות | 18 | 17 | 16 | 14 | 10 | 7 | 5 | 4 | 5 | 12 | 14 | 15 |
| הטמפרטורה המקסימלית במעלות | 28 | 27 | 25 | 22 | 16 | 12 | 8 | 6 | 12 | 18 | 22 | 25 |
| המשקעים במ״מ | 0 | 0 | 0 | 10 | 50 | 100 | 120 | 180 | 140 | 90 | 40 | 0 |

סעיף ח׳ : ככל שהתקופה ארוכה יותר, כך אפשר לנבא טוב יותר את התוצאות העתידיות. כמו בהסתברות ו/או סטטיסטיקה. ככל שמרחב המדגם גדול יותר, כך התוצאות מדויקות יותר.

**תרגיל 80 עמוד 60**

מחד גרף של טמפרטורה (הקו האדום), ומאידך דיאגרמת עמודות בשני צבעים להדגשת ההבדל בין הכמות שהוזמנה לכמות שנזרקה.

סעיף א׳: בחודש ספטמבר הוזמנו 750 ק״ג תפוחים (ראש השנה), ונזרקו 55 ק״ג.

סעיף ב׳: בחודש יוני הוזמנה הכמות הקטנה ביותר, נמכרו 135 ק״ג.

סעיף ג׳: הטמפרטורה המקסימלית: $32^0$, הטמפרטורה המינימלית: $14^0$, ההפרש: $18^0$.

סעיף ד׳: יש קשר, ככל שהטמפרטורה גבוהה יותר, כך כמות גדולה יותר של פרי נרקבת ונזרקת.

סעיף ה׳: בעונת הקיץ נמכרה הכמות המועטה ביותר של פרי, רק 10% מכלל המכירות.

סעיף ו׳: נמכרו 5,000 ק״ג תפוחים (סכום כל העמודות בהפחתת הפחת), בחודשי הקיץ נמכרו 500 ק״ג תפוחים, המהווים 10% מכלל המכירות, ולכן בכל השנה נמכרו 5,000 ק״ג תפוחים.

התמודדות עם קשיים: כמו בתרגיל 79 ניתן לפשט את הגרפים לשתי דיאגרמות: דיאגרמה אחת של הטמפרטורה, ודיאגרמה שנייה של כמות המכירה/זריקה של הפרי.

ניתן גם להעביר את הנתונים לטבלת ערכים:

| החודש | כמות הפרי שנמכרה בק״ג | כמות הפרי שנזרקה בק״ג | הטמפרטורה במעלות צלזיוס |
|---|---|---|---|
| ינואר | 600 | - 5 | 15 |
| פברואר | 555 | - 5 | 14 |
| מרץ | 430 | - 10 | 20 |
| אפריל | 340 | - 20 | 22 |
| מאי | 290 | - 30 | 24 |
| יוני | 200 | - 65 | 27 |
| יולי | 230 | - 75 | 30 |
| אוגוסט | 290 | - 80 | 32 |
| ספטמבר | 750 | - 55 | 29 |
| אוקטובר | 570 | - 35 | 23 |
| נובמבר | 585 | - 15 | 19 |
| דצמבר | 500 | - 5 | 17 |

**תרגיל 81 עמוד 60**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

שאלת חקר.

הציעו לתלמידים לעבוד בקבוצה.

התשובות תלויות בנתונים שנבחרו על-ידי התלמידים.

ניתן להשתמש בתרגיל זה לצורך הערכה חלופית.

נמליץ לתלמידים להיכנס לאתר ולהנחות אותם כיצד להתמצא במסמך.

צפויים כמה קשיים בהתמודדות עם המשימה: השפה המקצועית שבה כתוב המסמך, הקושי בבחירת שלוש נקודות התייחסות מתוך שמונה, כתיבת השאלות עצמן ומענה עליהן.

בכיתות מתקשות רצוי להדגים את המשימה על נקודת התייחסות אחת, ובקש מהתלמידים להתייחס לנקודה נוספת לפי בחירתם.

(מתוך הלמ״ס : ).

דוגמה : נתייחס לנפח משקעים שנתי.

א. באיזו שנה היה נפח המשקעים הגבוה ביותר? (91 – 92).

ב. באיזו שנה היה נפח המשקעים הנמוך ביותר? (98 – 99).

ג. בין אילו שנים היה נפח המשקעים השנתי מעל הממוצע? (91-92, 92-93, 94-95, 97-98, 01-02, 02-03).

ד. בין אלו שנים היה נפח המשקעים במגמת ירידה? (90-91, 92-94, 95-96, 98-99, 03-04).

ה. בין אלו שנים היה נפח המשקעים במגמת עלייה? (91-92, 94-95, 96-98, 99-03).

**הערכה חלופית:** ניתן להשתמש בתרגיל 81 כהערכה חלופית.

**הצעה נוספת להערכה חלופית**

<u>עבודה ליחיד או בקבוצה</u> : בחרו גרף מעיתון כלשהו, נתחו אותו, חברו שאלות מתאימות, והציגו אותן בפני הכיתה.

הערכה : הגרף, ניתוח, והצגת שאלות : 60%, פרזנטציה לפני הכיתה : 40%.

## ייצוג אלגברי של נתונים – שינוי נושא הנוסחה

פעמים רבות אנו נתקלים בצורך לחשב משתנה אחד מתוך נוסחה נתונה.

בידוד המשתנה מתוך הנוסחה נקרא : ״שינוי נושא-הנוסחה״

הנושא שיילמד בפרק זה

√ התלמיד ילמד שינוי נושא הנוסחה ופתרון שאלות אורייניות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה :</u> שעתיים.

**תזכורת: המרת יחידות**

המרת יחידות אורך מק״מ – עד מ״מ ובחזרה.

המעבר ממטר, לדצימטר, לסנטימטר, למילימטר הוא באמצעות מכפלה ב – 10 (מהגדול לקטן).

למשל, 3 מ׳ = 30 דצ״מ = 300 ס״מ = 3000 מ״מ.

במעבר ההפוך (מהקטן לגדול חילוק ב – 10) למשל, 5000 מ״מ = 500 ס״מ = 50 דצ״מ = 5 מ׳.

במעבר ממטרים לקילומטרים או מקילומטרים למטרים אנו כופלים או מחלקים ב – 1000.

למשל, 4.5 ק״מ = 4500 מ׳. 75000 מ׳ = 75 ק״מ.

**הסבר ודוגמאות פתורות עמודים 61,62**

הסבר מהו ״נושא הנוסחה״ (האיבר המבודד בנוסחה) ומהי ״הנוסחה״.

שינוי נושא הנוסחה הוא ביטוי אות אחת בנוסחה באמצעות יתר האותיות שבנוסחה.

ביטוי אות אחת נעשה באמצעות פעולות חשבון ההפוכות לפעולות שבנוסחה : כפל/חילוק, חיבור/חיסור, חזקה/שורש...

**תרגיל 82 עמוד 63**

שאלה מחיי היומיום, מהם תנאי הקבלה לאוניברסיטאות בישראל? "ציון סכם" או "ציון התאמה", המורכב מנוסחה המשלבת את הציון במבחן הפסיכומטרי עם ממוצע ציוני הבגרות.

סעיף א': נבדוק באמצעות הנוסחה: $S = 0.5 \cdot 78 + 0.075 \cdot 590 - 19 = 64.25$.

סעיף ב': נבדוק באמצעות הצבה בנוסחה. $D = 86$, $P = 610$,

$S = 0.5 \cdot 86 + 0.075 \cdot 610 - 19 = 69.75$. מסקנה חסרות לרועי 0.25 נקודות על מנת להתקבל למקצוע שבו בחר.

סעיף ג': לכאורה נראה שכן, נבדוק באמצעות הצבה: $D = 84$, $P = 630$,

$S = 0.5 \cdot 84 + 0.075 \cdot 630 - 19 = 70.25$.

מסקנה, לנועה יש מספיק נתונים על מנת להתקבל לאותו מקצוע שרועי בחר.

סעיף ד': שינוי נושא הנוסחה. ראשית נבודד את הביטוי שבו נמצא P.

$0.075 \cdot P = S - 0.5 \cdot D + 19$, נחלק, ונקבל $P = \frac{S-0.5D+19}{0.075}$.

סעיף ה': בסעיף ג' ביטאנו את P באמצעות S ו – D. נציב ונקבל: $P = \frac{73-0.5\cdot88+19}{0.075} = 640$.

אלון צריך לקבל 640 במבחן הפסיכומטרי, כדי שיוכל להתקבל למקצוע הדורש 73 בציון הסכם.

**תרגיל 83 עמוד 63**

סעיף א': (1) נציב בנוסחה $K = 18$ ונקבל $P = 40$, מסקנה: כן. (2) נציב $K = 30$ ונקבל $P = 66.66$, מסקנה: לא.

סעיף ב': $P = \frac{20K}{9}$, $20 \cdot q$: $9P = 20k$, $K = \frac{9P}{20}$.

סעיף ג': נציב $P = 500$, ונקבל: $K = 225$. כן, יש לשלם עבור המשלוח.

בקישור מופיע סרטון העשרה העוסק בחשיבות השיטה המטרית. מומלץ לצפות בסרטון עם התלמידים ולדון בו.

(מתוך אתר TED – ED: . הסרטון באנגלית וניתן להוסיף לו תרגום לעברית על-ידי לחיצה על כפתור ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 84 עמוד 64**

סעיף א': נציב $c = 180$, ונקבל: $f = \frac{9\cdot180}{5} + 32 = 356$.

סעיף ב': על מנת למצוא מתי $c = f$ נפתור את המשוואה: $f = \frac{9c}{5} + 32$, נציב במקום f את c ונקבל: $c = \frac{9c}{5} + 32$, נחשב ונקבל (40 -).

סעיף ג': לשנות נושא נוסחה כאשר c הוא הנושא. $5f = 9c + 32$, $9c = 32 - 5f$, $c = \frac{5f-160}{9}$.

**תרגיל 85 עמוד 64**

סעיף א׳ : הצבה $L = 280$, $F = 50 + \frac{280-92}{4.7} = 90$. הטמפרטורה 280 מעלות פרנהייט.

סעיף ב׳ : שינוי הנושא. נבצע מכנה משותף : $4.7 \cdot F = 235 + L - 92$, $L = 4.7F - 143$.

סעיף ג׳ : נציב $F = 78$, $L = 4.7 \cdot 78 - 143 = 223.6$, בערך 224 צרצורים.

**תרגיל 86 עמוד 64**

סעיף א׳ : (1) נציב $t = 4$, ונקבל : $d = 5 \cdot 4^2 = 80$. (2) בשנייה הרביעית, משמע :

$t_4 - t_3 = 80 - 45 = 35$

סעיף ב׳ : נחשב את המרחק שעבר בשנייה השלישית, משמע : $t_3 - t_2 = 45 - 20 = 25$, נחשב את $t_1$ (5) ונחסר, משמע 20 מטרים.

סעיף ג׳ : $5$ : / $d = 5 \cdot t^2$, $t^2 = \frac{d}{5} /\sqrt{\ }$, $t = \sqrt{\frac{d}{5}}$.

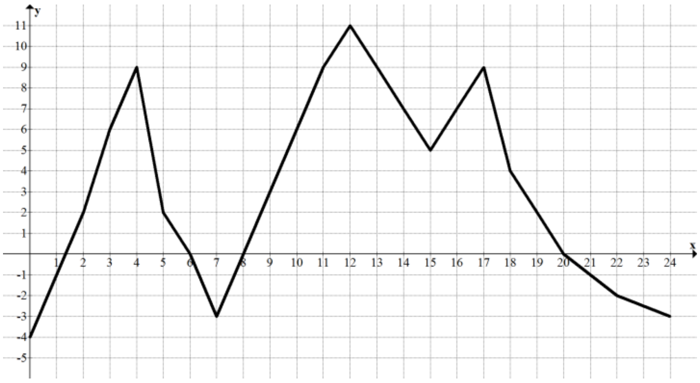
סעיף ד׳ : (1) נציב : $d = 125$, ונקבל : $t = \sqrt{\frac{d}{5}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5$, (2) נציב : $d = 180$, ונקבל :

$t = \sqrt{\frac{d}{5}} = \sqrt{\frac{180}{5}} = 6$.

**תרגיל 87 עמוד 64**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

## <u>מבדק מספר 1</u>



1) הגרף שלפניכם מתאר את הטמפרטורה שנמדדה במהלך יום חורף.

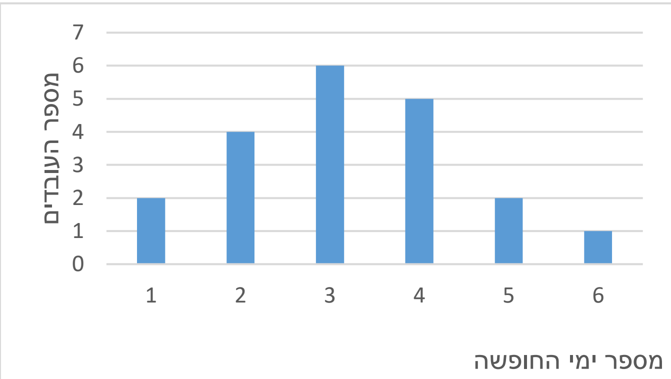
א. מה הייתה הטמפרטורה בשעה 3? בשעה 15?

ב. באילו שעות נמדדה טמפרטורה בערך של $4^0$?

ג. בין אילו שעות הייתה הטמפרטורה במגמת עלייה?

ד. באיזו שעה נמדדה הטמפרטורה הגבוהה ביותר? הנמוכה ביותר?

ה. מהו קצב השינוי הממוצע בין השעה 12:00 לשעה 15:00?




2) במהלך חודש יולי יצאו כל עובדי מחלקה במפעל לכמה ימי חופש (כל עובד לפי צרכיו).

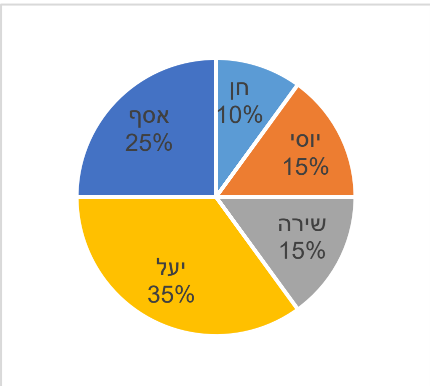
דיאגרמת העמודות מתארת את מספר ימי החופש שלקחו עובדי המחלקה.

א. כמה אנשים עובדים במחלקה?

ב. כמה אנשים לקחו את מספר ימי החופשה הגבוה ביותר?

ג. האם יש מספר ימי חופשה אותם לקחו אותו מספר של עובדים?

ד. בכמה אחוזים גדול מספר העובדים, שלקחו 3 ימי חופשה, מאלו שלקחו 2 ימי חופשה?




3) בבחירות ליו״ר מועצת התלמידים השתתפו 5 תלמידים.

תוצאות הבחירות מתוארות באמצעות דיאגרמת העיגול.

א. האם המשתנה שנבדק הוא כמותי או איכותי?

ב. איזה אחוז מהקולות קיבל יוסי?

ג. רשמו נכון או לא נכון ונמקו:

(1) יוסי ויעל קיבלו 50% מהקולות.

(2) מספר הקולות של אסף ויוסי שווה למספר הקולות של יעל.

(3) מספר הקולות שקיבלה חן הוא שליש מהקולות של שירה ויוסי.

ד. אסף קיבל 80 קולות. כמה תלמידים השתתפו בבחירות?

4) הגרף שלפניכם מתאר את אורך השיער של יואב במהלך 12 חודשים.


א. כמה פעמים הסתפר יואב במהלך 12 החודשים?

ב. מתי היה אורך השיער 3 ס״מ?

ג. בין אילו חודשים היה קצב גדילת השיער המהיר ביותר?

ד. האם יש שני חודשים, שבהם יואב הסתפר כאשר אורך השיער היה שווה בשניהם?

5) ילדי קבוצת ״רקפת״ דיווחו על מספר הספרים שקראו במהלך החופש הגדול.
להלן הדיווח: 2, 4, 5, 2, 4, 3, 5, 5, 3, 2, 2, 4, 4, 5, 6, 4, 6, 4, 2, 3, 4, 2, 3, 5, 4.

א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות. (כולל שכיחות יחסית).

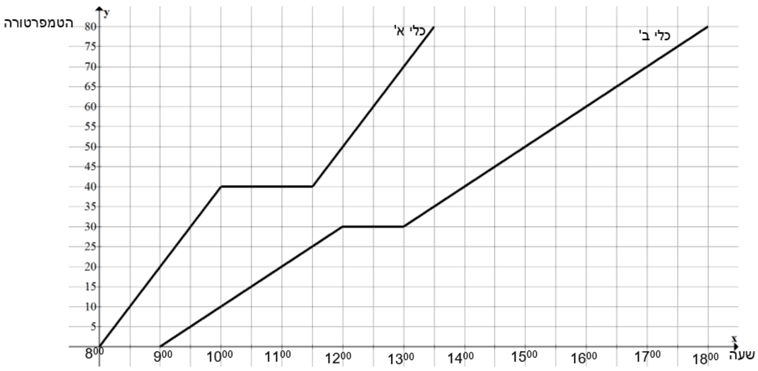
ב. סרטטו דיאגרמת עמודות נתאימה.

ג. האם ניתן לומר כי רוב התלמידים קראו 4 ספרים? נמקו.

ד. בכמה אחוזים גדול מספר הילדים שקראו 4 ספרים ממספר הילדים שקראו 5 ספרים?

ה. העבירו את הנתונים לדיאגרמת עיגול.

6) חיממו שני כלים ובהם מים בטמפרטורה של $0^{0}$ עד שהגיעו לטמפרטורה מסוימת.
כלי אחד חיממו בקצב של $5^{0}$ לדקה, ואת הכלי השני חיממו בקצב של 100 לדקה.
את החימום של כל כלי עצרו פעם אחת במשך התהליך.
הגרפים שלפניכם מתארים את טמפרטורת המים בכל כלי במשך התהליך.




א. איזה גרף מתאר את טמפרטורת המים של הכלי שחומם חימום מהיר?

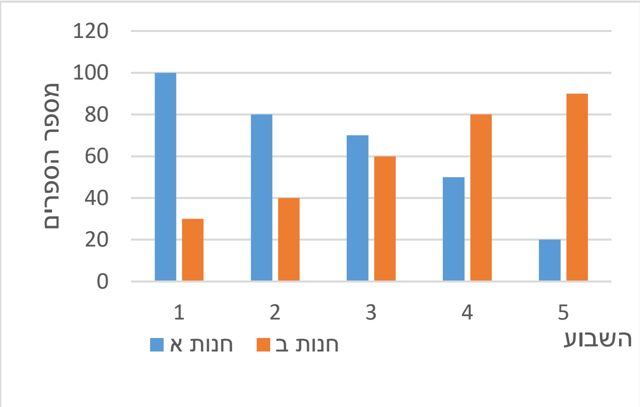
ב. באיזה כלי עצרו את החימום למשך זמן ארוך יותר?

ג. מה הייתה טמפרטורת המים בכל כלי בשעה $12^{00}$?

ד. באיזו שעה הייתה טמפרטורת המים $60^{0}$ בכלי שחומם חימום איטי?

ה. באילו שעות היה הבדל של $60^{0}$ בין שני הכלים?

7) דיאגרמת העמודות שלפניכם מתארת את כמות הספרים, שנמכרה במשך 5 שבועות בשתי חנויות ספרים.




א. באילו שבועות מכרה חנות ב' יותר ספרים מחנות א'? בכמה יותר?

ב. כמה ספרים מכרה חנות ב' במשך 5 שבועות?

ג. באיזה שבוע מכרה חנות א' את המספר הקטן ביותר של הספרים? איזה אחוז מהווה כמות זו מכלל הספרים שמכרה חנות א'?

ד. בשבוע הרביעי מכרה חנות ב' יותר ספרים מאשר חנות א'. בכמה אחוזים יותר?

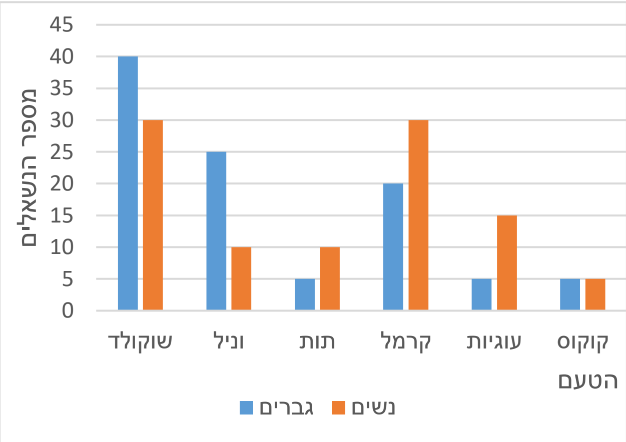
ה. איזו חנות מראה גידול במכירות מדי שבוע? כיצד אנו רואים מידע זה בגרף?

ו. באיזו חנות יבחר ספק, אם:

(1) החנות מכרה את כמות הספרים הגדולה ביותר במשך 5 שבועות.

(2) החנות מראה קצב גידול מתמיד.

8) בדיאגרמת העמודות שלפניכם מופיע מידע לגבי טעמי גלידה אהובים על גברים ונשים.




דיאגרמת העיגול מראה את השכיחות היחסית של כל טעם גלידה בקרב הגברים והנשים יחד.

א. איזה טעם הוא המבוקש יותר בקרב גברים?

ב. מהו הטעם הכי פחות מבוקש בקרב נשים?

ג. מה הטעמים המועדפים יותר בקרב גברים מאשר אצל הנשים?

ד. איזה טעם מהווה רבע מהטעמים האהובים?

ה. מהו החלק היחסי של גלידה בטעם קרמל ועוגיות מתוך כלל הטעמים?

ו. אילו טעמים אהובים במידה שווה בקרב הנשים?

ז. בכמה אחוזים קטן מספר הנשאלים, שמעדיפים טעם שוקולד בקרב הנשים, לעומת מספר הנשאלים, שמעדיפים טעם זה בקרב הגברים?

9) בתרגילים הבאים נתונות נוסחאות. הביעו את האותיות שלצידן באמצעות נושא-נוסחה.

א. $a + 3bc = 6$. ‏a = ______, ‏b = _______.

ב. $m = \frac{a-3b}{2}$. ‏a = _____, ‏b = ________.

ג. $p = \frac{a^2+3b}{4}$. ‏a = ______, ‏b = _____.

10) הנוסחה הבאה מבטאת את מהירות הרכיבה של אדם כתלות במרחק שהוא עבר ובזמן שמקטין את המהירות עקב מכשולים בדרך: $V = \frac{D}{100 \cdot B^2}$.

$V$ – מהירות במטרים לשנייה, $D$ – המרחק במטרים, $B$ – הזמן בשניות שמקטין את מהירות הרוכב.

א. מצאו את מהירות הרוכב, אם ידוע כי עבר מרחק של 500 מטרים בזמן של שתי שניות שהקטין את מהירותו.

ב. בטאו את $D$ באמצעות $V$ ו – $B$.

ג. בטאו את $B$ באמצעות $V$ ו – $D$.

ד. מהירות רוכב היא 2 מטרים לשנייה, כאשר הזמן המקטין את מהירותו הוא 3 שניות. איזה מרחק עבר הרוכב?

ה. רוכב עבר דרך של 2,400 מטרים במהירות של 1.5 מטרים לשנייה. מהו הזמן שהקטין את מהירות הרוכב בשל מכשולים בדרך?

תשובות:

1) א. $6^0$, $5^0$ ב. 2.5, 9.3, 4.7, 18, ג. בין 0 ל – 4, בין 7 ל – 12, בין 15 ל – 17 ד. הגבוהה ב – 12, הנמוכה ב – 0, ה. 2 - .

2) א. 20 אנשים ב. אדם אחד ג. כן, יום אחד ו – 5 ימים ד. 50%.

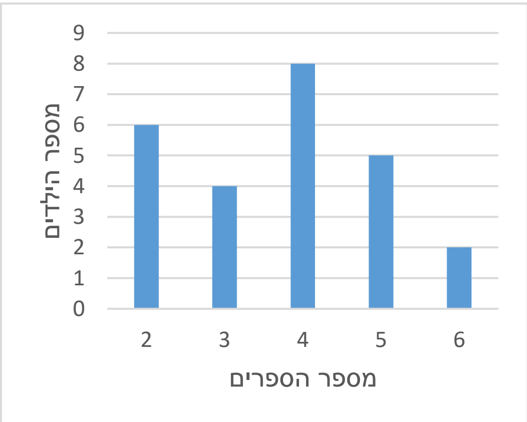
3) א. איכותי ב. 15% ג. (1) נכון 50%

(2) לא נכון יחד הם 40% (3) נכון, 10% הם שליש מ – 30% ד. 320 תלמידים.

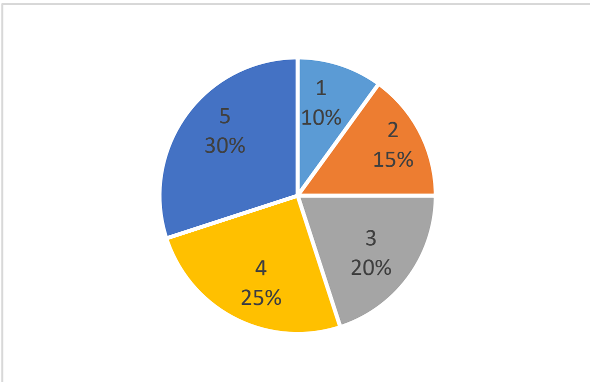
4) א. 3 פעמים ב. בחודש 0 בחודש ה – 9 ג. בין החודש ה – 3 לחודש ה – 5 ד. 3 ו – 9.

5)

| מספר הספרים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 6 | 4 | 8 | 5 | 2 |
| השכיחות היחסית | 0.24 | 0.16 | 0.32 | 0.2 | 0.08 |

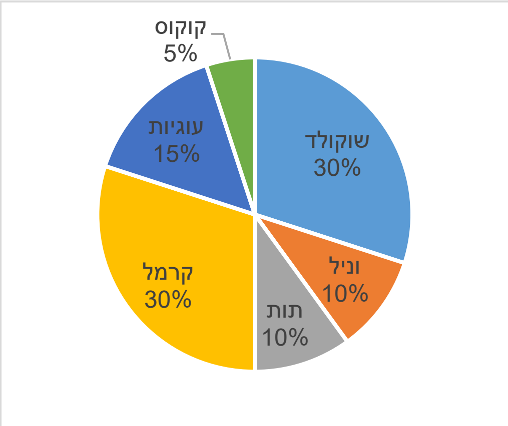



ג. כן העמודה הכי גבוהה או בטבלה ד. 60%.




6) א. כלי א' ב. כלי א' ג. כלי א' $50^0$, כלי ב' $30^0$ ד. $16^{00}$ ה. $10^{00}$, $12^{30}$.

7) א. שבוע 4, 30 ספרים, שבוע 5, 70 ספרים ב. 300 ספרים ג. שבוע 5, 6.25% ד. 60% ה. חנות ב׳.
גרף העמודות גדל כל הזמן ו. (1) חנות א׳ (2) חנות ב׳.




8) תשובות: א. שוקולד ב. קוקוס ג. שוקולד ווניל ד. קרמל

ו. 35% ו. וניל ותות ז. 25%

9) א. $a = 6 - 3bc$, $b = \frac{6-a}{3c}$ ב. $a = 2m + 3b$, $b = \frac{a-2m}{3}$ ג. $a = \sqrt{4p - 3b}$ $b = \frac{4p-a^2}{3}$.

10) א. 1.25 מטרים לשנייה ב. $D = 100V \cdot B^2$ ג. $B = \sqrt{\frac{D}{100V}}$ ד. 1,800 מ׳ ה. 4 שניות.

למורים

שני מאמרים

באתר מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי של אוניברסיטת חיפה, כלים דידקטיים למורים ומורי מורים, חומרים תיאורטיים, ניתן למצוא מאמר: ״הבנת ההבנה של תלמידים על גרפים״.

באתר מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי של אוניברסיטת חיפה, כלים דידקטיים למורים ומורי מורים, חומרים תיאורטיים, ניתן למצוא מאמר: ״האם תלמידים באמת מבינים את הנתונים?״

# יחידה שנייה

## ייצוגים סטטיסטיים שונים ומעבר ביניהם

**נושאים מתמטיים** (הנתונים יוצגו ברשימה או בטבלת שכיחויות יחסיות) קריאת מידע מתוך טבלת שכיחויות (כולל שכיחויות יחסיות).

בניית טבלת שכיחויות: מעבר מייצוג ברשימה לייצוג בטבלת שכיחויות.

מעבר מייצוג מספרי (מרשימה/טבלה) לייצוג וויזואלי ולהפך.

**מטרות כלליות**

א. חשיפה למידע המתקבל מנתונים המוצגים באופן מספרי (רשימה, טבלת שכיחויות).

ב. הבנת המשמעות של שכיחות ושל שכיחות יחסית, וההבדל ביניהן.

ג. הבנת הצורך במעבר בין הייצוגים השונים.

**מטרות אופרטיביות**

1. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן טבלת שכיחויות יקרא התלמיד את המידע הנתון בה (עבור משתנה כמותי ועבור משתנה איכותי).
2. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים בצורה של רשימה, יבנה התלמיד מהם טבלת שכיחויות (עבור משתנה כמותי או עבור משתנה איכותי).
3. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים בצורה של רשימה, יבנה התלמיד מהם טבלה המייצגת את השכיחות היחסית של כל ערך (שכיחות יחסית תירשם באחוזים או בשברים) המשתנה יכול להיות כמותי או איכותי.
4. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן דיאגרמת עמודות יציג התלמיד את המידע הנתון בה באמצעות טבלת שכיחויות או באמצעות טבלת השכיחות היחסית.
5. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן דיאגרמת העיגול יציג התלמיד את המידע הנתון בה באמצעות טבלת השכיחות היחסית.
6. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים בצורה של טבלת שכיחויות או שכיחויות יחסיות (עבור משתנה כמותי או משתנה איכותי) יתאר אותם התלמיד בעזרת ייצוג וויזואלי: דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול ולהיפך.
7. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים בצורה של טבלת שכיחויות יחסיות (עבור יותר ממשתנה כמותי או משתנה איכותי אחד), יתאר אותם התלמיד בעזרת דיאגרמת עמודות כפולה ולהפך.
8. הקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים המוצגים בעזרת טבלאות בשילוב עם ייצוגים וויזואליים, ישלב התלמיד את המידע בכל הייצוגים.
9. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן נתונים כמותיים או איכותיים, יתאים להם התלמיד את הייצוג הוויזואלי או את הייצוג הכמותי המתאים ביותר.

**משימת פתיחה עמוד 73** 

היחידה פותחת עם משימת פתיחה שתילמד בכיתה בהדרכת המורה.

משימת הפתיחה מציגה את המעבר מטבלה לדיאגרמת עמודות ולדיאגרמת עיגול.

התלמידים נדרשים לחשב את החלק היחסי של מספר החנויות בענף מסוים בקניונים ברחבי הארץ.
בכיתות מתקשות ניתן להדגים שימוש בטבלה 2 x 2 על מנת לחשב את האחוז:

| | |
|---|---|
| כמות שלמה | 100% |
| כמות חלקית | אחוז |

או להשתמש בפרופורציה: $\frac{\text{כמות חלקית}}{\text{כמות שלמה}} = \frac{p}{100}$

חשוב להדגיש את היתרון היחסי של כל ייצוג. דיאגרמת העמודות ודיאגרמת העיגול מראות באופן חזותי איזה פלח מהשוק מייצג כל סוג של חנות, לעומת זאת נוח לראות מטבלת השכיחויות מהו מספר החנויות בכל ענף.
התשובות המלאות נמצאות בספר הלימוד.

**קריאת מידע מנתונים המוצגים באופן מספרי**

בפרק זה אנו חוזרים על הנלמד בחטיבת הביניים (כיתות ז׳, ח׳ ו – ט׳) תוך הדגשת מצבים בחיי היומיום בתחום המדעי, ובתחום החברתי. בקשו מן התלמידים להביא חומרים נוספים מהעיתונות אות מהרשת כדי להבין, כי גם בחיים היומיומיים אנו עוסקים רבות מנתונים המוצגים בצורת טבלאות או דיאגרמות שונות.
הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד טבלת שכיחויות.

√ התלמיד ילמד נתונים המוצגים בצורת רשימה.

√ התלמיד ילמד טבלת שכיחויות יחסיות.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> 1.5 שעות.

**א. <u>טבלת שכיחויות</u>**

**תזכורת עמוד 74**

תזכורת מהי שכיחות, ומהי שכיחות יחסית.

**דוגמה פתורה עמודים 74 – 77**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יתמקד בטבלאות ובגרפים שמופיעים בספר ויסביר בעל-פה כל סעיף.
במקום לקחת את הטבלה המוצגת בדוגמה הפתורה, ניתן לבקש מחלק מהתלמידים לספור את מספר הילדים במשפחות הגרות בשכנות להם ולהציג את הנתונים על הלוח, על מנת להדגיש את ההיבט החברתי של העיסוק בסטטיסטיקה.
השורה העליונה היא בדרך כלל שורת **המשתנים**, והשורה התחתונה היא שורת **השכיחויות**. בספר מסבירים כיצד ניתן לזהות זאת (הערות בעמ׳ 77).
בדוגמה הפתורה אנו משתמשים במושגים שיש צורך לחדד: יותר מ... פחות מ... לפחות... לכל היותר...

**תרגיל 1 עמוד 77**

ניתן בתרגיל זה להסביר את ההבדל בין משתנה כמותי לבין משתנה איכותי.

**תרגיל 2 עמוד 78**

בתרגיל זה נתון מספר המבקרים הכולל, והתלמידים מתבקשים להשלים את מספר המבקרים ביום מסוים.

**תרגיל 3 עמוד 78**

בתרגיל זה נעשה השימוש במושגים "לפחות", ו"לכל היותר". ניתן להסביר מושגים אלו בהקשר של שכר: משכורתו של יוסי היא לפחות 5,000 שקלים, משכורתה של ענת היא לכל היותר 7,000 שקלים.

**תרגיל 4 עמוד 78**

תרגיל דומה לתרגיל 2

**תרגיל 5 עמוד 79**

תרגיל זה שונה מעט מהתרגילים הקודמים.
הטבלה היא טבלה אנכית ולא אופקית, והיא מציגה מידע של שתי שכיחויות שונות. בכיתות מתקשות ניתן לבקש מן התלמידים להעתיק את הטבלה למחברתם כטבלה אופקית.

| הציון | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הבנים | 0 | 5 | 15 | 12 | 18 | 10 |
| מספר הבנות | 8 | 5 | 10 | 20 | 25 | 12 |

סעיף ו': בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
טעות אפשרית נפוצה: מספר הבנים ומספר הבנות שקיבלו את הציון 6 שווה, ולכן אותו אחוז של בנים ושל בנות קיבלו את הציון 6 (הכללה). התשובה הנכונה היא שזה לא אותו אחוז, כיוון שהכמות השלמה שונה (יש יותר בנות מאשר בנים, ולכן אחוז הבנים שקיבל ציון 6 גבוה מאחוז הבנות שקיבלו ציון זה).

**ב. <u>נתונים המוצגים בצורת רשימה</u>**

**דוגמה פתורה עמודים 79, 80**

נתונים ציונים של 20 תלמידים, התלמידים נדרשים להעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות. שורת הנתונים תהיה השורה העליונה. נבקש מן התלמידים לזהות מהו הציון הנמוך ביותר, ומהו הציון הגבוה ביותר, ונשבץ בטבלה בהתאם.
בספר יש הסבר מפורט כיצד לא "נפספס" נתון או נתונים.

**תרגילים 6, 7, 8 עמוד 80**

תרגילים הדומים לדוגמה הפתורה.

**תרגיל 9 עמוד 81**

סעיף א': סידור בטבלת שכיחויות.

סעיף ב': חישוב מספר השחקנים בקבוצה.

סעיף ג': מדגים את החשיבות של סידור הנתונים בטבלה. כמו שיתכן שכמה תלמידים יקבלו אותו ציון במבחן, כך ייתכן שיש מספר שחקנים שגובהם זהה.

סעיף ד': 7 שחקנים.

סעיף ה׳: ניתן לבקש מן התלמידים לעשות טבלת שכיחויות חדשה, או לשנות באופן עדין את הנתונים. גובהם לפחות 172 ס״מ, משמעו לא לכלול את השחקנים הנמוכים מגובה זה, משמע 2 שחקנים.

23 שחקנים גובהם לפחות 172 ס״מ.

**תרגיל 10 עמוד 81**

הנתונים מוצגים באופן מילולי, ולא בשורה. שימוש במושגים ״יותר״, ו״לפחות״.

**תרגיל 11 עמוד 81**

שימו לב להבדל בין סעיף ב׳: כמה נהגים קיבלו דוחות, לבין סעיף ה׳: כמה דוחות חולקו.

**תרגיל 12 עמוד 82**

תרגיל דומה לתרגיל 5.

סעיף ד׳: הבנת הנקרא. מהי המשמעות של מגרש חנייה המתאים רק ל – 30 כלי רכב ואיך זה מתקשר לנתונים המוצגים בטבלה?

**ג. <u>טבלת שכיחויות יחסיות</u>**

**דוגמאות פתורות עמודים 82 – 85**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יתמקד בטבלאות שמופיעות בספר ויסביר בעל-פה כל סעיף.

דוגמה א׳: הנתונים מוצגים בצורת רשימה. מציאת השכיחות היחסית של נתון כשבר פשוט, שבר עשרוני וכאחוזים.

הסבר מפורט כיצד אנו עושים זאת.

דוגמה ב׳: הנתונים מופיעים באמצעות טבלה.

| | |
|---|---|
| 100% | ? |
| 15% | 6 |

שימו לב! התלמידים מתבקשים למצוא את הכמות הכוללת של הילדים בקבוצת ״נרקיס״. הסבר מפורט בספר.

בכיתות מתקשות ניתן להשתמש בלוח 2 x 2.

סעיף ד׳: השכיחות היחסית תשתנה כי הגדלנו את השכיחות ״ב״ ולא ״פי״.

אין צורך לבדוק את כל השכיחויות, מספיקה שכיחות אחת כדי להדגים.

**תרגילים 13, 14, עמוד 86**

תרגול הנושא.

**תרגיל 15 עמוד 86**

סעיף א׳: בסעיף זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

ניתן להשלים תחילה את עמודת מספר התלמידים. אם 25% מהתלמידים עוסקים במחול אזי, מספרם 100. אם 15% עוסקים בג׳ודו, אזי מספרם 60.

לחלופין ניתן להשלים קודם את עמודת האחוזים. אם 40 תלמידים עוסקים בטניס, אזי הם מהווים 10% מכלל התלמידים, ואם 80 עוסקים בכדורסל, אזי הם מהווים 20% (אין צורך להציב בנוסחה).

**תרגיל 16 עמודים 86, 87**

סעיף א׳: חישוב הכמות החלקית או השכיחות היחסית של כל משתנה (ראו תרגיל 15).

סעיף ב׳: צופים **או** השומר הצעיר. ״או״ משמעו גם וגם.

סעיף ג׳: חלוקה שווה של התלמידים שהצטרפו לכל אחת מתנועות הנוער. יש שינוי בשכיחות היחסית כי הכמות גדלה ״ב״, ולא ״פי״.

סעיף ד׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. השכיחות היחסית תשתנה. אפשר להדגים באמצעות חישוב.

בתנועת הנוער העובד והלומד משתתפים 60 תלמידים המהווים 30% מכלל התלמידים, נוסיף 10 תלמידים, משמע 70 תלמידים, וגם נגדיל את מספר התלמידים הכולל ל – 250.

נחשב את השכיחות היחסית: $\frac{70}{250} = 0.28$.

**תרגיל 17 עמוד 87**

תרגיל ברמת קושי גבוהה מעט יותר.

המידע הנתון הוא מילולי. 0.1, משמע 10% מהתלמידים קיבלו ציון 9. שאר 36 התלמידים הם 90% מהקבוצה.

קל לראות מידע זה, אם נמלא קודם את טבלת השכיחויות היחסיות.

| הציון | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות | 2 | 1 | 5 | 11 | 13 | | 4 |
| השכיחות היחסית | | | | | | 0.1 | |

ניתן להשתמש בלוח 2 x 2 בשבר עשרוני או באחוזים.

| | |
|---|---|
| ? | 100% |
| 9 | 10% |

| | |
|---|---|
| ? | 1 |
| 36 | 0.9 |

**תרגיל 18 עמוד 87**

איננו יודעים כמה אנשים קיבלו 3 פרסים, אולם אנו יודעים כי השכיחות היחסית שלהם היא $\frac{2}{15}$.

המסקנה: שאר האנשים, 26 במספר, שכיחותם היחסית היא $\frac{13}{15}$.

על מנת לחשב את הכמות הכללית נשתמש בפרופורציה: $\frac{13}{15} = \frac{26}{y}$, כאשר y מייצג את הכמות הכללית של האנשים שהשתתפו בהגרלה.

ניתן להראות בצורה שונה. כמות האנשים הכללית היא x + 26. הפרופורציה: $\frac{2}{15} = \frac{x}{x+26}$.

**תרגיל 19 עמוד 87**

בסעיף זה אנו יודעים את השכיחות ואת השכיחות היחסית, וצריכים למצוא את הכמות הכוללת.

שגיאה נפוצה: השכיחות היא **6** ולא **8** (שהוא הנתון). נשתמש בפרופורציה: $\frac{24}{100} = \frac{6}{y}$.

ברגע שמצאנו את המספר הכולל של התלמידים (25), קל לענות על שאר סעיפי השאלה.

**תרגיל 20 עמוד 88**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

נתונות שתי משפחות המייצרות פסולת מסוגים שונים.

אצל משפחת דיין נתון כי בסעיף "שונות" נתונים הן הכמות, והן השכיחות היחסית. ראשית נמצא את הכמות הכוללת של הפסולת שמייצרת משפחת דיין, ואז נשלים את הטבלה.

הכמות הכוללת היא 2,000 ק"ג. דרך נוספת: לחשב תחילה את השכיחות היחסית באחוזים, ואז להשלים את החלק של חומר אורגני מכלל הפסולת.

בכיתות מתקדמות ניתן לשאול: האם "חייבים" להשתמש בנוסחה או במשוואה? אם 10% הם 200 ק"ג, כמה הם 100%? כופלים ב – 10.

אצל משפחת ניר נתונה הכמות הכוללת (1,800 ק"ג). נחשב תחילה את כמות פסולת המתכת של משפחת ניר (90 ק"ג), נחשב את כמות הפסולת בסעיף "שונות" (270), ונשלים את הטבלה.

<u>הרחבה</u>: ניתן לבקש מן התלמידים למצוא ברשת או באתר של המשרד לאיכות הסביבה מידע על כמויות הפסולת ברשויות מקומיות שונות, והחשיבות של הפחתת הפסולת הן במרחב האישי והן במרחב הציבורי.

לגבי סעיף ו' מומלץ לדון בכיתה בתשובות התלמידים. לאחר מכן להיכנס לקישור ולבדוק את נכונות התשובות.

אנו צופים שיהיה קושי בשיוך לפח המתאים לטקסטיל (פח ירוק או מכלי איסוף בגדים) ולמתכות (פח אפור או כתום).

(מתוך אתר המשרד להגנת הסביבה: ).

**תרגיל 21 עמוד 88**

תרגיל זה מדגיש את קבלת המידע מתוך טבלה. באיזו מפלגה חלה עלייה באחוז המצביעים? באיזו מפלגה חלה ירידה באחוז המצביעים?

לשאול: למה חשוב לקבל מידע? איזה שימוש יעשו ראשי המפלגות במידע זה?

**מעבר בין ייצוג הנתונים בטבלה לייצוגים ויזואליים ולהפך**

בפרק זה נעשה מעבר בין הייצוגים השונים. נדגיש את היתרונות של כל אחד מהייצוגים.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד מעבר מדיאגרמת עמודות לטבלת שכיחויות ולהפך.

√ התלמיד ילמד מעבר מדיאגרמת עיגול לטבלת שכיחויות יחסיות ולהפך.

√ התלמיד ילמד מעבר מגרף לטבלת שכיחויות ולהפך.

√ התלמיד ילמד לעבור בין הייצוגים השונים.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה</u>: 3.5 שעות.

## א. <u>מעבר מדיאגרמת עמודות לטבלת שכיחויות ולהפך</u>

**דוגמה פתורה עמודים 89 - 91**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יתמקד בטבלאות ובדיאגרמות שמופיעות בספר ויסביר בעל-פה כל סעיף.

דוגמה מחיי היומיום של התלמידים.

המידע מוצג באופן מילולי. קל להעביר את המידע לטבלת שכיחויות.

בסעיף ב' נדרשים התלמידים להעביר את המידע לדיאגרמת עמודות. נלמד את התלמידים להשתמש בתוכנת "Excel" או בכל תוכנה אחרת.

סעיף ג': קל לראות הן מהטבלה והן מדיאגרמת העמודות איזה מקצוע יניב לומד את מספר השעות הרב ביותר.

התלמידים מתבקשים גם להשלים את שורת השכיחויות היחסיות.

שימו לב להערות שבסוף השאלה. נדגיש מידע זה גם לתלמידים. החשיבות של השכיחות היחסית הן במעבר בין הייצוגים והן במידע שניתן לקבל ממנה.

**תרגיל 22 עמוד 91**

סעיפים א' ו – ב':

| מספר השערים | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשחקים | 6 | 8 | 12 | 11 | 7 | 3 | 2 | 1 |
| השכיחות היחסית | 0.12 | 0.16 | 0.24 | 0.22 | 0.14 | 0.06 | 0.04 | 0.02 |

סעיף ג': ב- 7 משחקים הובקעו 4 שערים.

סעיף ד': ב – 6 משחקים לא הובקעו שערים, ולכן התוצאה היא 0 : 0.

סעיף ה': ב- 8 משחקים. ב - 8 משחקים הובקע שער אחד.

סעיף ו': ב - 12 משחקים. ב - 12 משחקים הובקעו 2 שערים. איננו יודעים אם זה שער לכל קבוצה, או שאחת הקבוצות הבקיעה 2 שערים.

סעיף ז': ב – 6 משחקים הובקעו לפחות 5 שערים. נחבר את השכיחות היחסית בטבלה ונקבל 0.12.

סעיף ח': בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. משחקים, שבהם מספר השערים הוא אי-זוגי, יסתיימו בוודאות בהכרעה.

**תרגיל 23 עמוד 92**

בכיתות מתקשות הסבירו לתלמידים כי לא תמיד ציר ה – y (ובשאלות אחרות ציר ה – x) מייצגים קפיצות של יחידה אחת בין השנתות. בשאלה זו המרחק בין שנת לשנת על ציר ה – Y הוא 5 יחידות.

**תרגיל 24 עמוד 92**

המידע מופיע באופן מילולי.

נעביר את הנתונים לטבלה. בשורה העליונה מופיע שם הפרי. בסקר מופיעים 5 פירות, ולכן בטבלה יהיו 6 עמודות ו – 3 שורות (כי יש להוסיף את השכיחות היחסית).

את המעבר לדיאגרמת עמודות ניתן לבצע באמצעות תוכנה.

אם אין אפשרות להשתמש במחשב, נבקש תחילה מהתלמידים להחליט מהו המרחק הרצוי בין השנתות על ציר ה – y. המספר המקסימלי של הילדים המעדיפים פרי מסוים הוא 12, ולכן ניתן להחליט כי המרחק בין השנתות הוא 1 או 2.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

**תרגיל 25 עמוד 92**

שאלה ובה דיאגרמת עמודות כפולה.

על מנת להעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות נשאל את התלמידים: האם נעשה טבלה אנכית או טבלה אופקית?

אם נחליט כי הטבלה אופקית, נדאג כי בטבלה יהיו 8 עמודות, וכן 5 שורות (כי יש לנו שני יישובים, ו – שכיחות יחסית של כל נתון).

אם נחליט כי הטבלה אנכית, נדאג כי בטבלה יהיו 5 עמודות ו – 8 שורות.

**תרגיל 26 עמוד 93**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

בתרגיל זה שני בתי ספר. בשניהם נתון מספר התלמידים בשכבה. בבית הספר א׳ נתונה השכיחות היחסית של מספר התלמידים המתנדבים בכיבוי אש, נמצא את מספרם (35. יש לעגל את הנתון, ולהסביר לתלמידים מדוע עשינו זאת), נמצא את כמות התלמידים המתנדבים באקי״ם, ואז נשלים את הטבלה.

דרך נוספת להשלים את עמודת השכיחות היחסית, ואז את שאר הטבלה (ראו תרגיל 15). בבית הספר ב׳ נתון מספר התלמידים המתנדבים בכיבוי אש ובמועדוני נוער. נמצא את השכיחות היחסית שלהם באחוזים, ונשלים את הטבלה.

בבתי ספר, שבהם יש מחויבות אישית להתנדבות, ניתן לבקש מן התלמידים לעשות סקר בכיתתם או בשכבה שלהם. **(אפשר כהערכה חלופית).**

אנו ממליצים לערוך דיון קצר בכיתה (או לתת כשיעורי בית) לגבי הצורך בתכנית להתמחות אישית ולמעורבות חברתית: למי התכנית מיועדת? (תלמידי י׳ – י״ב), מי יוצא נשכר ממנה? (התלמידים והחברה).

(מתוך אתר מנהל חברה ונוער: ).

## ב. <u>מעבר מדיאגרמת עיגול לטבלת שכיחויות יחסיות ולהפך</u>

**דוגמה פתורה עמודים 93 – 95**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יתמקד בטבלאות ובדיאגרמה שמופיעות בספר ויסביר בעל-פה כל סעיף.

בדוגמה זו הנתונים מוצגים בדיאגרמת עיגול.

בכיתות מתקדמות נשאל את התלמידים: כמה מעלות בעיגול? ($360^0$). ניתן לבקש מהתלמידים להציע חלוקות לגזרות שונות בעיגול כלשהו. להסביר כי קל לבצע חלוקה לגזרות כאשר הנתונים מתחלקים ל – 6, ל – 4, ל – 9 (כפולות של 36).

המעבר מדיאגרמת עיגול, שבה נתונות השכיחויות היחסיות, לטבלת שכיחויות הוא קל יחסית, על מנת למצוא את השכיחות יש לחשב את הכמות החלקית של כל נתון.

**תרגיל 27 עמוד 95**

על מנת לפתור תרגיל זה יש לחשב תחילה את מספר החיוגים הכללי (500).

דיאגרמת העיגול מחולקת ל – 10 גזרות, משמע כל גזרה מייצגת 50 חיוגים.
המעבר לטבלת שכיחויות נוחה.
בכיתות מתקשות: כדי להעביר את הנתונים לדיאגרמת העיגול יש לחצות גזרה אחת לשניים, כדי לייצג את מספר המקרים שבהם קו הטלפון היה תפוס, ולידו את מספר החיוגים, שבהם הקו היה מקולקל.

**תרגיל 28 עמוד 95**

דיאגרמת העיגול אינה מחולקת לגזרות שוות.
בכיתות מתקשות ניתן לבקש תחילה מהתלמידים לזהות את הגזרה הקטנה ביותר, את שתי הגזרות השוות בשטחן (ניתן לשאול מדוע?), וכך יהיה קל יותר להעביר את הנתונים לדיאגרמת העיגול.

**תרגיל 29 עמוד 96**

מעבר מדיאגרמת עיגול לטבלת שכיחויות יחסיות.
קל לראות הן מדיאגרמת העיגול והן מהטבלה מיהו התלמיד שזכה במירב הקולות.

**תרגיל 30 עמוד 96**

נסמן ב – x את מספר התלמידים שמעדיפים ללמוד היסטוריה או תנ"ך. נסמן ב – 2x את מספר התלמידים שמעדיפים ללמוד אזרחות. נרשום משוואה:
$0\% + 15\% + 15\% + x + x + 2x = 100\%$.
נפתור ונקבל כי $x = 10\%$.
נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות ולדיאגרמת עיגול.
בכיתות, שבהן לא ניתן להשתמש בתוכנה, נבקש מן התלמידים לחלק את העיגול ל- 10 גזרות שוות.

**תרגיל 31 עמוד 96**

מעבר מדיאגרמת עיגול לטבלת שכיחויות.
ידוע כי יש 60 דירות בנות 4 חדרים והן מהוות 25% מכלל הדירות שנבנו.
ניתן להשתמש בנוסחה או במשוואה על מנת לחשב את מספר הדירות הכולל של דירות שנבנו, או לשאול: 25% הם רבע מכלל הדירות. אם כך, מה המספר הכולל של הדירות שנבנו? (240).
לאחר קבלת מידע זה אפשר להשלים את הטבלה. (ראשית נחשב אחוז הדירות בנות 5 חדרים).

**ג. <u>מעבר מגרף נקודות לטבלת שכיחויות ולהפך</u>**

**דוגמה פתורה עמודים 97 – 99**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יתמקד בטבלאות ובגרפים שמופיעים בספר ויסביר בעל-פה כל סעיף.
לצורך פתרון שאלה זו ניתן לעשות שימוש בנספח סימון נקודות במישור שבסוף הספר.
בכיתות מתקשות ניתן לבקש מהתלמידים לרשום את הנתונים כזוג סדור, ואז להעבירם לגרף.
לצורך בניית הגרף נבקש מהתלמידים לבחור בחלוקה נוחה לשנתות של ציר ה – y. (דילוגים של 10 בין שנת לשנת).
על מנת להבדיל בין שני הסניפים ניתן לסמן את הנקודות בצבע שונה או בסימון שונה (למשל, עיגול ומשולש או עיגול וריבוע).
ניתן להשתמש בתוכנה גרפית כמו גרף, Symbolab ,Excel, מתמטיקס וכו'.

שימו לב להערות שבסוף השאלה. הדגישו את העיקרון שמותר לחבר את הנקודות, אך לא תמיד יש משמעות לערכים כמו 5.5.
ייצוג נתונים באמצעות גרף של נקודות ממחיש את השינויים (עלייה או ירידה) בנתונים לאורך ציר הזמן.

**תרגיל 32 עמוד 99**

קל לראות מן הגרף, כי אחרי 8 שעות הייתה כמות המים בבריכה הגדולה ביותר.
בכיתות מתקשות ניתן לבקש מהתלמידים לזהות דפוסי שינוי ללא שימוש במספרים.
היכן יש עלייה בכמות המים? היכן אין שינוי? והיכן מתחילה ירידה בכמות המים?
קל לראות כי כמות המים בבריכה יורדת החל בשעה ה – 8.

**תרגיל 33 עמוד 99**

בתרגיל זה התלמידים מתבקשים לעבור לגרף נקודות.
ציר ה – x אינו מתחיל בנקודה (0, 0), אלא בנקודה 8:00. החלוקה על ציר ה – y יכולה להיות בדילוגים של 1 או בדילוגים של 3 יחידות בין שנת לשנת.
סעיף ב׳: הטמפרטורה עולה בין השעה 8:00 לשעה 11:00 ובין השעות 12:00 ל – 13:00.
טעות נפוצה: הטמפרטורה עולה בין השעות 8:00 ל – 13:00.
יש משמעות לחיבור הנקודות בקו, כי ניתן לשער מה תהיה הטמפרטורה בכל חלק של שעה, ולא רק בשעות שלמות.

**תרגיל 34 עמוד 100**

הגרף מתאר כמויות מכירה של רכב בשתי סוכנויות.
על מנת להעביר את הנתונים לטבלה יש ליצור טבלה בת 3 שורות או טבלה אנכית.
בכיתות מתקדמות: נניח כי בחודש מסוים הייתה כמות שווה של מכירת מכוניות בשתי הסוכנויות.
כיצד היינו מציגים מידע זה בגרף? שימוש בשני צבעים פחות יעיל. כדאי להשתמש בייצוג של עיגול ומשולש גדולים יחסית על מנת להמחיש מידע זה.

**תרגיל 35 עמוד 100**

תרגיל דומה לתרגיל 34.

**תרגיל 36 עמוד 101**

בשאלה זו יש חשיבות גדולה לאומדן, משום שחלוקת השנתות על ציר ה – y היא בדילוגים של 100 יחידות בין שנת לשנת. בכיתות מתקשות בקשו מהתלמידים להשתמש במושגים ״יותר מחצי״, ״פחות מחצי״, ״קרוב ל..״ וכו׳.
חשוב להדגיש את ההבדל בין הגרפים כאשר יש חלוקה שווה של שנתות לבין חלוקה לא שווה, וכן חשיבות ״מראה עיניים״ לעומת חישוב מדויק.
סעיף ז׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
הגרף החדש אינו מראה את הירידה שחלה משנת 90 עד שנת 95. אם הציבור יראה כי חלה ירידה במקרי הפשיעה, תקטן הדרישה למערכות אזעקה.
סעיף ח׳: בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

בנוסף לתשובות שבסוף הפרק. (1) מעצבי הגרף לא רשמו את שנת 90 כדי לא להדגיש מתי החלה הירידה במספר מקרי הפשיעה המדווחים. (2) הגרף מסתיים בשנת 94 במגמת עלייה, אף על-פי שהמידע לא נכון.

## ד. <u>תרגול משולב</u>

**תרגיל 37 עמוד 101**

מעבר מייצוג של אוסף נתונים לטבלת שכיחויות ולדיאגרמת עמודות כפולה.

טבלת השכיחויות יכולה להיות אופקית או אנכית.

בשתי הכיתות שנבדקו יש מספר שווה של תלמידים, ולכן, על מנת לענות באיזו כיתה יש אחוז גבוה יותר של תלמידים הגבוהים מ- 180 או נמוכים מגובה כלשהו, ניתן להתבונן בטור השכיחות , או בטור השכיחות היחסית (להבדיל משאלות שבהן מספר הנבדקים שונה).

**תרגיל 38 עמוד 102**

מעבר מדיאגרמת עיגול לטבלת שכיחויות.

נדגיש : לא ניתן להראות בדיאגרמת עיגול (בניגוד לדיאגרמת עמודות או גרף), שתי מדידות (שתי כיתות, שני יישובים, שני בניינים...)

על מנת להעביר את הנתונים לטבלה, יש לחשב את השכיחות של כמות המשקעים בכל חודש.

ניתן להציג בכיתה את היישומון הבא (גיאוגברה), הממחיש את הקשר שבין דיאגרמת עמודות לדיאגרמת עיגול : .

**תרגיל 39 עמודים 102, 103**

מעבר מגרף לטבלת שכיחויות.

כמות המשקעים המדויקת רשומה מעל כל נקודה. נחשב את כמות העצים הכללית שנשתלה בכל שנה, ונחשב את השכיחות היחסית של כמות העצים שנשתלו בכל חודש.

סעיף ג׳ : קל לראות מהגרף כי בחודש ינואר נשתלה כמות שווה של עצים בשתי השנים. מבחינה ויזואלית קשה לראות, כי הנקודה היא בת שני צבעים, אך הקו המחבר את הנקודות ממחיש זאת (אף שאין משמעות לחלקי חודש).

**תרגיל 40 עמוד 103**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

תרגיל שונה מכל התרגילים שעסקנו בהם עד עתה.

הייצוג הגרפי הוא ייצוג של מלבנים לכל שחקן בנפרד.

כל שחקן קלע 3 סוגי סלים המקנים ניקוד שונה, ויש לחשב את מספר הנקודות שצבר כל שחקן.

השאלה מראה את השימוש בייצוגים בכל תחומי החיים שלנו.

בכיתות מתקשות נבנה את הטבלה יחד עם התלמידים. נבקש מהתלמידים לכתוב כמה נקודות צבר כל שחקן לפי הניקוד (נקודה, 2 נקודות, או 3 נקודות).

<u>טעות נפוצה</u> : יוסי קלע 9 סלים של נקודה אחת (קלע רק 4). גובה העמודה הוא 9, אך התלמיד לא הפחית את מספר סלי 3 נקודות וסלי 2 נקודות.

סעיף ב׳ : סעיף בדרגת קושי גבוהה.

**תרגיל 41 עמוד 104**

מעבר מטבלה לדיאגרמת עיגול.

סעיף ב׳ : יש לשים לב לכמות הכללית על מנת לחשב את הכמות החלקית. במשאל השתתפו 4,000 אנשים, ובבחירות 3,000,000 אנשים.

סעיף ג׳ : קל לראות מהטבלה.

סעיף ד׳ : שאלה למחשבה. האם הבדל של שני אחוזים במשאל לטובת מפלגה ד׳ מספיק כדי להגיד כי תוצאות הבחירות המצביעות על ניצחון למפלגה ה׳ הן הפתעה? או שמא הירידה ב – 5% של המצביעים למפלגה ד׳ בבחירות היא שהכריעה?

היישומון הבא מאפשר סרטוט של דיאגרמות מסוגים שונים. מומלץ לחלק את הכיתה לקבוצות. כל קבוצה תחליט על משתנה מסוים (גובה, מספר ילדים במשפחה וכו׳) ותערוך סקר בין כל תלמידי הכיתה (כל תלמיד יענה לשאלות של כל הקבוצות). במליאה, בהקרנת היישומון על הלוח, תכניס כל קבוצה את הנתונים ליישומון, והוא יסרטט את הדיאגרמה המתאימה לסקר שערכה.

(מתוך אתר mathsisfun (באנגלית) : ברקוד זה מופיע רק במדריך)

**מבדק מספר 2**

1) בשבוע מסוים ביקרו בלונה-פארק ביקרו 600 מבקרים.

בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות המבקרים לפי היום שבו ביקרו:

| היום | ראשון | שני | שלישי | רביעי | חמישי | שישי |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המבקרים | 100 | 50 | | 40 | 150 | 200 |

א. איזו שורה מייצגת את המשתנה הנבדק? ואיזו שורה את שורת השכיחות?

ב. כמה מבקרים הגיעו ללונה-פארק ביום שלישי?

ג. באיזה יום הגיעו ללונה-פארק המספר הקטן ביותר של המבקרים?

ד. כמה מבקרים הגיעו במחצית השנייה של השבוע? (ימים: שלישי, רביעי, חמישי)?

ה. איזה אחוז מהמבקרים הגיע ביום חמישי?

2) בחנות נעלי ילדים בדקו את מידות הנעליים שנמכרו במשך שבוע, וקיבלו את התוצאות הבאות:

27, 29, 30, 28, 27, 30, 31, 30, 27, 28, 30, 31, 32, 31, 32, 27, 28, 30, 29, 29, 30, 28, 29, 31, 29.

א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות.

ב. כמה זוגות נעליים נמכרו במשך השבוע?

ג. כמה זוגות נעליים נמכרו שמידתם לכל היותר 29?

ד. מהו אחוז הנעליים שנמכרו במידה 30?

3) ביישוב כלנית בדקו את מספר הטלפונים הסלולריים הנמצאים ברשות כל משפחה. הטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות המשפחות לפי כמות הטלפונים שברשותם.

| מספר הטלפונים | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשפחות | 2 | 5 | 8 | 12 | 10 | 3 |

א. כמה משפחות ביישוב?

ב. הוסיפו לטבלת השכיחויות את השכיחות היחסית בשבר עשרוני, בשבר פשוט ובאחוזים.

ג. מהי השכיחות היחסית של משפחות שלהן פחות מ – 4 טלפונים סלולריים?

ד. מהי השכיחות היחסית של משפחות שלהן 4 או 5 טלפונים סלולריים?

4) בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות ימי החופשה לחודש של עובדים במפעל מסוים.

| מספר ימי החופשה | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר העובדים | 5 | 10 | x | 8 | 20 |

ידוע כי השכיחות היחסית של העובדים, שלקחו 2 ימי חופשה, היא 0.14.

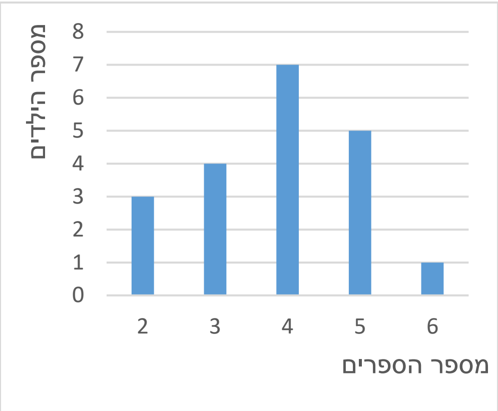
א. כמה אנשים לקחו שני ימי חופשה?

ב. כמה עובדים במפעל?

ג. מהי השכיחות היחסית של האנשים, שלקחו פחות מ – 2 ימי חופשה?

ד. מהי השכיחות היחסית של האנשים, שלקחו לפחות 3 ימי חופשה?

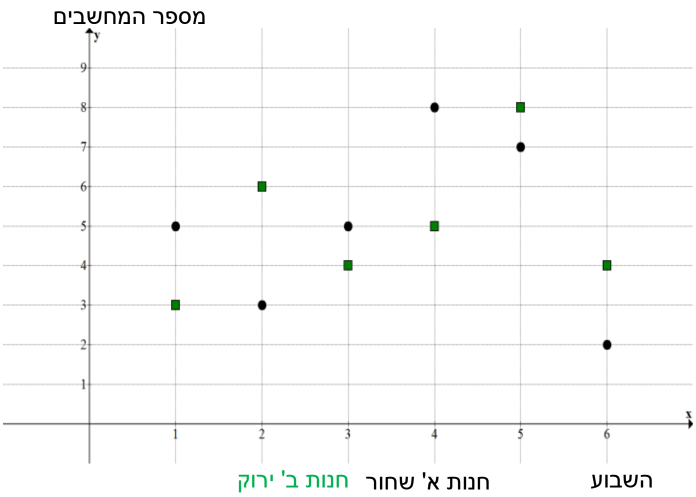
5) בדיאגרמת העמודות שלפניכם מתוארת התפלגות הילדים לפי מספר הספרים שקראו בחופשת הקיץ.




א. תארו את הנתונים המופיעים בדיאגרמת העמודות באמצעות טבלת שכיחויות.
ב. הוסיפו לטבלה את שורת השכיחות היחסית.
ג. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקראו 2 או 3 ספרים?
ד. מהו מספר הספרים שקראו הכי הרבה ילדים?
ה. מאיזה ייצוג עדיף לקבל מידע זה?
ו. איזה חלק מהתלמידים לא קרא ספר אחד או שניים?

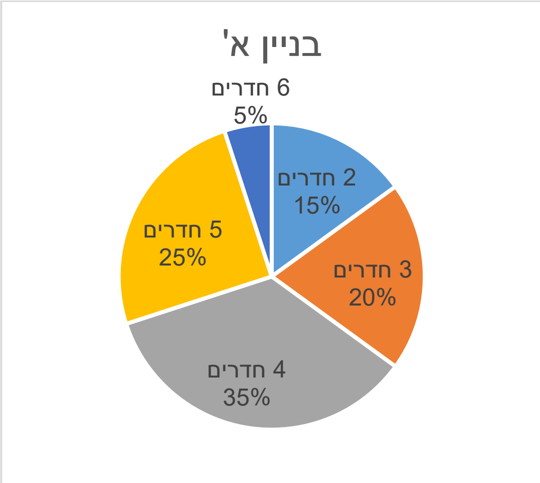
6) בדקו את טעם הגלידה המועדף על 300 תלמידי שכבת י', וקיבלו את התוצאות:
35% מעדיפים טעם שוקולד, 20% מעדיפים טעם וניל, 15% מעדיפים טעם עוגיות, 10% מעדיפים טעם קוקוס, 15% מעדיפים טעם קרמל, ו – 5% מעדיפים טעם תות.
א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות ושכיחות יחסית.
ב. השלימו את הנתונים בדיאגרמת העיגול.
ג. איזה טעם הוא המועדף ביותר? מאיזה ייצוג נוח לקבל מידע זה?
ד. איזה טעם הוא הפחות מועדף? מאיזה ייצוג נוח לקבל מידע זה?
ה. לאילו טעמים יש כמות שווה של ילדים המעדיפים אותם? מאיזה ייצוג נוח לקבל מידע זה?

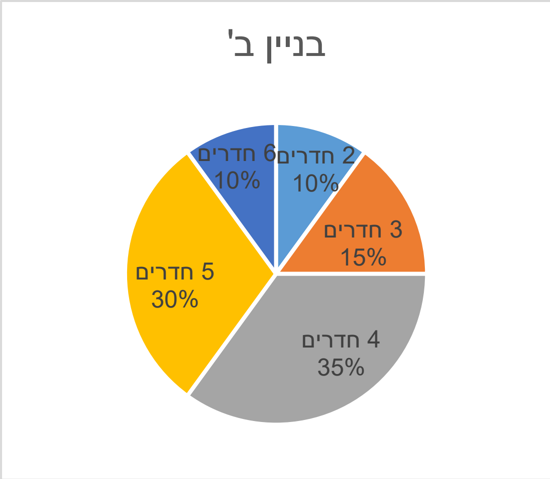
7) הגרף שלפניכם מתאר את כמות המחשבים שנמכרה במשך 6 שבועות בשתי חנויות.




א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות.
ב. באיזה שבוע נמכרה הכמות הגדולה ביותר של מחשבים? מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?
ג. בין אילו שבועות הייתה עלייה במכירת המחשבים בחנות א'? מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?
ד. האם יש שבוע, שבו נמכרה כמות שווה של מחשבים בשתי החנויות? כיצד בא מידע זה לידי ביטוי בכל אחד מהייצוגים?

8) בדיאגרמות העיגול שלפניכם מתוארת כמות הדירות בשני בניינים לפי מספר החדרים בדירה. ידוע כי בכל בניין 20 דירות.




א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות.

ב. סרטטו דיאגרמת עמודות כפולה המייצגת את הנתונים.

ג. באיזה בניין יש יותר דירות בנות 2 חדרים? מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?

ד. האם יש דירות בנות מספר חדרים מסוים בכמות זהה בשני הבניינים? מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?

ה. האם יש בניין שבו יש אותו מספר דירות בשני סוגים של דירות (מספר חדרים שונה, כמות זהה של דירות)? מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?

תשובות:

1) א. השורה העליונה – משתנה נבדק, השורה התחתונה – שכיחות. ב. 60 ג. 600 ד. 390 ה. 25%

2) ב. 25 ג. 13 ד. 24%

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מידות הנעליים | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| מספר הזוגות שנמכרו | 4 | 4 | 5 | 6 | 4 | 2 |

3) א. 40 משפחות ב. טבלה ג. 0.375 ד. 0.55

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הטלפונים | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| מספר המשפחות | 2 | 5 | 8 | 12 | 10 | 3 |
| השכיחות היחסית בשבר עשרוני | 0.05 | 0.125 | 0.2 | 0.3 | 0.25 | 0.075 |
| השכיחות היחסית בשבר פשוט | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{40}$ |
| השכיחות היחסית באחוזים | 5% | 12.5% | 20% | 30% | 25% | 7.5% |

4) א. 7 ב. 50 ג. 0.3 ד. 0.56.

5) א. טבלה ב. טבלה ג. 0.55

ד. 3 ספרים משני הייצוגים ה. 0.65

| מספר הספרים | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 20 | 15 | 40 | 12 | 8 | 5 |
| השכיחות היחסית | 0.2 | 0.15 | 0.4 | 0.12 | 0.08 | 0.05 |

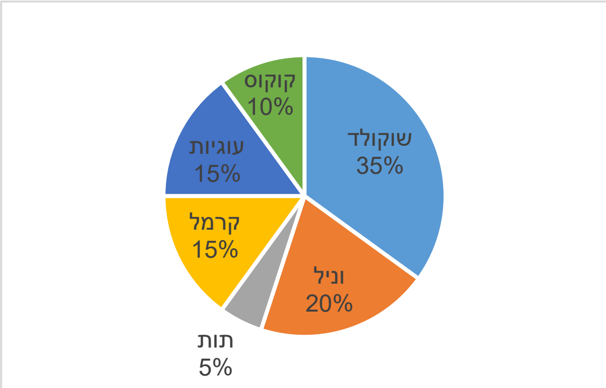
6) תשובות : א. טבלה

ב. השלמת דיאגרמת עיגול.

ג. שוקולד, מכל הייצוגים.

ד. תות כל הייצוגים.

ה. עוגיות וקרמל, מכל הייצוגים.



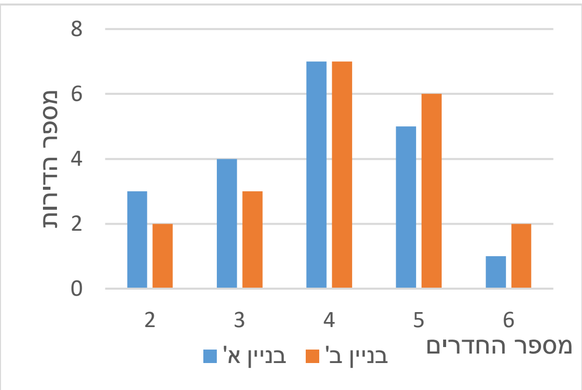

| טעם הגלידה | שוקולד | וניל | עוגיות | קוקוס | קרמל | תות |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 105 | 60 | 45 | 30 | 45 | 15 |
| השכיחות היחסית | 35% | 20% | 15% | 10% | 15% | 5% |

7) תשובות : א. טבלה  ב. שבוע מהטבלה  ג. משבוע 2 עד שבוע 4 משני הייצוגים  ד. לא נקודה משותפת בגרף, שתי עמודות שוות בטבלה.

| השבוע | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המחשבים חנות א' | 5 | 3 | 5 | 8 | 7 | 2 |
| מספר המחשבים חנות ב' | 3 | 6 | 4 | 5 | 8 | 4 |

8) תשובות : א. טבלה  ב. דיאגרמה  ג. בניין א' מכל הייצוגים  ד. 4 חדרים מכל הייצוגים  ה. בניין ב' יש שתי דירות בנות 2 חדרים ו – 2 דירות בנות 6 חדרים.

| מספר החדרים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות בניין א' | 3 | 4 | 7 | 5 | 1 |
| השכיחות היחסית בניין א' | 15% | 20% | 35% | 25% | 5% |
| השכיחות בניין ב' | 2 | 3 | 7 | 6 | 2 |
| השכיחות היחסית בניין ב' | 10% | 15% | 35% | 30% | 10% |



# יחידה שלישית

## סטטיסטיקה – מדדי מרכז

**סטטיסטיקה** היא תחום ידע הנוגע לאיסוף, עיבוד, ניתוח, והצגת מסקנות מנתונים כמותיים בתחום שני ענפים מרכזיים: סטטיסטיקה תֵּאוֹרִית וסטטיסטיקה הֵיסֶקִית.
תחום הסטטיסטיקה בכללותו, ובפרט של הסטטיסטיקה ההיסקית, נשענים על תורת ההסתברות' ובמקרים רבים גם על הנחות פרקטיות. בשל הישענותה על הנחות פרקטיות יש מחלוקת בין הסטטיסטיקאים לגבי סיווגה של הסטטיסטיקה כענף של המתמטיקה או כענף של מדעי הטבע והחברה.
המדעים הבולטים בהישענותם על הסטטיסטיקה הם פיזיקה סטטיסטית, כימיה סטטיסטית, חלק מתחומי הביולוגיה וחלק נכבד מתחומי הרפואה, מדעי החברה והמחקר הטכנולוגי.
היכולת להבין נתונים סטטיסטיים נקראת "אוריינות סטטיסטית".

**רקע**

במקרים רבים קשה לנתח את האיברים בקבוצה באופן פרטני בשל מספרם הרב, ואז אפשר להתייחס אל הנתונים כמכלול ולנתחם ככאלה. כאשר מסתכלים על משתנה מסוים (למשל מידת גובה) והופעתו ב**אוכלוסייה** מסוימת (למשל ילדי כיתה ג' בישראל), מתקבלת **התפלגות** של **משתנה מקרי** (הגובה). במקרים רבים ניתן לדגום **מדגם**, שייצג את האוכלוסייה לצורך הסקה סטטיסטית.
ה**סטטיסטיקה** מתחלקת ל**סטטיסטיקה תיאורית**, שמטרתה תיאור של הנתונים על ידי אפיון ממדים שונים בהם, ו**סטטיסטיקה היסקית**, שמטרתה הסקת מסקנות מהמדגם שעליו נאספו הנתונים הסטטיסטיים לכל האוכלוסייה.

**מדע או מתמטיקה?**

הסטטיסטיקה כמעט לא מכילה שום ניסוי כשלעצמו (למעט סימולציות מחשב כגון "שיטת מונטה קרלו"), אולם היא מסיקה על יעילות שיטות המחקר שלה מהצלחת הניסויים, שלהם היא מסייעת בתחומי מדע מגוונים. על כן יכולה הסטטיסטיקה להיחשב למדע.
הכללתה של הסטטיסטיקה בין ענפי המתמטיקה שנויה במחלוקת בין הסטטיסטיקאים. אי הכללת הסטטיסטיקה בין ענפי המתמטיקה נשענת על טיעונים פילוסופיים. הפילוסופים מציינים שיש שלוש דרכים לנתח נתונים ולהגיע למסקנות: לוגיקה, מטאפיזיקה והשכל הישר (Common sense). הטוענים שסטטיסטיקה אינה מתמטיקה גורסים כי מתמטיקה מכילה ניתוחים לוגיים בלבד, ואילו הסטטיסטיקה, כמו המדעים, מכילה ניתוחים על פי השכל הישר לצד ניתוחים לוגיים. לעומתם הטוענים, שהסטטיסטיקה היא כן ענף במתמטיקה, מביאים טיעונים מתחום הסוציולוגיה של המדע. הם טוענים שסטטיסטיקאים לומדים בעיקר מתמטיקה, ושהפיתוחים המרכזיים בה נעשים בעיקר על ידי מתמטיקאים. מעבר לזאת, טוענים אנשים אלה, שהצורך של הסטטיסטיקאים להישען על הנחות השכל הישר במקום על היסקים לוגיים הולך ונחלש עם התפתחות הסטטיסטיקה, ובעיקר עם התפתחות הענף הסטטיסטי הקרוי סטטיסטיקה לא פרמטרית.

סטטיסטיקה תיאורית

סטטיסטיקה תיאורית היא הענף הסטטיסטי העוסק בתיאור תמציתי ומייצג של מדגמי נתונים גדולים. בבעיה אופיינית מתחום זה יש לתאר את המאפיינים הבסיסיים של מדגם בן אלף ציונים במבחן בתנ״ך. במקום להציג את כולם, אפשר להציג היסטוגרמה. תיאור קצר אף יותר מתקבל, אם מוסרים את מדדי האמצע והפיזור הנפוצים : הממוצע וסטיית התקן.

סטטיסטיקה היסקית

סטטיסטיקה היסקית עוסקת בניסיון להגיע למסקנות לגבי האוכלוסייה מתוך נתוני המדגם.

**מודלים סטטיסטיים**

מודלים סטטיסטיים הם שיטות מתמטיות, המאפשרות לגזור מתוך נתוני המדגם נוסחה, המאפשרת לנבא את ערכו של המשתנה התלוי בהינתן המשתנים הבלתי-תלויים. מספר המודלים רב מאוד ותלוי בסולם המדידה של כל אחד מהמשתנים, בקשרים שמעוניינים לחקור ובאופי הקשר המשוער בין המשתנים. המודל הפשוט ביותר, הנמצא בשימוש הנרחב ביותר, הוא רגרסיה ליניארית (חד-ממדית), המאפשר ניבוי של משתנה רציף אחד מתוך משתנה רציף נוסף אחד.

**מבחנים סטטיסטיים**

מבחן הוא כלי מתמטי, המאפשר לבחון הנחות מסוימות לגבי משתנה אחד או לגבי הקשר בין כמה משתנים. קיים מגוון רב של מבחנים, המותאמים לבדיקת הנחות שונות.

חישוב סטטיסטי

לגידול המהיר והמתמשך בכוח החישוב, שהתחיל במחצית השנייה של המאה ה-20, הייתה השפעה משמעותית על שימושי מדע הסטטיסטיקה. מודלים סטטיסטיים מוקדמים היו כמעט תמיד מהסוג של מודלים ליניאריים (כגון אלו המשמשים ברגרסיה קלאסית), אך מחשבים חזקים בשילוב אלגוריתמים נומריים מתאימים גרמו לעניין מוגבר במודלים לא ליניאריים (כגון רשתות עצביות), וכן יצירת סוגים חדשים, כגון מודלים ליניאריים מוכללים ומודלים רב-שכבתיים. כוח החישוב הגדל הוביל גם לפופולריות ההולכת והגדלה של שיטות אינטנסיביות חישובית, המבוססות על דגימה חוזרת כגון מבחני פרמוטציות ו-Bootstrapping, ואילו טכניקות כמו דגימת גיבס הפכו את השימוש במודלים בייסיאנים ליותר מעשיים. למהפכת המחשב היו השלכות על עתיד הסטטיסטיקה. דגש חדש על סטטיסטיקה ״ניסויית״ ו״אמפירית״. מספר רב של תוכנות סטטיסטיות (הן כלליות והן ייעודיות) זמינות כיום לשימוש.

דוגמאות ליישומים

מדינות משתמשות בסטטיסטיקה על מנת לאמוד את מספר תושביהן ומצבם, גידולן הדמוגרפי וכדומה (כחלק מהמגמה הכללית של המדינה המודרנית לבקר את המתרחש בתחומיה על מנת להיטיב לשלוט ולהתערב בו). בישראל עוסקת בכך הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה.

הכלכלה נעזרת בסטטיסטיקה כדי לאפיין מגמות כלכליות.

המדע נעזר רבות בסטטיסטיקה במחקרים תצפיתיים שונים.

במדעי החברה נעשה שימוש בסטטיסטיקה לצורך מחקר.

ארגונים נעזרים בסטטיסטיקה  לצורך שיפור ביצועים ולקבלת החלטות על סמך נתונים ועובדות.
הרפואה משתמשת בסטטיסטיקה לחקר אפידמיולוגי של היבטים שונים של מחלות כמו סיכון יחסי.

מאמר: באתר מרכז מורים ארצי למתמטיקה בחינוך היסודי של אוניברסיטת חיפה, כלים דידקטיים למורים ומורי מורים, העשרה, קישור, ניתן למצוא פעילויות כגון: "חקר נתונים וסטטיסטיקה".

**נושאים מתמטיים** (בהקשר אורייני)

מדדי מרכז: שכיח, ממוצע וחציון.

ממוצע משוקלל.

**מטרות כלליות**

עיבוד נתונים מתוך הייצוגים השונים: רשימה, טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות, דיאגרמת עיגול.

הבנת המשמעות של כל אחד ממדדי המרכז.

קביעה של המדד המתאים להסקת מסקנות במצב נתון.

קבלת החלטות מושכלות על סמך עיבוד מידע סטטיסטי.

**מטרות אופרטיביות**

א. עבור משתנה כמותי: בהינתן ייצוג מספרי (רשימה או טבלת שכיחויות) או ייצוג וויזואלי (דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול), יחשב התלמיד את מדדי המרכז (ממוצע, שכיח וחציון).
ב. עבור משתנה כמותי: בהינתן נתונים שונים, ביניהם גם הממוצע (או ממוצע משוקלל), יחשב התלמיד את הנתון החסר באמצעות טכניקה של שינוי נושא הנוסחה.
ג. עבור משתנה איכותי: בהינתן ייצוג מספרי (רשימה או טבלת שכיחויות), או ייצוג וויזואלי (דיאגרמת עמודות רגילה או כפולה או דיאגרמת עיגול), יחשב התלמיד את השכיח.
ד. התלמיד יחשב ממוצע משוקלל.
ה. התלמיד יחשב מחדש כל אחד ממדדי המרכז בעקבות שינוי באחד מן הנתונים המקוריים או בעקבות תוספת/הורדה של נתון אחד או יותר.
ו. התלמיד ישווה את המידע המתקבל מכל אחד ממדדי המרכז, ויזהה מהו המדד המתאים ביותר לתיאור הנתונים הסטטיסטיים.
ז. התלמיד ישתמש בתכונות הממוצע.
ח. עבור שתי קבוצות של נתונים, שבהן המידע מיוצג באמצעות רשימה, טבלת שכיחויות, דיאגרמת עמודות או דיאגרמת עיגול, ישווה התלמיד את מדדי המרכז של שתי הקבוצות.

# מדדי מרכז (ממוצע, חציון ושכיח)

**משימת פתיחה עמוד 112**

היחידה פותחת עם משימת פתיחה שתילמד בכיתה בהדרכת המורה.

שלושת ההיגדים נכונים.

ניתן לפתח דיון בכל אחד מההיגדים.

ניתן לשאול את התלמידים היכן הם בחיי היומיום נתקלו במושג ממוצע, לבקש מאמרים ממוספים כלכליים העוסקים בנושא וכו׳.

התשובות למשימה בספר הלימוד.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד ממוצע.

√ התלמיד ילמד חציון.

√ התלמיד ילמד שכיח.

√ התלמיד ילמד שילוב של שלושת מדדי המרכז.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה</u>: 5.5 שעות.

**<u>אופציה לפעילות</u>**

שיעור פתיחה לנושא סטטיסטיקה ותפקידה של הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה:

1. אני והלשכה המרכזית לסטטיסטיקה – טריוויה ישראלית.
2. הסיפורים שאחרי המספרים (הפעלה בקבוצות)

**א. <u>ממוצע</u>**

**תזכורת עמוד 113**

הממוצע נלמד כבר בבית הספר היסודי, וכן בחטיבת הביניים (כיתות ח׳ ו – ט׳).

את הממוצע ניתן לחשב רק עבור משתנים כמותיים.

$$\bar{x} = \frac{\text{סכום ערכי המשתנים}}{\text{סכום השכיחויות}}$$

**דוגמאות פתורות עמודים 113 – 115**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים.

דוגמה א׳

חוזרים ומסבירים כיצד מוצאים ממוצע כאשר הנתונים נתונים בשורה.

כיצד נתון קיצוני (30) משפיע על הממוצע.

מסבירים כיצד בונים טבלת שכיחויות (יחידה ראשונה בספר).

הממוצע אינו חייב להיות אחד המשתנים.

דוגמה ב׳

נתונה טבלת שכיחויות (שבה חסרה שכיחות) וממוצע. בעזרת הנוסחה ניתן למצוא את השכיחות החסרה.

״לכל היותר״. מה המשמעות של ביטוי זה?

ביישומון הבא מופיעים הסבר ותרגול בחישוב ממוצע. מומלץ לחלק את הכיתה לקבוצות. כל קבוצה תחליט על משתנה מסוים (גיל האב, מספר חוגים וכו׳), ותאסוף את הנתונים מתלמידי הכיתה. בהקרנת היישומון על הלוח במליאה, תכניס כל קבוצה את הנתונים ליישומון, ותחשב את הממוצע.

(מתוך אתר mathsisfun (באנגלית) : ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 1 עמוד 116**

סעיף א׳ : 12 שחקנים נבדקו.

סעיף ב׳ : חישוב הממוצע : $\frac{42+43+42+44+45+46+46+44+48+44+43+45}{12} = \frac{532}{12} = 44.33$.

בכיתות מתקדמות ניתן לחשב באמצעות מכפלה : $\frac{42\cdot2+43\cdot2+44\cdot3+45\cdot2+46\cdot2+48}{12} = \frac{532}{12} = 44.33$.

סעיף ג׳ : כיוון שהממוצע הוא 44.33, אנחנו מחפשים שחקנים שמידת הנעליים שלהם 45 ומעלה, משמע 5 שחקנים.

סעיף ד׳ : מידת נעליים קטנה מ – 45, משמע 7 שחקנים. נחשב ונקבל : 43.14.

סעיף ה׳ : 7 מתוך 12. נחשב : $\frac{7}{12}\cdot 100 = 58.33\%$.

**תרגיל 2 עמוד 116**

סעיף א׳ : כדאי לחשב ממוצע באמצעות טבלת שכיחויות, או לכפול (כמו בתרגיל 1) $\frac{20\cdot2+30+50\cdot3+60\cdot3+80\cdot4+90\cdot3+100\cdot3+120}{12} = \frac{1410}{20} = 70.5$

סעיף ב׳ : נספור בכמה ימים היה מספר המבקרים 70 או פחות. קל לחשב מתוך התרגיל שביצענו בסעיף א׳. 9 ימים.

סעיף ג׳ : בהמשך לסעיף ב׳ : $\frac{9}{20}\cdot 100 = 45\%$.

**תרגיל 3 עמוד 116**

סעיף א׳ : הממוצע לא יכול להיות 15, משום שהנתון הגדול ביותר הוא 12.

סעיף ב׳ : הממוצע הוא 9.

סעיף ג׳ : ב- 5 שבועות נמכרו פחות מ – 9 תנורים (שימו לב! לא להכליל בחישוב את השבוע שבו נמכרו 9 תנורים). 41.67%.

סעיף ד׳ : היו שבועות שבהם נמכרו 5 או 6 תנורים, והיו שבועות שבהם נמכרו 12 תנורים, ולכן הממוצע אומר שבממוצע נמכרו בכל שבוע 9 תנורים.

**תרגיל 4 עמוד 116**

סעיף א׳ : בשעה 7 נמדדה הטמפרטורה הנמוכה ביותר. הנקודה הנמוכה ביותר בגרף.

סעיף ב׳ : נתון $y = 6^0$, נחפש את ה – x המתאים : 3, 9, 10.

סעיף ג׳ : כן, לא היה שינוי בין השעות 9 ל – 10. (סעיף ב׳ מוביל לתשובתנו לסעיף זה), שתי נקודות באותו קו גובה.

סעיף ד׳ : 4.58 (חישוב).

סעיף ה׳ : בין השעות 4 ל – 8 (כולל) נמדדה טמפרטורה נמוכה מהממוצע.

**תרגיל 5 עמוד 117**

סעיף א׳: בשבוע השלישי נמכרה כמות החוברות הגדולה ביותר. הנקודה הגבוהה ביותר בגרף.

סעיף ב׳: כן, בשבוע ה -2 ובשבוע ה- 5 נמכרה אותה כמות של חוברות. שתי הנקודות יש להן אותו שיעור y, שתי הנקודות באותו קו גובה.

סעיף ג׳: הממוצע הוא 60.

סעיף ד׳: היה שבוע שבו נמכרו 20 חוברות, לעומת שבוע שבו נמכרו 100 חוברות, ממוצע המכירות אומר שאם בכל שבוע הייתה נמכרת אותה כמות של חוברות, היא הייתה 60.

**תרגיל 6 עמוד 117**

הנתונים מופיעים בטבלת שכיחויות.

סעיף א׳: שורת ההשלמה מסייעת לחשב ממוצע, כאשר כמות הנתונים גדולה מאוד (ראו תרגיל 1).

סעיף ב׳: 3.36. בכיתות מתקשות שאלו: כמה משפחות נבדקו? (25)

<u>טעות נפוצה</u>: מחלקים ב – 6 (מספר העמודות) ולא ב – 25.

סעיף ג׳: ל – 12 משפחות יש יותר ילדים מהממוצע.

סעיף ד׳: סרטוט דיאגרמה. בכיתות מתקשות תנו תמיכה לתלמידים בחלוקת השנתות (בתרגיל זה אין בעיה, אולם התכנון חשוב להמשך הדרך).

**תרגיל 7 עמוד 117**

תרגיל דומה לתרגיל 6.

**תרגיל 8 עמוד 117**

סעיף א׳: נתבונן בשתי השורות שבטבלה. השורה העליונה מופיעה בסדר עולה קבוע, ולכן היא שורת המשתנה, השורה השנייה מתאפיינת באוסף מקרי של מספרים, ולכן היא שורת השכיחויות.

סעיף ב׳: השלמה.

סעיף ג׳: 20 תלמידים נבדקו.

סעיף ד׳: לא ייתכן שמספר החוגים יהיה 5, כי המספר המקסימלי של החוגים הוא 4.

סעיף ה׳: 1.9.

סעיף ו׳: ל – 8 תלמידים יש מספר חוגים נמוך מהממוצע.

**תרגיל 9 עמוד 118**

סעיף ו׳: 25% הם רבע מכלל התלמידים. יש לנו 40 תלמידים, נחפש את הציון שקיבלו 10 תלמידים (7), ולכן 7 הוא הציון ששכיחותו 25%.

**תרגיל 10 עמוד 118**

סעיף ג׳: רק לשני נבחנים היו יותר מ – 4 שגיאות.

אנו ממליצים לתת לתלמידים להיכנס לאתר, ולבדוק אם קיימת הלימה בין המידע המופיע באתר לבין זה המופיע בשאלה.

התשובה היא: כן, כי בשאלה צוין שניתן לעבור תיאוריה עם לכל היותר 4 טעויות, ובאתר צוין שיש לענות נכון על 26 מתוך 30 השאלות שבמבחן.

(מתוך אתר הרשות הלאומית לבטיחות בדרכים: ).

**תרגיל 11 עמוד 118**

תרגיל דומה לתרגיל 10.

**תרגיל 12 עמוד 119**

סעיף א׳: נחשב את אחוז הדירות בנות 4 חדרים: 40%.

סעיף ב׳: נחשב, 80 דירות.

סעיף ג׳: נסדר את הנתונים בטבלת שכיחויות, נחשב גם את מספר הדירות שנבנו.

| מספר החדרים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הדירות | 10 | 50 | 100 | 80 | 10 |
| השכיחות היחסית בשבר עשרוני | 0.04 | 0.2 | 0.4 | 0.32 | 0.04 |

סעיף ד׳: נוסיף שורת מכפלת הערך בשכיחותו, ונחשב. 4.12 חדרים בממוצע לדירה.

סעיף ה׳: 160 דירות יש בהן פחות חדרים מהממוצע.

**תרגיל 13 עמוד 119**

סעיף א׳: אילו יעל הייתה מקבלת אותו ציון בכל המבחנים הוא היה 7.

סעיף ב׳: $5 + 9 + 6 + 8 + 8 + x + 7 = 43 + x$.

סעיף ג׳: יש שתי דרכים לחישוב הציון החסר.

(1) יש 7 ציונים שהממוצע שלהם הוא 7, ולכן סך כך הציונים הוא 49. נחסר את כל הציונים הנתונים, ונקבל כי הציון החסר הוא 6.

(2) נציב בנוסחה: $\frac{5+9+6+8+8+x+7}{7} = \frac{43+x}{7} = 7$. נחשב ונקבל: $x = 6$.

סעיף ד׳: ב- 3 מבחנים קיבלה יעל ציון גבוה מהממוצע.

**תרגיל 14 עמוד 119**

סעיף א׳: ניתן להציב בנוסחה: $\frac{170+172+170+178+176+180+172+174+2x}{10} = \frac{1392+2x}{10} = 174.4$.

נחשב ונמצא כי $x = 176$.

דרך נוספת: סכום כל עשרת הגבהים הוא 1744. נחסר את סכום 8 הגבהים, ולא נשכח לחלק ב – 2.

סעיף ב׳: 5 נערים גובהם נמוך מהממוצע.

**תרגיל 15 עמוד 119**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 16 עמוד 120**

סעיף ד׳: 5 הוא הציון ששכיחותו היא הנמוכה ביותר. 2 תלמידים קיבלו ציון זה.

טעות נפוצה: 2 הוא הציון הנמוך ביותר (מחליפים בין משתנה לשכיחות).

**תרגיל 17 עמוד 120**

הנתונים מופיעים בצורת מלל.

סעיף א׳: נסדר את הנתונים בטבלת שכיחויות.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| משקל התינוק | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 |
| מספר התינוקות | 3 | 4 | 5 | 6 | x |

סעיף ב׳: ידוע כי ממוצע המשקל הוא 3 ק״ג. כמו תרגיל 14 נמצא את x באמצעות הנוסחה:

$3 = \frac{6+10+15+21+4x}{18+x}$ נחשב ונמצא: $x = 2$.

סעיף ג׳: המשקל הממוצע הוא 3, והוא מראה את התפלגות משקל הילודים מ – 2 ק״ג ועד 4 ק״ג.

סעיף ד׳: 8 ילודים נולדו במשקל הגבוה מ – 3 ק״ג, שהוא הממוצע.

**תרגיל 18 עמוד 120**

תרגיל בסגנון מעט שונה.

ניתן להשתמש בטבלה:

| | | |
|---|---|---|
| משקל המשקולת | 5 | 7 |
| מספר המשקולות | 7 | 3 |
| מכפלת הנתון בשכיחות | 35 | 21 |

נחשב ונקבל: $5.6 = \frac{35+21}{10}$.

אפשרות נוספת: ללא טבלה.

בכיתות מתקשות מאוד ניתן לרשום בשורה: 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7.

סעיף ב׳: כדי לקבל ממוצע גבוה כל המשקולות צריכות להיות במשקל המקסימלי (7 ק״ג).

לא כל המשקולות מאותו סוג, ולכן המשקולות יהיו: 5, 7, 7, 7, והממוצע 6.5.

סעיף ג׳: לא משנה כמה משקולות יש. אם הממוצע צריך להיות 7, כל המשקולות הן במשקל 7 ק״ג.

סעיף ד׳: נשתמש בנוסחה (ראו סעיף א׳) $5.5 = \frac{6 \cdot 5+7x}{x+6}$. נפתור ונקבל $x = 2$.

**ב. <u>חציון</u>**

**תזכורת עמודים 120, 121**

מהו חציון. גם מושג זה נלמד בחטיבת הביניים.

**דוגמאות פתורות – המשתנים מסודרים בשורה עמודים 121, 122**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים.

דוגמה א׳: מספר המשתנים אי-זוגי, ניתן בקלות למצוא את החציון (בתנאי שהם מסודרים בסדר עולה או בסדר יורד).

דוגמה ב׳: מספר המשתנים זוגי.

בכיתות מתקשות (וגם שאינן מתקשות) ניתן להוסיף דוגמה, שבה שני המשתנים הנמצאים ״באמצע״ הם זהים. למשל, 9, 9, 8, 7, 7, 5, 2, 2.

דגש: חציון, משמעו חצי מהמשתנים קטנים ממנו או **<u>שווים לו</u>**, ומחצית מהמשתנים גדולים ממנו או **<u>שווים לו</u>**.

ביישומון הבא מופיע הסבר ותרגול בחישוב חציון.

מומלץ להיכנס עם התלמידים לקישור, להציג את הדוגמאות הפתורות שבאתר, ולתרגל מציאת חציון באתר – היכן שרשום שאלות 1 – 10 באנגלית.

(מתוך אתר mathsisfun (באנגלית): ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 19 עמוד 122**

סעיף א': 18, 16, 14, 13, 12, 12, 10, 8, 8.

סעיף ב': נמצא את מקום החציון: $\frac{9+1}{2} = 5$. מקום החציון הוא 5, ו – 12 הוא החציון.

סעיף ג': משמעות החציון: 4 משקלי פעוטות נמצאים מעליו (מחצית) ו – 4 משקלי פעוטות נמצאים מתחתיו (מחצית).

סעיף ד': 3 תינוקות נמצאים במשקל הנמוך מהחציון.

**תרגיל 20 עמוד 122**

סעיף א': 20, 20, 30, 30, 40, 40, 50, 50, 80, 80, 80, 90.

סעיף ב': נמצא את מקום החציון: $\frac{12+1}{2} = 6.5$. במקום ה – 6 נמצא 40, ובמקום ה – 7 נמצא 50, לכן החציון הוא 45 שתילים.

סעיף ג': נחשב, $\frac{20\cdot 2+30\cdot 2+40\cdot 2+50\cdot 2+80\cdot 3+90}{12} = \frac{610}{12} = 50.83$.

סעיף ד': שני המדדים משקפים את מספר השתילים, משום שהם קרובים זה לזה. מחד, החציון הוא "האמצע" של מספר השתילים שנמכרו, ומאידך הממוצע משקף את משתני הקיצון.

**תרגיל 21 עמוד 122**

דומה לתרגיל 20

**תרגיל 22 עמוד 123**

נסדר את הנתונים בשורה: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 6, 6, 6.

סעיף א': יש 20 משתנים. מקום החציון הוא 10.5, האיבר ה – 10 הוא 1, האיבר ה – 11 הוא 1, לכן החציון הוא 1.

סעיף ב': המשמעות של החציון היא שמחצית המשתנים נמצאים מתחתיו או שווים לו, ומחצית המשתנים נמצאים מעליו או שווים לו.

סעיף ג': נחשב ממוצע: $\frac{0\cdot 6+1\cdot 5+2\cdot 4+3\cdot 2+6\cdot 3}{20} = \frac{37}{20} = 1.85$. ממוצע הפונים לשעה הוא 1.85 אנשים.

סעיף ד': החציון משקף טוב יותר את מספר הפונים, משום שהוא מתייחס למשתנים הנמצאים בקצה.

**דוגמאות פתורות – המשתנים מסתדרים בטבלת שכיחויות עמודים 123 - 125**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים. בדוגמה א' הפתורה יש לנו מספר זוגי של משתנים, ושני המשתנים הנמצאים "באמצע" נמצאים בשתי עמודות שונות. בכיתות מתקשות ניתן להתחיל בטבלאות, שבהן קל יותר למצוא את המשתנה. הטבלה הקלה ביותר 1:

| ימי החופשה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר העובדים | 8 | 7 | 1 | 8 | 7 |

בטבלה זו יש מספר אי-זוגי של משתנים, והחציון הוא איבר בודד. גם כמות המשתנים משני צדדיו שווים.

טבלה 2 :

| ימי חופשה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר עובדים | 10 | 5 | 3 | 9 | 6 |

בטבלה זו יש מספר אי-זוגי של משתנים, החציון נמצא בעמודה האמצעית, וכמות המשתנים משני צדדיו שווים.

טבלה 3 :

| ימי החופשה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר העובדים | 8 | 7 | 9 | 10 | 2 |

בטבלה זו יש מספר אי-זוגי של איברים, החציון נמצא בעמודה האמצעית, וכמות המשתנים אינה שווה משני צדדיו.

טבלה 4

| ימי החופשה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר העובדים | 8 | 7 | 1 | 15 | 7 |

בטבלה זו יש מספר זוגי של משתנים, אולם שני המשתנים "האמצעיים" נמצאים באותה עמודה.

כל מורה יבחר כיצד להסביר מידע זה לתלמידיו.

את דרך א' שבספר ניתן לבצע רק כאשר כמות המשתנים היא בגודל סביר.

דוגמה ב' : רצוי לערוך דיון בכיתה יחד עם התלמידים.

**תרגיל 23 עמוד 125**

סעיף א' : ביישוב 25 משפחות.

סעיף ב' : הוספת שורת שכיחות מצטברת.

סעיף ג' : מקום החציון הוא 13, החציון הוא 3 ילדים.

סעיף ד' : ל – 10 משפחות יש מספר ילדים הגבוה מהחציון.

**תרגיל 24 עמוד 126**

סעיף א' : נתון הממוצע, נמצא בעזרתו את x.

$$\frac{4\cdot 2+5\ \cdot 3+6\ \cdot 5+7\ \cdot 10+8x+9\ \cdot 6+10\ \cdot 2}{28+x}=\frac{197+8x}{28+x}=7.325$$

נחשב ונקבל : 12 = x. מספר התלמידים בכיתה הוא 40.

סעיף ב' : שורת שכיחויות, החציון הוא 7.5.

סעיף ג' : שני המדדים כמעט שווים בגודלם, ולכן שניהם משקפים את מספר הספרים שהושאלו.

סעיף ד' : הושאלו 293 ספרים.

**תרגיל 25 עמוד 126**

סעיף א' : מספר החלקות הוא 20, מקום החציון הוא 10.5, והחציון הוא 700 (משתנה שאינו קיים), ולכן החציון נמצא בין עמודת 600 ק"ג לבין עמודת 800 ק"ג. מסקנה : מספר החלקות מתחלק שווה בשווה, 10 חלקות מתחת לחציון, ו – 10 חלקות מעל החציון.

מימין ל – 700 שתי עמודות, באחת 7 חלקות, ולכן בשנייה יהיו 3 חלקות משמאל לחציון יש שלוש עמודות, בשתיים מהן יש יחד 5 חלקות, ולכן בעמודה השלישית יהיו 5 חלקות.

סעיף ב׳ : נחשב ממוצע : $730 = \frac{14600}{20} = \frac{400\cdot3+600\cdot7+800\cdot5+1000\cdot4+1200\cdot1}{20}$. הממוצע 730 ק״ג.

סעיף ג׳ : לא, הממוצע לא היה שונה. זו הגדרת הממוצע.

סעיף ד׳ : כן. (ראו הסבר בתשובות).

**תרגיל 26 עמוד 126**

סעיף א׳ : נתון הממוצע, נמצא בעזרתו את x.

$2.66 = \frac{100+3x}{39+x} = \frac{1\cdot12+2\cdot13+3x+4\cdot8+5\cdot6}{39+x}$ נחשב ונקבל : $x = 11$.

סעיף ב׳ : בסך הכול היו 50 מארזים, מקום החציון הוא 25.5. המשתנה ה – 25 הוא 2, והמשתנה ה – 26 הוא 3, ולכן החציון הוא 2.5.

סעיף ג׳ : דיאגרמת מקלות.

סעיפים ד׳, ה׳ : 16% זו הגזרה של 4 ביצים שבורות, 3 ביצים שבורות הן 22%, הגזרה הצהובה שייכת ל – 5 ביצים שבורות, 12%, והגזרה הסגולה שייכת ל – 2 ביצים שבורות 26%.

**תרגיל 27 עמוד 127**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 28 עמוד 127**

בתרגיל זה לא חסרה שכיחות, אלא חסר משתנה. דרך הפתרון זהה.

סעיף א׳ : מספר הנערים הוא 25

$$\frac{38\cdot1+39\cdot3+41\cdot8+42\cdot4+44\cdot6+3x}{25} = \frac{915+3x}{25} = 42$$

נחשב : $x = 45$.

סעיף ב׳ : מקום החציון הוא 13, החציון הוא 42.

סעיף ג׳ : הוספת שורת שכיחות יחסית באחוזים (בכיתות מתקדמות לכפול ב – 4 את השכיחות).

סעיף ד׳ : דיאגרמת עיגול.

סעיף ה׳ : מדיאגרמת העיגול, וגם משורת השכיחות היחסית באחוזים קל לראות כי 48% מהנערים מידת הנעליים שלהם נמוכה מהחציון.

**תרגיל 29 עמוד 127**

תרגיל דומה לתרגיל 25.

סעיף א׳ : החציון הוא 11, ויש 40 סוכנים. 20 סוכנים מכרו פחות מ – 11 זוגות אופניים, ולכן 12 סוכנים מכרו 10 זוגות אופניים, ו – 20 סוכנים מכרו יותר מ – 11 זוגות אופניים, ולכן 10 סוכנים מכרו 14 זוגות אופניים.

סעיף ב׳ : חישוב הממוצע : $11.35 = \frac{454}{40} = \frac{6\cdot3+8\cdot5+10\cdot12+12\cdot6+14\cdot10+16\cdot4}{40}$

סעיף ג׳ : מחישוב הממוצע אנו יודעים כי נמכרו 454 זוגות אופניים.

סעיף ד׳ : הוספת שורת שכיחות יחסית בשבר עשרוני.

סעיף ה׳ : פחות מ- 10 זוגות אופניים מכרו 0.2 מהסוכנים, 20%.

**ג. שכיח**

**תזכורת עמוד 128**

השכיח הוא המשתנה ששכיחותו הגדולה ביותר.

בקבוצת משתנים יכול להיות שכיח אחד או יותר.

דיון: ניתן לבקש מהתלמידים סדרת נתונים, ולומר מהו השכיח.

ניתן לרשום סדרת משתנים על הלוח, לבקש מהתלמידים להוסיף משתנה/משתנים על מנת לשנות שכיח או שכיחים.

**דוגמאות פתורות – משתנים כמותיים עמודים 128 – 130**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים ויתמקד בטבלאות ובדיאגרמות.

דוגמה א׳: כאשר משתנים מופיעים בטבלת שכיחויות, קל מאוד לאתר את השכיח.

דוגמה ב׳: כאשר המשתנים מופיעים בדיאגרמת עיגול או בדיאגרמת עמודות, קל מאוד לאתר את השכיח.

דוגמה ג׳: בדוגמה זו שני שכיחים, התלמידים נדרשים למצוא את החציון, ולחשב את הממוצע. שילוב של כל הנלמד עד כה.

**תרגיל 30 עמוד 130**

סעיף א׳: סידור המשתנים בטבלת שכיחויות.

| שעות פעילות המזגן | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר השעות | 3 | 2 | 3 | 1 | 16 | 2 | 3 |
| שכיחות יחסית | 0.1 | | 0.1 | 0.033 | 0.533 | 0.066 | 0.1 |

סעיף ב׳: מספר השעות השכיח הוא 10. טעות נפוצה: 16.

סעיף ג׳: 16. תשובה לסעיף זה מונעת את הטעות הנפוצה.

בכיתות מתקשות בקשו מהתלמידים לצבוע את השכיח בצבע אחד, ואת השכיחות בצבע אחר.

סעיף ד׳: 0.533.

סעיף ה׳: כן, כי השכיחות גבוהה מאוד, גם יחסית לשאר המשתנים.

**תרגיל 31 עמוד 131**

המשתנים איכותיים.

סעיף א׳: נחסר מ – 260 את סך-כול השכיחויות, ונקבל 30.

סעיף ב׳: השכיח: תנועות נוער. מרבית התלמידים מתנדבים בתנועות הנוער.

סעיף ג׳: סרטוט דיאגרמת מקלות. בכיתות מתקשות עזרו לתלמידים בחלוקת השנתות על ציר ה–y.

סעיף ד׳: בדיאגרמת מקלות השכיח הוא הקו הגבוה ביותר.

סעיף ה׳: לא ניתן לחשב ממוצע במשתנים איכותיים.

**תרגיל 32 עמוד 131**

סעיף א׳: שני שכיחים, 22, ו – 30. ניתן לראות זאת באמצעות שני מקלות באותו גובה.

סעיף ב׳: טבלת שכיחויות.

סעיף ג׳: מקום החציון הוא 13, ולכן החציון הוא 28.

סעיף ד׳: נחשב את הממוצע ונקבל: 26.32.

סעיף ה׳: משמעות הממוצע, אם בכל יום תרד אותה כמות של משקעים, ירדו בכל יום 26.32 מ״מ של משקעים.

**תרגיל 33 עמוד 131**

סעיף א׳: השכיח הוא מאפים, 30% מהמאכלים שהועדפו היו מאפים.

סעיף ב׳: השכיחות היחסית היא 30%.

סעיף ג׳: לא ניתן למצוא את השכיחות של השכיח, משום שלא ניתנה הכמות הכוללת של המאכלים.

סעיף ד׳: לא ניתן לחשב חציון או ממוצע, משום שהמשתנים הם איכותיים.

סעיף ה׳: כאשר ידוע מספר העובדים, ניתן לחשב בקלות כמה אנשים בחרו כל אחד מסוגי המאכלים שהוגשו בערב הגיבוש.

**תרגיל 34 עמוד 132**

סעיף א׳: לאחר חישוב אנו רואים כי השכיח הוא חלוקת הקרקע לבנייה.

סעיף ב׳: שכיחותו היחסית היא 35%.

סעיף ג׳: לא ניתן למצוא את שכיחותו של השכיח, משום שאיננו יודעים כמה קרקע יש במדינה.

סעיף ה׳: במדינה יש 4,000 קמ״ר של חורש טבעי, ששכיחותו היחסית היא 20%. ניתן להשתמש בנוסחה או ביחס.

בכיתות מתקדמות נשאל: אם 20%, הם 4,000, כמה הם 10%? התשובה: 2,000, ומכאן ניתן לחשב את ה – 100%, מכפלה ב – 10. לחלופין, ניתן לשאול: 20% הם חמישית, כמה הם 100%? נכפול את 4,000 ב – 5.

**תרגיל 35 עמוד 132**

סעיף א׳: בקבוצה 52 מטיילים. נכתוב משוואה: $52 = 10 + 15 + 9 + 6 + x + 2x$, נחשב, $x = 4$.

סעיף ב׳: השכיח הוא 1. מרבית האנשים הזמינו כרטיסים רק לאטרקציה אחת.

סעיף ג׳: על מנת לחשב את הממוצע נשתמש בנוסחה.

בכיתות מתקשות ניתן להוסיף שורת מכפלת השכיח במשתנה.

$$\frac{0\cdot 10+1\ \cdot 15+2\cdot 9+3\ \cdot 6+4\ \cdot 4+5\ \cdot 8}{52}=\frac{107}{52}\ =2.05$$

סעיף ד׳: 9 אנשים שהזמינו 2 כרטיסים (יותר מ – 1 השכיח ופחות מ – 2.06 הממוצע).

**תרגיל 36 עמוד 132**

סעיף א׳: נשתמש בנוסחה: $\frac{5}{17}=\frac{10}{10+8+12+x+2}$, נחשב ונמצא: $x = 2$. מספר התלמידים 34.

סעיף ב׳: השכיח הוא 3. המשמעות: הכי הרבה תלמידים הביאו 3 ליטרים של מים לטיול.

סעיף ג׳: אומנם לפי השכיח לא ניתן לדעת אם כמות המים מספיקה, אך עיון מעמיק מלמד כי מספר התלמידים שהביאו כמות מעטה של מים, גדול בהרבה ממספר הילדים שהביאו כמות מים גדולה מהנדרש.

סעיף ד׳: נשתמש בנוסחה, ונקבל את הממוצע: 2.67.

סעיף ה׳: לפי הממוצע ניתן לדעת כי כמות המים אינה מספיקה כדי לצאת לטיול.

סעיף ו׳: בכיתה 34 תלמידים. מקום החציון הוא 17.5. התלמיד ה – 17 והתלמיד ה – 18 הביאו כל אחד 2.5 ליטרים של מים, ולכן החציון הוא 2.5.

**תרגיל 37 עמודים 132, 133**

סעיף א׳: החציון הוא 3.5, משתנה שאינו מופיע, ולכן מספר מכשירי הטלוויזיה שנמצאים מתחת לחציון (60) שווה למספר מכשירי הטלוויזיה שמעל החציון. מכאן ש – $x = 40$, וביישוב 120 משפחות.

סעיף ב׳: השכיח הוא 5. להכי הרבה משפחות ביישוב יש 5 מכשירי טלוויזיה.

סעיף ג׳: נציב בנוסחה ונקבל: הממוצע 3.42.

סעיף ד׳: ל – 20 משפחות יש 4 טלוויזיות, משתנה זה קטן מהשכיח, וגדול מהממוצע.

סעיף ה׳: החציון הוא המדד הטוב ביותר שמשקף את מספר מכשירי הטלוויזיה ביישוב.

**ד. <u>תרגול משולב ומסכם</u>**

**תרגיל 38 עמוד 133**

סעיף א׳: נסדר את הנתונים בטבלת שכיחויות.

| המהירות | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 | 52 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המכוניות | 1 | 2 | 2 | 1 | 6 | 4 | 4 |

סעיף ב׳: המהירות השכיחה היא 48.

סעיף ג׳: המשתנה הוא כמותי.

סעיף ד׳: נציב בנוסחה ונקבל: 47.7.

סעיף ה׳: 6 נהגים נסעו במהירות הקרובה למהירות הממוצעת (שימו לב! זה גם השכיח).

**תרגיל 39 עמוד 133**

תרגיל דומה לתרגיל 38.

**תרגיל 40 עמוד 133**

נציב בנוסחה: $72.5 = \frac{1390}{19+x} = \frac{60\cdot 7+70x+80\cdot 11+90\cdot 1}{7+x+11+1}$. נחשב ונמצא: $x = 5$.

סעיף ב׳: מספר התלמידים זוגי, החציון 75.

סעיף ג׳: השכיח הוא 80, הכי הרבה תלמידים קיבלו ציון זה.

סעיף ד׳: מספרם זהה, 12 תלמידים קיבלו ציון נמוך מהשכיח, ו – 12 תלמידים קיבלו ציון גבוה מהחציון.

**תרגיל 41 עמוד 134**

סעיף א׳: בכיתות מתקדמות ניתן לרשום בטבלה:

| מספר שעות הצפייה במסכים | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 8 | x | 40 – 15 - x | 5 | 2 |

כיוון שהחציון הוא 1.5 נוכל לרשום משוואה: $8 + x = 25 - x + 5 + 2$. נחשב ונמצא: $x = 12$.
מספר הילדים הצופים במסכים שעה אחת הוא 12, ומספר התלמידים שצופים שעתיים במסכים הוא 13.

בכיתות מתקשות נציב x ו – y, ונפתור מערכת משוואות.

| מספר שעות צפייה במסכים | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 8 | x | y | 5 | 2 |

$\begin{cases} x + y = 40 \\ x + 8 = y + 5 + 2 \end{cases}$ בכל מקרה נדגיש: מספר התלמיד מימין לחציון שווה למספר התלמידים משמאל לחציון.

סעיף ב׳: השכיח הוא 2.

סעיף ג׳: השכיחות היחסית היא: $\frac{13}{40}$.

סעיף ד׳: נחשב ממוצע ונקבל: 1.525.

סעיף ה׳: הממוצע הוא 1.525, מחצית מהתלמידים צופים פחות שעות מהממוצע, ולכן 50%.

**תרגיל 42 עמוד 134**

תרגיל זה עוסק במשתנים איכותיים, 4 קופות בחנות.

סעיף א׳: נסדר את הנתונים בטבלה.

| מספר הקופה | קופה א׳ | קופה ב׳ | קופה ג׳ | קופה ד׳ |
|---|---|---|---|---|
| מספר האנשים | 5 | 7 | 8 | 10 |

סעיף ב׳: הקופה השכיחה היא קופה ד׳.

סעיף ג׳: אי אפשר לחשב את הקופה הממוצעת או את החציונית, משום שאלה משתנים איכותיים.

סעיף ד׳: נחשב ממוצע: $7.5 = \frac{30}{4} = \frac{5+7+8+10}{4}$

סעיף ה׳:

| מספר הקופה | קופה א׳ | קופה ב׳ | קופה ג׳ | קופה ד׳ |
|---|---|---|---|---|
| מספר האנשים | 5 | 7 | 8 | 10 |
| השכיחות היחסית | $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ | $\frac{7}{30}$ | $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$ | $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$ |

סעיף ו׳: דיאגרמת עיגול, ראו את התשובות.

**תרגיל 43 עמוד 134**

סעיף א׳: 40% מהלקוחות קנו 4 ק״ג של ירקות, נחשב 40% מ- 200, ונקבל 80.

סעיף ב׳: בכיתות מתקשות נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות (נחשב את מספר הלקוחות שקנו ירקות לפי הנתון בדיאגרמת העיגול).

| כמות הירקות | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| מספר האנשים | 30 | 70 | 80 | 20 |

החציון הוא 3.5.

סעיף ג׳: נחשב ממוצע, ונקבל: 3.45.

סעיף ד׳: המשקל השכיח הוא 4 ק״ג.

**תרגיל 44 עמודים 134, 135**

לפי הנתונים יש ב- 10% מהמארזים 3 עדשות מגע פגומות.

סעיף א׳: סרטוט דיאגרמת עיגול (ראו התשובות) בכיתות מתקשות, או בכיתות שבהן אין אפשרות להשתמש באמצעים טכנולוגיים, חלקו את העיגול ל – 10 גזרות.

סעיף ב׳: השכיח הוא עדשה אחת פגומה (40% מהמארזים).

סעיף ג׳: החציון הוא עדשה אחת פגומה (המשתנה ה- 50 והמשתנה ה – 51 הם באותה גזרה).

ניתן להראות זאת גם בדיאגרמת העיגול, או להעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

סעיף ד׳: השכיחות היחסית של 3 עדשות מגע פגומות היא 10%, שהם 20 מארזים.

בקלות ניתן לחשב כי היו 200 מארזים.

סעיף ה׳: על מנת לחשב את הממוצע יש לחשב את השכיחות של כל קבוצה בנפרד.

ללא עדשות פגומות – 40 מארזים, עדשה פגומה אחת – 80 מארזים, 2 עדשות פגומות – 60 מארזים, ו – 3 עדשות פגומות – 20 מארזים.

נחשב את הממוצע ונקבל: 1.3.

**תרגיל 45 עמוד 135**

סעיף א׳: 105 מ״ר הוא בדיוק האמצע בין הדירות ששטחן 90 מ״ר לבין הדירות ששטחן 120 מ״ר.

אם החציון הוא 105, אזי יש מספר שווה של דירות ששטחן 90 מ״ר ודירות ששטחן 120 מ״ר, ולכן גם הממוצע הוא 105 מ״ר.

סעיף ב׳: אם שטח הדירה הממוצע הוא 100 מ״ר (נתון שנמוך מהחציון) יש יותר דירות ששטחן 90 מ״ר וזהו גם השכיח.

סעיף ג׳: אם השטח החציוני הוא 120 מ״ר, השכיח הוא 120 מ״ר (מספר מועט של דירות בנות 90 מ״ר).

**תרגיל 46 עמוד 135**

סעיפים א׳ + ב׳: נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| מספר דקות הנסיעה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנסיעות | 2 | 3 | 4 | 3 | 10 | 3 |
| השכיחות היחסית | 0.08 | 0.12 | 0.16 | 0.12 | 0.4 | 0.12 |

סעיף ג׳: השכיח הוא 8 דקות נסיעה, הכי הרבה אנשים נסעו 8 דקות. קל לראות זאת משני הייצוגים.

סעיף ד׳: נמדדו 25 נסיעות.

סעיף ה׳: מקום החציון הוא 13: $\frac{25+1}{2} = 13$. המקום ה – 13 הוא 8.

סעיף ו׳: נחשב ממוצע ונקבל: 7.

סעיף ז׳: החציון והשכיח משקפים טוב יותר את התפלגות זמן הנסיעה בין שתי התחנות.

**תרגיל 47 עמוד 135**

בדרך כלל אנחנו רגילים שציר ה - x מייצג את המשתנה, וציר ה - y מייצג את השכיחות. בתרגיל זה המשתנה הוא כמות המשקעים, והשכיחות היא מספר המדידות.

נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות:

| כמות המשקעים במ״מ | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המדידות (הימים) | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 7 |

סעיף ב׳: כמות המשקעים השכיחה היא 80 מ״מ. ניתן לראות זאת מהגרף (אוסף נקודות על ישר דמיוני המקביל לציר ה – x) וגם מהטבלה.

סעיף ג׳: ממוצע המשקעים ליום הוא 59.166 מ״מ.

סעיף ד׳: 5 ימים.

סעיף ה׳: השכיח הוא המדד המייצג טוב יותר את הנתונים. השכיח מייצג את ההתפלגות בצורה הטובה ביותר אם שכיחותו גבוהה באופן משמעותי מהשכיחות של המשתנים האחרים בהתפלגות.

**תרגיל 48 עמוד 136**

ניתן לחשב את אחוז צריכת המים השפירים לעומת אחוז צריכת המים הלא שפירים בכל שנה בנפרד, כי בדיאגרמת העמודות קשה לראות זאת (רק אומדן).

דיאגרמת העמודות "מיוחדת" כי היא דיאגרמת רוחב ולא עמודת אורך (זה ליד זה).

תשובות בסוף הפרק.

**תרגיל 49 עמוד 136**

סעיף א׳: השלמת טבלה.

| מספר הנקודות | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר השחקנים | 1 | 2 | 2 | 5 | 3 | 7 |
| מספר השחקניות | 3 | 5 | 2 | 5 | 1 | 4 |

סעיף ב׳: מספר הנקודות השכיח לשחקן הוא 20, מספר הנקודות השכיח לשחקנית הוא 12 ו – 16.

סעיף ג׳: חציון מספר הנקודות לשחקן (17) גדול יותר מחציון הנקודות לשחקנית (15).

סעיף ד׳: סרטוט דיאגרמת עמודות (ראו התשובות).

**הערכה חלופית** (ניתן לבצע בזוגות): ערכו סקר בקרב תלמידי השכבה לגבי נושא כלשהו (סוג הסרטים שהם צופים, מאכל אהוב, מספר הספרים שקראו, מספר החוגים שאליהם הם הולכים...) לאחר איסוף הנתונים, יציגו התלמיד/ים את הממצאים בטבלת שכיחויות, בגרף, שכיח, חציון וממוצע (אם ניתן), ויציגו את עבודתם בכיתה.

**מדדי המרכז – שינוי בערכי המשתנה (אחד או יותר)**

בפרק זה אנו ממשיכים את הנושא של מדדי המרכז, תוך שינוי בנתונים.

שימו לב! אין שינוי בשכיחות.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד תכונות של מדדי המרכז.

√ התלמיד ילמד שינוי בערכי המשתנה (אחד או יותר).

מספר השעות המוקצות לפרק זה: 2.5 שעות.

**א. תכונות מדדי המרכז**

בפרק זה נתמקד לא רק בעיבוד הנתונים, אלא נעסוק במדדים המשתנים בעקבות שינויים.

**דוגמה פתורה עמודים 137 – 140**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים.

7 משתנים. מחשבים ממוצע, חציון ושכיח, ובודקים מה קורה כאשר מגדילים כל אחד מהמשתנים "ב –", ומה קורה כאשר מגדילים כל אחד מהמשתים "פי".

ניתן לערוך דיון מקדים באמצעות סדרת נתונים שנכתוב על הלוח בכיתה.

בכיתות מתקדמות תנו לתלמידים סדרה של משתנים במספר זוגי (ולא אי-זוגי כמו בספר).

עמוד 138 סעיף ג': בהסבר שבספר יש דוגמה פרטית (הוספת נקודה אחת לכל ציון) האם זה מספיק כדי לעשות הכללה?

בכיתה תנו דוגמה נוספת לתוספת של 3 נקודות ו/או הפחתה של שתי נקודות.

בכיתות מתקדמות נראה באופן כללי מה יקרה אם נוסיף x נקודות לכל ציון? האם המדדים המרכזיים ישתנו בהתאם לכך? החציון המקורי היה 9, החציון החדש יהיה 9 + x. השכיח הישן היה 11, השכיח החדש הוא 11 + x. נבדוק את הממוצע:

$$\frac{3+x+5+x+7+x+9+x+11+x+11+x+24+x}{7}=\frac{70+7x}{7}=10+x$$

מסקנה: כל אחד מהמדדים המרכזיים גדל ב – x.

עמוד 139 סעיף ה': בהסבר שבספר יש דוגמה פרטית (הכפלת כל ציון ב - 2) האם זה מספיק כדי לעשות הכללה?

בכיתה תנו דוגמה נוספת להכפלה ב - 3 של כל ציון ו/או הקטנה של כל ציון פי 2.

בכיתות מתקדמות נראה באופן כללי. מה יקרה אם נכפול ב - x כל ציון? האם המדדים המרכזיים ישתנו בהתאם לכך? החציון המקורי היה 9, החציון החדש יהיה 9x, השכיח הישן היה 11, השכיח החדש הוא 22x נבדוק את הממוצע:

$$\frac{3x+5x+7x+9x+11x+11x+24x}{7}=\frac{70x}{7}=10x$$

כל אחד מהמדדים גדל פי x נקודות.

**סיכום תכונות המדדים המרכזיים.** בסיכום אנו מדגישים פעם נוספת את התכונות של כל מדד (ממוצע, חציון ושכיח), וכן מה קורה כאשר מגדילים/מקטינים את אחד המשתנים או את השכיחות.

**תרגיל 50 עמוד 140**

סעיף א': יש להוריד 2 מכל אחד מהמדדים.

סעיף ב': הממוצע המקורי היה 48 ק"ג, הממוצע בשנת הבצורת הוא 47 ק"ג, ולכן $a = 1$.
החציון 43, והשכיח 42.

**תרגיל 51 עמוד 140**

גובה העצים נתון במטרים, השינוי הוא בס"מ.

**תרגיל 52 עמוד 140**

סעיף א': נכפול כל מדד ב – 0.93 (ירידה של 7%). הממוצע החדש: 62.31 ק"ג, החציון החדש: 63.24 ק"ג.

סעיף ב': נכתוב משוואה: $0.93x = 65.1$. נפתור ונקבל: $x = 70$.

**תרגיל 53 עמוד 140**

סעיף א': הממוצע קטן ב – 5% ועוד 10 מ"ר, הממוצע החדש: $500 \cdot 0.95 - 10 = 465$.

השכיח: $520 \cdot 0.95 - 10 = 484$.

סעיף ב': החציון המקורי אינו ידוע, החציון החדש הוא: 446. נכתוב משוואה: $0.95 \cdot x - 10 = 446$,
נחשב ונמצא: $x = 480$.

**תרגיל 54 עמוד 141**

סעיף א': עידן אינו צודק (ערכו דיון בכיתה).

נבדוק כל טענה. הצעת המורה: $60 \cdot 1.05 + 15 = 78$, הצעת התלמידים: $(60 + 15) \cdot 1.05 = 78.75$.

כדאי להוסיף את הגודל הנוסף, ואז לחשב את האחוזים (אם רוצים להגדיל את התוצאה).

סעיף ב': חישבנו בסעיף קודם.

סעיף ג': ניתן לרשום משוואה: $1.05x + 15 = 80.1$, ולכן החציון המקורי היה 62.

סעיף ד': לפי הצעת התלמידים נרשום משוואה: $1.05(x + 15) = 77.7$, ולכן השכיח המקורי הוא 59.

**תרגיל 55 עמוד 141**

סעיף א': נכתוב משוואה: $60x = 69$. $X = 1.15$. הציון גדל ב – 15%.

סעיף ב': לפי אפשרות א' הציון יהיה 79, לפי אפשרות ב' הציון יהיה 80.5.

סעיף ג': ציונו המקורי הוא 60.

סעיף ד': נכפול ב – 1.15 ונקבל 73.6.

סעיף ה': נכתוב משוואה: $1.15x = 78.2$. נחשב ונקבל: $x = 68$.

## ב. <u>שינוי בערכי המשתנה (אחד או יותר)</u>

בסעיף זה אנו משנים את המשתנה, אך לא משנים את מספר המשתנים.

**דוגמאות פתורות עמודים 141 – 144**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. בדוגמה א' בחלק מהסעיפים מוצגים שתי דרכים לפתרון, המורה יציג את הפתרון המתאים לרמת כיתתו, ויתמקד בטבלאות ובגרפים לפי רמת הכיתה.

דוגמה א'

בכיתות מתקשות העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות, וטבלה נוספת לאחר השינויים.

דוגמה ב'

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. דרכים לפתרון, המורה ייתן הסבר בעל-פה מבלי לקרוא את המלל שבספר.

החציון הוא 4.5. מספר שווה של שחקנים הבקיעו פחות מהחציון או יותר מהחציון. איננו יכולים לדעת כמה שחקנים הבקיעו 4 או 5 שערים, אך מספרם יהיה שווה.

בהמשך אנו עוסקים בשינוי של המשתנים וחישוב מדדים מחדש.

דוגמה ג'

שימוש ביחס על מנת לפתור את התרגיל.

**תרגיל 56 עמוד 144**

סעיף א': נחשב את הממוצע (בכיתות מתקשות העבירו לטבלת שכיחויות):

$$\frac{60+40+90+70}{4} = \frac{260}{4} = 65.$$

סעיף ב': בחודשים מרץ ואפריל גלשה אביגיל יותר שעות מהממוצע.

סעיף ג': 65.

סעיף ד': נוסיף לסכום (מסעיף א') 20, נחלק ב – 4, ונקבל 70, החציון נשאר 65.

סעיף ה': הממוצע החדש גדל ב – 20, משמע 85, החציון 85.

**תרגיל 57 עמוד 144**

סעיף א': השכיח הוא 85 (העמודה הכי גבוהה).

סעיף ב': טבלת שכיחויות.

| הציון | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 4 | 3 | 2 | 3 | 5 | 8 | 4 | 2 | 1 |

סעיף ג': בתיכון "נועם" לומדים 32 תלמידים בכיתה י'.

סעיף ד': לחישוב הממוצע נשתמש בנוסחה:

$$\frac{60\cdot4+65\cdot3+70\cdot2+75\cdot3+80\cdot5+85\cdot8+90\cdot4+95\cdot2+100}{32} = \frac{2530}{32} = 79.06.$$

בכיתות מתקשות נוסיף את שורת מכפלת המשתנה בשכיחות.

נזכיר טעות נפוצה: התלמידים מחלקים ב – 9 ולא ב – 32 (מספר העמודות).

סעיף ה': מקום החציון הוא 16.5, גם התלמיד ה – 16, וגם התלמיד ה – 17 קיבלו 80, ולכן החציון הוא 80.

סעיף ו': בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה. (1) הממוצע יגדל כי אחד המשתנים גדל. (2) החציון לא ישתנה, משום שהשינוי במשתנה לא "הזיז" אותו מעבר לחציון.

**תרגיל 58 עמוד 145**

סעיף א': הגזרה הגדולה ביותר היא הגזרה של 6 מכתבים לשבוע, 32%. 8 משפחות קיבלו 6 מכתבים כל אחת. נחשב: $8 = \frac{32\cdot x}{100}$, $x = 25$.

סעיף ב׳: נסדר את טבלת השכיחויות:

| הציון | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 1 | 4 | 8 | 3 | 6 | 3 |

סעיף ג׳: נחשב ונקבל: 6.72.

סעיף ד׳: מקום החציון הוא 13, החציון: 6.

סעיף ה׳:

(1) הממוצע ישתנה. בכיתות מתקדמות נשאל: כיצד יהיה קל לחשב? (נוסיף 3 לסכום שקיבלנו כאשר חישבנו את הממוצע). בכיתות מתקשות נערוך טבלת שכיחויות חדשה. הממוצע: 6.84.

(2) בכיתות מתקשות, רשמו טבלת שכיחויות חדשה. נוספו לכל משתנה מימין לחציון 1, מקום החציון החדש הוא: $\frac{28+1}{2} = 14.5$. גם התלמיד ה – 14 וגם התלמיד ה – 15 קיבלו 6, ולכן החציון לא השתנה.

(3) השכיח לא ישתנה ויישאר 6.

**תרגיל 59 עמוד 145**

תרגיל דומה לתרגיל 58.

**תרגיל 60 עמודים 145, 146**

סעיף א׳: הציון השכיח הוא 90.

סעיף ב׳: בכיתות מתקשות נעביר את הנתונים לטבלת ערכים מספר התלמידים הוא: 46.

סעיף ג׳: נחשב ממוצע ונקבל: 81.52.

סעיף ד׳: מקום החציון הוא 23.5, גם התלמיד ה – 23 וגם התלמיד ה – 24 קיבלו 85, ולכן – 85 הוא החציון.

סעיף ה׳: (1) החציון לא ישתנה (ראו הסבר בשאלה הקודמת). (2) הממוצע יגדל.

סעיף ו׳: נשתמש בנוסחה $\frac{85 \cdot x}{100} = 76.5$. נחשב ונמצא: x = 90, משמע צריך להקטין ב – 10%.

**תרגיל 61 עמוד 146**

סעיף א׳: דומה לדוגמה הפתורה סעיף ב׳.

החציון הוא 3.5, כמות שווה של תלמידים העדיפו 3 או 4 ימי טיול (כל מספר שנרצה).

סעיף ב׳: כן, החציון ישתנה והוא יהיה 4 (תזוזה של תלמיד מימין לחציון לשמאלו).

סעיף ג׳: השכיח הוא שני שכיחים 2 ו – 5. מספר התלמידים המקסימלי שיכולים לבחור ב – 3 או 4 ימי טיול קטן מ – 30.

**תרגיל 62 עמוד 146**

ידוע כי החציון הוא 2.5, מספר שווה של עובדים מימין ומשמאל לחציון. מימין לחציון נמצאים 13 עובדים, ולכן גם משמאל 13 עובדים ובמשבצת הריקה נכתוב 8.

סעיף ב׳: השכיח הוא 3 שעות.

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע באמצעות הנוסחה, ונקבל: 2.19.

סעיף ד׳: משום שמספר העובדים לא השתנה, והחציון נשאר 2.5, העובד שנרשם כמי שעבד 3 שעות נוספות עבד בעצם 4 או 5 שעות.

**תרגיל 63 עמוד 147**

סעיף א׳: נסדר טבלת שכיחויות:

| גובה השחקן | 180 | 184 | 188 | 192 | 196 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר השחקנים | 10 | 20 | 20 | 40 | |

נחשב באמצעות הממוצע את מספר השחקנים שגובהם 196:

$$\frac{180\cdot 10+184\cdot 20+188\cdot 20+192\cdot 40+196x}{90+x}=\frac{16920+196x}{90+x}=188.8$$

נחשב ונמצא: x = 12.

סעיף ב׳: השכיח הוא 192 ס״מ.

סעיף ג׳: מקום החציון הוא 51.5, החציון הוא 190.

סעיף ד׳: הממוצע ש״נמדד״ היה 188.8, הממוצע ה״אמיתי״ 185.9, הפער 2.9, נחשב $1.6=\frac{2.9\cdot 100}{185.9}$

המכשיר הוסיף 1.56% לגובה של כל שחקן.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
השינוי אינו משפיע לא על החציון ולא על השכיח.

**דוגמה פתורה עמוד 147**

בתרגילים הבאים נעסוק במדדים המרכזיים כאשר אין התפלגות של הנתונים, ומשתמשים בנוסחה: $\bar{x}=\frac{\text{סכום ערכי המשתנים}}{\text{סכום השכיחויות}}$

**תרגיל 64 עמוד 148**

סך כל התפוחים שנקטפו הוא: 720 = 24 · 30, 720 ק״ג, המשקל ה״אמיתי״ הוא 740 ק״ג. נחלק במספר האנשים שקטפו את התפוחים ונקבל: 24.67 ק״ג.

דרך נוספת לחישוב: הפער הוא 20 ק״ג, נחלק ל – 30 ונקבל 0.66, משמע כל לכל אדם צריך להוסיף 0.67 למשקל הממוצע שקטף.

**תרגיל 65 עמוד 148**

סעיף א׳: המשקל של כלל השקיות הוא 300 גרם, נוסיף 24 גרם (שתי השקיות שטעו במשקלן), ונקבל 324 גרם.

סעיף ב׳: נחלק 324 ב – 20 ונקבל: 16.2 גרם.

**תרגיל 66 עמוד 148**

המשקל של 50 הקופסאות הוא 1350 גרם, למשקל זה יש להוסיף 60 גרם (הטעות שנעשתה לגבי 20 קופסאות), נחלק ב – 50 ונקבל: 28.2 גרם.

דרך נוספת: משקל 20 שקיות הוא 30 גרם, ומשקלן של 30 שקיות הוא 27 גרם (ללא שינוי) נחשב:

$$\frac{20\cdot 30+30\cdot 27}{50}=\frac{1410}{50}=28.2$$

**תרגיל 67 עמוד 148**

נפרט את התפלגות הציונים (לאחר השינויים): 8 תלמידים של טור א' קיבלו כל אחד ציון של 67, שאר 12 התלמידים שייכים לטור ב'. שני תלמידים קיבלו 80 (לאחר ערעור) ו – 10 תלמידים נשארו עם הציון 70.

סעיף א': איננו יודעים אם הממוצע ירד או נשאר קבוע או עלה.

דרך אחת לבדוק אם סכום הנקודות שירד (24), זהה לסכום הנקודות שנוספו (20). מכאן שהממוצע ירד. דרך אחרת היא לחשב.

סעיף ב': נחשב: $\frac{67\cdot 8+70\cdot 10+80\cdot 2}{20}=\frac{1396}{20}=69.8$.

**תרגיל 68 עמוד 148**

סעיף א': הממוצע ירד, ולכן כמות הדלק באותו יום הייתה קטנה יותר.

סעיף ב': צריכת הדלק הכוללת שנמדדה (לפני הטעות) הייתה 1260 ליטרים, צריכת הדלק (לאחר הטעות) הייתה 1239 ליטרים, הפרש 21 ליטרים.

**תרגיל 69 עמוד 148**

ביישוב 120 תושבים מעל גיל 18. נפרט את מספר שנות הלימוד: 22 תושבים למדו 16 שנות לימוד, 8 תושבים למדו 13 שנות לימוד, ושאר 90 האנשים למדו 15 שנות לימוד.

סעיף א': 22 תושבים למדו 16 שנות לימוד, משמע הוספנו 22 שנים לסך הכולל, מאידך הקטנו את מספר שנות הלימוד ב – 16 (8 אנשים שלמדו רק 13 שנות לימוד). המסקנה תוספת של 6 שנים לסך הכולל, והמשמעות: הממוצע יעלה.

סעיף ב': נחשב: $\frac{13\cdot 8+15\cdot 90+16\cdot 22}{120}=\frac{1806}{120}=15.05$.

# תוספת של משתנה (אחד או יותר) או איחוד קבוצות (שתיים או יותר)

בפרק זה נעסוק בשינוי בשכיחות והשפעת השינוי על מדדי המרכז.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד חישוב מדדי המרכז כאשר יש תוספת של משתנה אחד או מיותר.

√ התלמיד ילמד חישוב מדדי המרכז לאחר איחוד של שתי קבוצות או יותר, ושימוש בממוצע משוקלל.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> 2.5 שעות.

**א. <u>תוספת של משתנה (אחד או יותר)</u>**

**דוגמה פתורה עמודים 149 – 151**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים, בסעיף שבו כמה פתרונות יחליט המורה בהתאם לרמת כיתתו אם להציג מספר דרכים לפתרון, או להסתפק בדרך אחת.

תלמיד נבחן ב – 5 מבחנים, וממוצע הציונים הוא 72. בסעיפי המשנה אנו מתמקדים במה שקורה אם הוא נבחן במבחן או מבחנים נוספים וכו'.

בדוגמה נוספת שבה החציון משתנה.

דיון: ניתן דוגמה שבה השכיח ישתנה.

התחלנו את הפתרון כך, שבאופן תיאורטי כל חמשת הציונים המקוריים היו 72. "שיחקנו" בתוצאות, וקיבלנו את הציונים: 84, 72, 72, 72, 60 (עדיין סכומם 360). אם ברצוננו לשנות את השכיח ניתן להעלות שני ציונים של 72 ל – 74, ובמקביל להוריד את הציון 84 ל – 80.

ניתן לשנות את הציונים המקוריים בכל דרך שנרצה, בתנאי שסכומם לא ישתנה.

**תרגיל 70 עמוד 151**

נתונות 4 מבחנות בעלות נפחים שונים.

סעיף א': חישוב ממוצע, פתרון פשוט, הממוצע: 13 סמ"ק.

סעיף ב': תוספת של מבחנה עם נפח שווה לממוצע, לא תשפיע על המוצע.

סעיף ג': החציון הוא: 12.5 (ממוצע בין 16 ל – 9).

סעיף ד': כדי שהחציון לא ישתנה, נפח הנוזל במבחנה ה – 5 יהיה 12.5 סמ"ק.

סעיף ה': (1) החציון 10, (2) החציון 11.5, (3) החציון 15.3. משמע, כל מבחנה, שנפחה הוא הערך האמצעי בסדרה עולה (או יורדת), היא החציון.

סעיף ו': כדי שהנפח הממוצע של החומר הנוזלי ב – 5 המבחנות יהיה שווה לחציון שלהן, צריך ערכו של x להיות שווה לממוצע, משמע, 13 סמ"ק.

דרך אלגברית: x הוא האיבר ה – 3 והוא החציון, ולכן נוכל לכתוב משוואה: $x = \frac{22+16+x+9+5}{5}$.

נפתור ונקבל: x = 13.

**תרגיל 71 עמוד 151**

סעיף א': הממוצע: 65.

סעיף ב': (1) כדי שהממוצע לא ישתנה, על התלמידה לקבל 65 במבחן הנוסף.

(2) כדי שהממוצע יגדל, על התלמידה לקבל ציון גבוה מ- 65.

(3) כדי שהחציון לא ישתנה, עליה לקבל 65 (שזהו החציון המקורי השווה לממוצע).

סעיף ג': כדי שהממוצע של חמשת המבחנים יהיה 60 צריך סכום חמשת המבחנים להיות 300. סכום ארבעת הציונים המקוריים הוא 260, ולכן הציון במבחן החמישי הוא 40.

דרך נוספת: נציב בנוסחה: $60 = \frac{260+x}{5} = \frac{50+60+70+80+x}{5}$, נחשב ונקבל: x = 40.

חציון הציונים הוא 60 (האיבר האמצעי) אין שכיח, כל ציון מופיע רק פעם אחת.

סעיף ד': הממוצע הגבוה ביותר יהיה אם התלמידה תקבל 100 במבחן ה – 5, ואז הממוצע יהיה: 72, הממוצע הנמוך ביותר יהיה אם התלמידה תקבל 0 במבחן ה – 5, ואז הממוצע יהיה: 52.

**תרגיל 72 עמודים 151, 152**

נסדר את הנתונים בשורה: 4, 4, 6, 34, 36.

סעיף א': השכיח 4.

סעיף ב': הגיל הממוצע: 16.8 שנים.

סעיף ג': החציון הוא 6 שנים.

סעיף ד': הממוצע ישתנה, משום שגיל שני החברים נמוך מהממוצע (ניתן להראות חישוב), החציון ישתנה, משום ששני הילדים נמצאים מצד ימין של החציון.

בכיתות מתקשות ניתן לרשום שורה חדשה: 4, 4, 6, 6, 6, 35, 35.

סעיף ה׳: (1) סכום הגילים של שבעת בני המשפחה הוא: 224, ($210 = 7 \cdot 32$) סכום הגילים של חמשת בני המשפחה (ללא השכנים) הוא 84 ההפרש: 140. נחלק ב – 2 ונקבל 70.

דרך נוספת: להשתמש בנוסחה: $32 = \frac{84+2x}{7} = \frac{4+4+6+70+2x}{7}$, נחשב ונקבל: 70 = x.

(2) הגיל השכיח הוא שני גילים, 4 ו – 70.

(3) חציון הגילים השתנה, כי נוספו שני גילים משמאל לחציון המקורי (4, 4, 6, 35, 35, 70, 70).

**תרגיל 73 עמוד 152**

סעיף א׳: בכיתות מתקשות ניתן להשתמש בטבלת שכיחויות. נחשב את הממוצע באמצעות הנוסחה: $8.3 = \frac{83}{10} = \frac{4\cdot 2+9\cdot 5+10\cdot 3}{10}$.

סעיף ב׳: (1) השכיח הוא 10 ק״ג. (2) הממוצע יגדל מפני שנוספה כמות גדולה של אנשים שקטפו פרי מעל הממוצע. (3) החציון השתנה, החציון המקורי היה 9 ק״ג, והחציון החדש הוא 10 ק״ג.

**תרגיל 74 עמוד 152**

תרגיל דומה לתרגיל 73.

**תרגיל 75 עמוד 152**

סעיף א׳: נשתמש בנוסחה: $7.45 = \frac{117+8x}{16+x} = \frac{5\cdot 1+6\cdot 6+7\cdot 3+8x+9\cdot 5+10\cdot 1}{16+x}$, נחשב ונקבל: 4 = x.

סעיף ב׳: מקום החציון 10.5, התלמיד ה – 10 קיבל 7, התלמיד ה – 11 קיבל 8, ולכן החציון 7.5.

סעיף ג׳: השכיח הוא 6.

סעיף ד׳: (1) הממוצע יגדל, משום שציוני קצה משפיעים על הממוצע, בכל מקרה נחשב, ונקבל: 7.54.

(2) החציון לא ישתנה, משום שנוספו שני משתנים מכל צד של החציון. (3) השכיח לא ישתנה, הוא נשאר 6.

**תרגיל 76 עמוד 153**

סעיף א׳: נחשב את השכיחות היחסית באמצעות משוואה: $\frac{25}{100} = \frac{x}{24+x}$, נפתור ונמצא: 8 = x.

סעיף ב׳: בכיתה 32 תלמידים. מקום החציון 16.5, התלמיד ה – 16 הגיש 2 דוחות, התלמיד ה – 17 הגיש 3 דוחות, ולכן החציון הוא 2.5.

סעיף ג׳: השכיח הוא 3 דוחות.

סעיף ד׳: לחישוב הממוצע נשתמש בנוסחה ונקבל: 2.59.

סעיף ה׳: (1) החציון לא השתנה, משום ששני תלמידים נוספו מכל צד. (2) השכיח לא ישתנה הוא נשאר 3. (3) נחשב את הממוצע החדש: $2.58 = \frac{93}{36} = \frac{0\cdot 2+1\cdot 6+2\cdot 10+3\cdot 9+4\cdot 5+5\cdot 4}{36}$.

**תרגיל 77 עמוד 153**

סעיף א׳: סכום הגילים של 4 הנשים הוא 104, נוסיף את גיל האישה ה – 5 ונחלק ב – 5. נקבל: 25.

סעיף ב׳: נחשב את גיל שני האנשים כאילו הם בני אותו גיל. סכום הגילים של 6 האנשים הוא: 168, נחסר את גיל 4 הנשים, נחלק ב – 2 ונקבל: 32. אפשרות אחת: כל אחד מהאנשים הוא בן 32.

פשרות שנייה: כל שני גילים שסכומם 64, למשל 30 ו – 34...

סעיף ג׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

(1) כדי שהשכיח יהיה 23, לפחות שניים מבין האנשים גילם 23). נחשב את הממוצע כאשר הנתונים נראים כך: 18, 23, 23, 36, x (זה לא חייב להיות המקום של x), והממוצע 29.

נשתמש בנוסחה: $29 = \frac{100+x}{5} = \frac{18+23+23+36+x}{5}$, נחשב ונקבל: $x = 45$.

(2) נרשום את הנתונים כך: 18, 23, 30, x, 36 (x ו – 36 יכולים להחליף מקומות), הממוצע 29:

$29 = \frac{107+x}{5} = \frac{18+23+30+36+x}{5}$, נחשב ונקבל: $x = 38$.

**תרגיל 78 עמוד 153**

סעיף א׳: סכום הגבהים של שלושת הנערים הוא: 4.95, נחסר את גובהו של דן נחלק ב – 2 ונקבל: 1.6 מ׳.

סעיף ב׳: גובהו של אלמוג 1.7 מ׳, משום שהממוצע לא השתנה.

סעיף ג׳: סכום הגבהים של שלושת הנערים הוא 5.7 מ׳, סכום הגבהים של ארבעת הנערים הוא 7.2, ההפרש: 1.5, וזהו גובהו של אבנר.

סעיף ד׳: בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

נסדר את הנתונים בשורה: 1.75, 1.8, 1.8, x, y. x יכול להיות 1.8 (השכיח) או יותר. נניח כי $x = y$ על מנת למצוא את סכום שני הנערים כך שהממוצע יהיה 1.8.

$1.8 = \frac{5.35+2x}{5} = \frac{1.75+1.8+1.8+2x}{5}$, $x = 1.825$. סכום הגבהים של שני הנערים הוא 3.65.

הגבהים יכולים להיות: 1.8, 1.85, או 1.74 ו – 1.91, אך אי אפשר שאחד הגבהים יהיה 1.75 או 1.825 כדי שהחציון והשכיח לא ישתנו.

**תרגיל 79 עמוד 154**

סעיף א׳: הממוצע הוא 5 שעות עבודה, שני התלמידים הנוספים עבדו גם הם 5 שעות, ולכן הממוצע לא השתנה.

סעיף ב׳: סכום השעות של שני התלמידים הוא 10, ולכן לא ישתנה הממוצע (הממוצע של כל אחד משני התלמידים הנוספים הוא 5 שעות).

סעיף ג׳: הממוצע הגבוה ביותר יתקבל, אם יתברר שכל אחד משני התלמידים עבד 7 שעות, והממוצע הנמוך יתקבל, אם יתברר שכל אחד משני התלמידים עבד 3 שעות.

סעיף ד׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

(1) אם החציון לא השתנה, אחד הילדים עבד 5 שעות, 4 שעות או 3 שעות, והשני עבד 6 שעות או 7 שעות (משני צדי החציון).

(2) אם שני התלמידים עבדו יותר מ- 5.5 שעות, החציון ישתנה (מיקומם יהיה משמאל לחציון).

**ב. <u>איחוד של שתי קבוצות או יותר ושימוש בממוצע משוקלל</u>**

**הסבר ודוגמאות פתורות עמודים 154 – 157**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח בשילוב הסבר של המורה כאשר את החישובים כדאי לקרוא מתוך המוצג בספר.

״ממוצע משוקלל״ הוא ממוצע, שבו ה״משקל״ של המשתנים אינו שווה.

למשל חלוקה של דמי חנוכה לילדים, כאשר כל ילד מקבל חלק שונה מהסכום הכללי או כאשר לכל מבחן יש משקל שונה בחישוב הכללי.

בדוגמה א׳ מחשבים זמן אפייה ממוצע של עוגות, כאשר לכל סוג של עוגה יש זמן אפייה שונה.

בדוגמה ב׳ יש חלוקה של מספר המכוניות למשפחה בדיאגרמת עיגול ביישוב תמר, וכך ניתן לדעת לכמה משפחות יש כמות מסוימת של מכוניות, יתקבל אז הממוצע המשוקלל של מכוניות ביחד עם היישוב תפוז.

שימו לב! אין לנו אפשרות לדעת את חלוקת המכוניות למשפחה ביישוב תפוז, אלא רק את ממוצע המכוניות למשפחה.

**תרגיל 80 עמוד 157**

סעיף א׳: נחשב את המשקל הממוצע: $\frac{1200\cdot 3+830\cdot 5}{8}=\frac{7750}{8}=968.75$.

סעיף ב׳: המשקל הממוצע לא השתנה, משמע משקל הג׳ירפה הזכר החדש שווה למשקל הממוצע של הזכרים, ומשקל הג׳ירפה החדשה שווה למשקל הממוצע של הג׳ירפות הנקבות.

יעל טעתה: הממוצע עלה.

**תרגיל 81 עמוד 157**

סעיף א׳: עידן צודק (ראו תרגיל 80), גובה הבת הוא 155 ס״מ.

סעיף ב׳: הגובה הממוצע של הבנים הוא 170, והוא לא השתנה בעקבות התוספת של שני התלמידים, משמע גובה התלמיד השני הוא 162 ס״מ (הגובה הממוצע של שני התלמידים צריך להיות גם הוא 170 ס״מ).

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע: $\frac{170\cdot 20+155\cdot 18}{38}=\frac{6190}{38}=162.89$.

**תרגיל 82 עמוד 158**

סעיף א׳: נחשב את הממוצע: $\frac{72\cdot 14+85\cdot 12}{26}=\frac{2028}{26}=78$.

סעיף ב׳: נמצא את החסר באמצעות חישוב: $\frac{82\cdot 14+x\cdot 12}{26}=\frac{1148+12x}{26}=79$, $x=75.5$.

סעיף ג׳: נחשב: $\frac{79\cdot 26+75\cdot 25}{51}=\frac{3929}{51}=77.04$.

**תרגיל 83 עמוד 158**

סעיף א׳: תחילה נמצא את מספר הבנים ומספר הבנות לפי היחס.

אפשרות ראשונה: $\frac{x}{40-x}=\frac{3}{5}$, נחשב ונמצא: $x=15$, מספר ספרי אנגלית הוא 15, מספר ספרי עברית הוא 25.

נזכיר: את היחס בעברית קוראים מימין לשמאל, ובמספרים משמאל לימין.

אפשרות שנייה: $3x+5x=40$, $x=5$, 5 הוא גורם ההכפלה, ולכן 15 ספרי אנגלית ו – 25 ספרי עברית.

סעיף ב׳: נחשב את מספר העמודים הממוצע: $\frac{172\cdot 15+254\cdot 25}{40}=\frac{8930}{40}=223.25$.

סעיף ג׳: כן, ניתן להשתמש ביחס (ראו תשובות בסוף היחידה).

**תרגיל 84 עמוד 158**

סעיף א׳: ניתן למצוא תחילה את מספר עצי הלימון ומספר עצי התפוז, או לחלופין:

$$164=\frac{1640}{10}=\frac{160\cdot 6+170\cdot 4}{10}$$

סעיף ב׳: ממוצע הגובה ישתנה, משום שהיחס אינו זהה, נחשב:

$$170.6=\frac{17060}{100}=\frac{160\cdot 62+170\cdot 42}{100}.$$

**תרגיל 85 עמוד 158**

סעיף א׳: נחשב את הממוצע: $246=\frac{2460}{10}=\frac{240\cdot 7+260\cdot 3}{10}$.

סעיף ב׳: כן, ראו הסבר בתרגיל 83.

**תרגיל 86 עמוד 159**

סעיף א׳: נחשב תחילה את ממוצע חמשת המבחנים (שאינם המבחן המסכם) ונקבל: 78.

נחשב את הממוצע המשוקלל: $78\cdot 0.75+98\cdot 0.25=83$.

סעיף ב׳: נרשום משוואה: $84\cdot 0.75+0.25x=86$, נחשב ונקבל: $x=92$.

סעיף ג׳: הציון המקסימלי במבחן המסכם הוא 100, ממוצע המבחנים הוא: 77. הממוצע המשוקלל:

$77\cdot 0.75+100\cdot 0.25=82.75$. הציון השנתי הגבוה ביותר הוא 83.

**תרגיל 87 עמוד 159**

נחשב את ממוצע הגרביים הלבנות במארזים של חברה א׳:

$1\cdot 0.15+2\cdot 0.2+3\cdot 0.35+4\cdot 0.3=2.8$.

סעיף ב׳: ממוצע הגרביים הלבנות בשני המארזים הוא 2.5, ולכן: $2.5=\frac{140+75x}{125}=\frac{2.8\cdot 50+x\cdot 75}{125}$,

נחשב ונקבל: 2.3.

סעיף ג׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

נחשב: $2.45=\frac{312.5+2.2x}{125+x}=\frac{2.5\cdot 125+x\cdot 2.2}{125+x}$, ונקבל: $x=25$.

**תרגיל 88 עמוד 159**

סעיף א׳: נסמן ב – $x$ את מספר שעות האימון של מאמן זוטר. נסמן ב - $x+20$ את מספר שעות האימון של מאמן בכיר, ונחשב: $44=\frac{50x+700}{50}=\frac{x\cdot 15+(x+20)\cdot 35}{50}$, ונקבל: $x=30$.

סעיף ב׳: נניח כי באגודה יש $y$ עוזרי מאמן, נציב בנוסחה: $31.25=\frac{2200+10y}{50+y}=\frac{44\cdot 50+y\cdot 10}{50+y}$,

נחשב ונקבל: $y=30$.

**תרגיל 89 עמוד 159**

סעיף א׳: השכיח הוא מכונית אחת. בכיתות מתקשות ניתן לבנות טבלת שכיחויות.

סעיף ב׳: ביישוב יש 25 משפחות, מקום החציון הוא 13, והחציון הוא: שתי מכוניות.

אם בנינו טבלת שכיחויות, קל למצוא את החציון.

סעיף ג׳: נחשב ונמצא: הממוצע 2 מכוניות למשפחה.

סעיף ד׳: נחשב: $2.17 = \frac{65}{30} = \frac{2\cdot25+3\cdot5}{30}$.

**תרגיל 90 עמוד 160**

סעיף א׳: חציון המכוניות הוא 30 (משתנה שאינו קיים). משמאל לחציון יש 10 סוכנויות, וכך גם מימין לחציון יש 10 סוכנויות, ו – 3 סוכנויות מכרו 28 כלי רכב כל אחת.

סעיף ב׳: השכיח הוא 32 מכוניות.

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע ונמצא: 29 מכוניות.

סעיף ד׳: הממוצע יקטן משום שכל סוכנויות הרכב הנוספות מכרו פחות כלי רכב מהממוצע הקיים. ניתן גם לחשב, על מנת ל״שכנע״ את התלמידים.

**תרגיל 91 עמוד 160**

סעיף א׳: בכיתה י׳1 השכיח הוא 9, בכיתה י׳2 השכיח הוא 8.

סעיף ב׳: בכיתה י׳1 24 תלמידים, מקום החציון 12.5, והחציון הוא 7.5. בכיתה י׳2 24 תלמידים, והחציון הוא 7.5.

סעיף ג׳: הממוצע בכיתה י׳1 הוא: 7.21, הממוצע בכיתה י׳2 הוא: 7.17.

סעיף ד׳: כיוון שבשתי הכיתות אותו מספר תלמידים, ניתן לחשב את הממוצע כך:

$7.19 = \frac{7.21+7.17}{2}$.

**תרגיל 92 עמוד 160**

כדי למצוא את השכיח במפעל א׳ כדאי להעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנורות הפגומות | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| מספר הקופסאות | 5 | 10 | 1 | 6 | 8 |

סעיף א׳: השכיח במפעל א׳ הוא נורה אחת פגומה, השכיח במפעל ב׳ הוא נורה אחת פגומה.

סעיף ב׳: במפעל א׳ החציון הוא: 1.5 נורות פגומות, החציון במפעל ב׳ הוא: 3 נורות פגומות.

בכיתות מתקשות נתבונן בדיאגרמת העיגול, ונראה כי, 51% מהקופסאות יש 3 או 4 נורות פגומות, במידת הצורך העבירו את הנתונים מדיאגרמת העיגול לטבלת שכיחויות.

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע. מפעל א׳: 2.07, מפעל ב׳: 2.1.

סעיף ד׳: נחשב: $2.09 = \frac{146.1}{70} = \frac{2.07\cdot30+2.1\cdot40}{70}$.

**תרגיל 93 עמוד 161**

סעיף א׳: השכיח בקבוצת ״רקפת״ הוא שעת גלישה אחת, השכיח בקבוצת ״כלנית״ הוא 5 שעות גלישה.

סעיף ב׳: כדי למצוא את החציון עלינו לדעת מהו מספר הילדים בכל קבוצה.

בקבוצת ״רקפת״ 30 ילדים, בקבוצת ״כלנית״ 30 ילדים. מקום החציון בכל אחת מהקבוצות הוא 15.5.

החציון בקבוצת ״רקפת״: 2.5, החציון בקבוצת ״כלנית״: 3.5.

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע. קבוצת ״רקפת״: 2.8, קבוצת ״כלנית״: 3.37.

סעיף ד׳: כמו בתרגיל 92, אין צורך לכפול את כל התלמידים. הממוצע המשוקלל: 3.08.

**תרגיל 94 עמוד 161**

סעיף א׳ : הטמפרטורה השכיחה : $14^{\circ}$.

סעיף ב׳ : הטמפרטורה החציונית היא $14^{\circ}$. ניתן לראות כי טמפרטורה של $10^{\circ}$, $12^{\circ}$, או $14^{\circ}$ יש ב – 55% מהאקווריומים, ולכן החציון הוא $14^{\circ}$, ניתן גם להעביר לטבלת שכיחויות.

סעיף ג׳ : נחשב את הטמפרטורה הממוצעת :

$0.75 \cdot 10^{\circ} + 0.1 \cdot 12^{\circ} + 0.375 \cdot 14^{\circ} + 0.25 \cdot 16^{\circ} + 0.15 \cdot 18^{\circ} + 0.05 \cdot 20 = 14.9^{\circ}$.

סעיף ד׳ : (1) השכיח לא ישתנה, משום שהוספנו משתנה לכל אחד מהערכים הקיימים.

(2) הממוצע ישתנה, משום שלכל משתנה יש חלק יחסי שונה.

## שימוש במדדי המרכז לצורך השוואה בין קבוצות משתנים

נתמודד עם השוואה בין קבוצות שונות המתארות מצבים מחיי היומיום.

<u>מספר השעות המוקדשות לפרק זה</u> : 1.5 שעות.

**דוגמאות פתורות עמודים 162, 163**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים, יתמקד בגרפים, ויסביר בעל-פה את כל הסעיפים.
בדוגמה א׳ קל לראות את ההבדל בין שני הגרפים, המראים את התפלגות הציונים בשני בתי ספר.
בדוגמה ב׳ ניתן לחשב ולדעת איזה תלמיד טוב יותר באמצעות חישוב הממוצע.
בדוגמה זו יש המלצה לדיון לגבי דרכים, שבאמצעותן ניתן להסיק מי מהתלמידים הצליח יותר. למשל, ניתן להעביר את הנתונים לטבלה, לחשב את ההפרש בין התלמיד שציונו בצבע כחול, לבין התלמיד שציונו בצבע כתום (+ או -), ולראות לאיזה תלמיד יש הצלחה גדולה יותר. ניתן גם להתבונן בגרף ולראות כי הציונים של תלמיד א׳ נמוכים במרבית המקרים מהציונים של תלמיד ב׳.

**תרגיל 95 עמוד 164**

סעיף א׳ : השכיח של מחלקה א׳ הוא 7 ימי אשפוז, השכיח של מחלקה ב׳ הוא 4 או 10 ימי אשפוז.

סעיף ב׳ : מקום החציון בשתי המחלקות הוא 5, החציון במחלקה א׳ הוא 7, החציון במחלקה ב׳ הוא 7.

סעיף ג׳ : נחשב ממוצע. מחלקה א׳, הממוצע הוא : 7, מחלקה ב׳ : 7.

סעיף ד׳ : גם החציון וגם הממוצע שווים בשתי המחלקות, ולכן לא ניתן לומר שקיימת מחלקה, שבה יותר ימי אשפוז לאחר ניתוח.

**תרגיל 96 עמוד 164**

סעיף א׳ : שכיח זמן המתנה בחברה א׳ הוא 6, שכיח זמן המתנה בחברה ב׳ הוא 6.

סעיף ב׳ : זמן ההמתנה החציוני בחברה א׳ הוא 6, זמן ההמתנה החציוני בחברה ב׳ הוא 6.

סעיף ג׳ : זמן ההמתנה הממוצע בחברה א׳ הוא 6, גם זמן ההמתנה הממוצע בחברה ב׳ הוא 6.

סעיף ד׳ : אף על-פי שכל מדדי המרכז שווים בשתי החברות, לא ניתן לומר כי זמן ההמתנה בחברה מסוימת קצר יותר או ארוך יותר. בחברה ב׳ יש התפזרות גדולה של המשתנים. לעומת חברה א׳, שבה רוב המשתנים קרובים למדדי המרכז, אך גורם זה אינו מספיק דיו על מנת לקבל החלטה.

**תרגיל 97 עמוד 164**

סעיף א׳: כדי להראות כי המשקל הממוצע לפועל הוא 50 ק״ג, נחשב את ממוצע הק״ג לפועל ללא עמודת 50 ק״ג. $50 = \frac{700}{14} = \frac{40\cdot9+60\cdot1+70\cdot4}{14}$.

סעיף ב׳: השכיחות היחסית של 70 ק״ג היא 20%. ניתן לחשב את הכמות הכוללת של הפועלים בכמה דרכים: (1) לכפול את 4 ב – 5 (20% זה חמישית). (2) 20% הם 4, ולכן 10% הם 2, והכמות הכוללת היא 20. (3) להציב במשוואה: $\frac{20}{100} = \frac{x}{14+x}$, לחשב, ולקבל: $x = 6$.

סעיף ג׳: המשקל השכיח הוא 40 ק״ג.

סעיף ד׳: המשקל החציוני הוא 50 ק״ג.

כדי לענות על שאר הסעיפים רצוי לבנות טבלת שכיחויות.

| משקל הלימונים בק״ג | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הפועלים | 3 | 7 | 3 | 3 | 4 |

סעיף ה׳: המשקל השכיח בקבוצה השנייה הוא 40.

סעיף ו׳: המשקל החציוני הוא 45.

סעיף ז׳: נחשב את ממוצע הקטיף בכל קבוצה, ונקבל כי קבוצה א׳ קטפה בממוצע יותר פרי מאשר קבוצה ב׳.

**תרגיל 98 עמודים 164, 165**

תרגיל דומה לדוגמה א׳.

**תרגיל 99 עמוד 165**

סעיף א׳: מספר התלונות הרב ביותר בשנת 2020 היה בחודש יולי, מספר התלונות הרב ביותר בשנת 2021 היה בחודש אוגוסט.

סעיף ב׳: כדי לחשב חציון נסדר את הנתונים בשורה.

שנת 2020: 20, 22, 30, 32, 35, 37, 38, 39, 42, 43, 49, 56.

שנת 2021: 22, 31, 39, 39, 42, 43, 44, 44, 45, 47, 48, 49.

החציון בשנת 2020 הוא 37.5, החציון בשנת 2021 הוא 43.5.

סעיף ג׳: נחשב את הממוצע: בשנת 2020 הממוצע הוא 37, בשנת 2021 הממוצע הוא 42.67.

סעיף ד׳: בשנת 2020 הגיעו פחות תלונות (חישוב סך כל התלונות).

**תרגיל 100 עמוד 165**

כדי שיהיה קל לענות על סעיפי השאלה נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| היום | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| הטמפרטורה ביישוב א׳ | 8 | 10 | 6 | 6 | 8 | 10 | 12 | 8 | 6 | 8 |
| הטמפרטורה ביישוב ב׳ | 10 | 10 | 8 | 6 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 6 |

סעיף א׳: ביום ה – 2 וביום ה – 4 הייתה טמפרטורה שווה בשני היישובים.

סעיף ב׳: נחשב את הממוצע. יישוב א׳ הממוצע: 8.2, ביישוב ב׳ הממוצע: 8.

סעיף ג׳: הטמפרטורה החציונית ביישוב א׳: 8 (גם האיבר ה – 5 וגם האיבר ה – 6 הם 8), הטמפרטורה החציונית ביישוב ב׳: 8.

**תרגיל 101 עמוד 166**

כדי שנוכל לענות ביתר קלות על סעיפי השאלה נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| הניקוד | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| קבוצה א' | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| קבוצה ב' | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 |
| קבוצה ג' | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| קבוצה ד' | 1 | 10 | 2 | 9 | 3 | 8 | 4 | 7 | 5 | 6 |

סעיף א': השכיח בכל קבוצה: א' – 5 ו – 6. קבוצה ב': 1 ו – 7. קבוצה ג': כל ניקוד הוא שכיח. קבוצה ד' – 2.

סעיף ב': קבוצה א' 50 תלמידים. קבוצה ב' 55 תלמידים. קבוצה ג' 60 תלמידים. קבוצה ד' 55 תלמידים.

סעיף ג': קבוצה א' 50 תלמידים, מקום החציון 25.5, החציון – 5.5. קבוצה ב' 55 תלמידים, מקום החציון 28, החציון – 4. קבוצה ג' החציון 5.5. קבוצה ד' 55 תלמידים, מקום החציון 28, החציון 6.

סעיף ד': נחשב את הממוצע. קבוצה א': 5.5, קבוצה ב': 4.55, קבוצה ג': 5.5, קבוצה ד': 5.73.

סעיף ה': (1) נכון, 30 תלמידים, (2) לא נכון ראו סעיף א', (3) לא נכון, כל ניקוד קיבל מספר שווה של תלמידים.

**תרגיל 102 עמוד 166**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

סעיף א': סימון.

סעיף ב': כ – 9 דקות.

סעיף ג': יש יותר אנשים, שפתרו בערך כ – 15 דקות, לעומת אנשים, שפתרו כ – 30 דקות. הגרף קרוב יותר לציר ה – x בערך $x = 30$.

סעיף ד': נעביר קו אופקי לציר ה – x, ונבדוק מתי הוא חותך את גרף הפונקציה ב – 2 נקודות. למשל, 7 דקות ו – 15 דקות.

סעיף ה': החידה השנייה קשה יותר, משום שיותר אנשים נזקקו לזמן רב יותר על מנת לפתור אותה.

**תרגיל 103 עמוד 167**

סעיף א': ביישוב ב' יש ל – 53% מהמשפחות 4 או 5 ילדים, לעומת 40% מהמשפחות ביישוב א'. ניתן להראות זאת גם באמצעות דיאגרמת העיגול. ביישוב א' פחות מחצי, ביישוב ב' יותר מחצי.

סעיף ב': ביישוב א': 3.15, ביישוב ב': 3.45.

סעיף ג': חישוב. ביישוב א' 60 משפחות, שלהן 3 ילדים, ביישוב ב' 72 משפחות שלהן 3 ילדים.

סעיף ד': החציון ביישוב א' הוא 3 ילדים, החציון ביישוב ב' הוא 4 ילדים.

**תרגיל 104 עמוד 167**

סעיף א': נסמן בטבלה:

| מספר חיות המחמד | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | x | 100 -30 - x | 25 | 5 |

נרשום משוואה: $0.8 = \frac{135-x}{100} = \frac{0 \cdot x+1 \cdot (70-x)+2 \cdot 25+3 \cdot 5}{100}$, נחשב ונקבל: $x = 55$.

| מספר חיות המחמד | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 55 | 15 | 25 | 5 |

סעיף ב׳ : החציון : 0.

סעיף ג׳ : השכיח : 0 חיות מחמד.

סעיף ד׳ : השכיח בשכב י״א הוא חיית מחמד אחת, 40% מהתלמידים דיווחו שיש להם חיית מחמד.

סעיף ה׳ : החציון : 1.

סעיף ו׳ : בשכבה י׳ יש בממוצע פחות חיות מחמד לתלמיד מאשר בשכבה י״א (ניתן לדעת גם ללא חישוב), למרבית התלמידים בשכבה י׳ אין כלל חיות מחמד.

**תרגיל 105 עמוד 168**

נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| גובה הנערים | 170 | 174 | 178 | 182 | 186 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנערים בקבוצה א׳ | 3 | 5 | 6 | 4 | 2 |
| מספר הנערים בקבוצה ב׳ | 4 | 6 | 2 | 3 | 1 |

סעיף א׳ : קבוצה א׳ – 178 ס״מ, קבוצה ב׳ – 174 ס״מ.

סעיף ב׳ : החציון בקבוצה א׳ : 178 ס״מ, החציון בקבוצה ב׳ : 174 ס״מ.

סעיף ג׳ : לפי הגרף (וגם לפי הטבלה) ניתן לראות כי בקבוצה א׳ יש מועמדים גבוהים יותר.

סעיף ד׳ : ממוצע הגובה בקבוצה א׳ : 177.4 ס״מ, ממוצע הגובה בקבוצה ב׳ : 175.75 ס״מ.

סעיף ה׳ : בקבוצה ב׳ יש אחוז גבוה יותר של שחקנים נמוכים, גם מספרית (10 לעמת 8). בקבוצה ב׳ 16 שחקנים בעוד שבקבוצה א׳ 20 שחקנים. ניתן גם לחשב את אחוז השחקנים הנמוכים.

**תרגיל 106 עמוד 168**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

סעיף א׳ : גרף 3 כי השכיח גבוה מהחציון וגבוה מהממוצע.

סעיף ב׳ : גרף 1, החציון שווה לממוצע.

סעיף ג׳ : גרף 2, השכיח נמצא משמאל לממוצע.

סעיף ד׳ : כולם, זו הגדרת החציון.

סעיף ה׳ : כן, בכל המועדים קיבלו 500 נבדקים את הציון השכיח.

סעיף ו׳ : כולם, זו הגדרת השכיח.

**מבדק מספר 3**

1. בדקו את מספר הילדים שנכנסו למתקן ה"ג'ימבורי" במשך כמה ימים. להלן הנתונים שהתקבלו:
30, 40, 50, 30, 60, 50, 40, 30, 40, 50, 60, 30, 40, 40, 50, 60, 40, 30, 40, 50.

א. חשבו את ממוצע הילדים ליום שנכנסו למתקן.

ב. בכמה ימים היה מספר הילדים גבוה מהממוצע?

ג. באיזה אחוז מהימים היה מספר הילדים נמוך מהממוצע?

2. הטבלה שלפניכם מתארת את מספר החדרים לדירה בבניין מסוים.

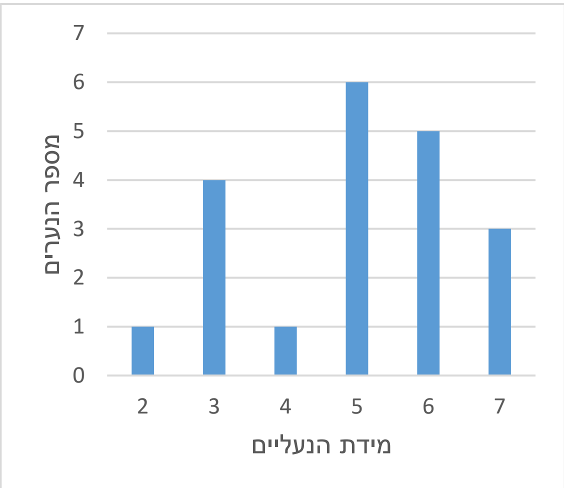
| מספר החדרים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | סך-הכול |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הדירות | 4 | 6 | 10 | 3 | 2 | |
| מכפלת הנתון בשכיחות | | | | | | |

א. השלימו את שורת מכפלת הערך בשכיחותו ואת הערכים בטור המסכם.

ב. חשבו את ממוצע החדרים לדירה.

ג. לכמה דירות יש יותר חדרים מהממוצע?

ד. סרטטו דיאגרמת עמודות המתאימה לטבלה.




3. הדיאגרמה שלפניכם מתארת את מידת הנעליים של נערי קבוצת "אריות".

א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות.

ב. כמה נערים בקבוצה?

ג. חשבו את מידת הנעליים הממוצעת בקבוצה.

ד. האם נכון לומר כי רוב הנערים נועלים מידת נעליים גדולה מהממוצע?

ה. הוסיפו לטבלת השכיחויות את שורת השכיחות היחסית בשבר פשוט.

ו. מהי מידת הנעליים ששכיחותה $\frac{1}{5}$?

4. אסף נבחן ב – 8 מבחנים וקיבל את הציונים הבאים: 6, 8, x, 9, 5, 6, 7, 7.

א. הסבירו את ממוצע הציונים.

ב. מה היה ציונו של אסף במבחן השלישי (המסומן ב – x)?

ג. בכמה מבחנים קיבל אסף ציון נמוך מהממוצע?

5. שאלו נוסעים בשדה תעופה כמה פעמים טסו לחופשת סקי בחמש שנים האחרונות.
להלן תוצאות הסקר: 4 אנשים טסו 3 פעמים, 5 אנשים טסו 4 פעמים, 7 אנשים טסו 6 פעמים, 3 אנשים טסו 7 פעמים, ועוד כמה אנשים טסו חמש פעמים.
ממוצע מספר החופשות הוא 5 חופשות לאדם.

א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות.
ב. מצאו כמה אנשים טסו 5 פעמים לחופשת סקי.
ג. כמה אנשים טסו לחופשת סקי פחות מהממוצע?

6. הטבלה שלפניכם מתארת את מספר הספרים שקראו ילדי קבוצה מסוימת בחודש אחד.

| מספר הספרים | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 8 | 7 | 5 | 10 | 5 |
| השכיחות המצטברת | | | | | |

א. כמה ילדים בקבוצה?
ב. הוסיפו לטבלה את שורת השכיחות המצטברת.
ג. מהו מקומו של החציון? מצאו את חציון מספר הספרים שנקראו.
ד. כמה ילדים קראו יותר ספרים מהחציון?
ה. מצאו את ממוצע הספרים שקרא כל ילד.

7. הטבלה שלפניכם מתארת את גובה ילדי קבוצת "הדס" במטרים.

| גובה הילדים | 1.60 | 1.64 | 1.68 | 1.72 | 1.76 | 1.8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 3 | 7 | 8 | x | 6 | 3 |

ממוצע הגובה של ילדי הקבוצה הוא: 1.701מ'.

א. כמה תלמידים בקבוצת "הדס"?
ב. הוסיפו לטבלה שורת שכיחות מצטברת, ומצאו את החציון.
ג. כמה ילדים גובהם נמוך מהממוצע?
ד. איזה מדד משקף טוב יותר את גובה הילדים: הממוצע או החציון?

8. הטבלה שלפניכם מתארת את מספר הילדים למשפחה בבניין מסוים.

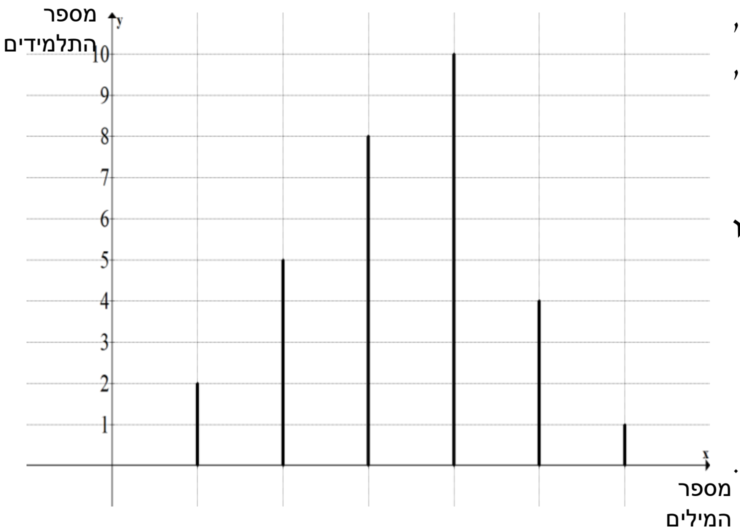
| מספר הילדים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשפחות | 2 | 3 | 10 | X | 6 | 4 |

חציון הילדים למשפחה הוא: 4.5 ילדים.

א. לכמה משפחות יש 5 ילדים?
ב. כמה משפחות בבניין?
ג. מהו ממוצע הילדים למשפחה?
ד. העבירו את הנתונים לדיאגרמת עמודות.
ה. איזה חלק מהוות המשפחות, שמספר ילדיהן נמוך מהממוצע?

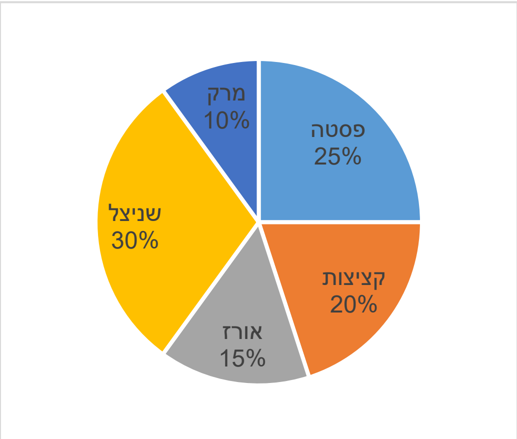
9. בדקו את מספר המילים החדשות באנגלית, שלמדו תלמידי כיתה י' במשך שבוע. להלן התוצאות:

16, 14, 12, 12, 16, 18, 14, 10, 16, 12, 18, 14, 20,
14, 18, 16, 12, 14, 10, 16, 14, 16, 16, 18, 16, 12,
14, 16, 14, 16.




א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות.
ב. מצאו את מספר המילים השכיח שלמדו התלמידים.
ג. מהי השכיחות של השכיח?
ד. מצאו את החציון.
ה. חשבו את ממוצע המילים החדשות לתלמיד.
ו. השלימו את הנתונים לדיאגרמת מקלות.

10. בדקו את המאכל המועדף בקרב קבוצת ילדים. בדיאגרמת העיגול מוצגת התפלגות ההעדפה.




א. מהו סוג המאכל השכיח?
ב. מהי השכיחות היחסית של השכיח?
ג. האם ניתן למצוא את השכיחות היחסית של השכיח?
ידוע כי מספר הנשאלים הוא 40 ילדים.
ד. חשבו את השכיחות של כל מאכל.
ה. האם ניתן לחשב ממוצע וחציון? נמקו.

11. בעל חברת שליחויות בדק את מספר דוחות החנייה שקיבל כל נהג בחברה.
להלן טבלת התפלגות הדוחות:

| מספר הדוחות | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנהגים | 3 | 10 | 5 | X | 2 | 1 |

השכיחות היחסית של הנהגים שלא קיבלו דוח חנייה היא $\frac{1}{8}$.

א. כמה נהגים בחברה?
ב. מהו השכיח?
ג. חשבו את חציון הדוחות לנהג.
ד. חשבו את ממוצע הדוחות לנהג.

12. בדקו את מספר הסרטים שראו 40 ילדי קבוצה בחופש הגדול.

הטבלה שלפניכם מתארת את מספר הסרטים. ידוע כי החציון הוא 4.5 סרטים לילד.

| מספר הסרטים | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 7 | | | 5 | 4 | 3 |

א. השלימו את הטבלה.

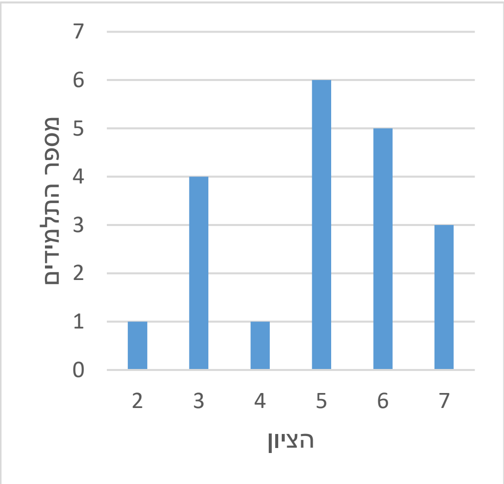
ב. מהו השכיח?

ג. מהי השכיחות היחסית של השכיח?

ד. חשבו את ממוצע הסרטים לילד.

ה. מהו אחוז התלמידים, שמספר הסרטים שצפו בהם גדול מהממוצע?

13. דיאגרמת העמודות מתארת את התפלגות הציונים באנגלית בכיתה מסוימת.




א. העבירו את הנתונים לטבלת שכיחויות.

ב. כמה תלמידים בכיתה?

ג. השלימו את שורת השכיחות היחסית.

ד. מהו השכיח? מה הוא מייצג?

ה. מאיזה ייצוג קל לקבל מידע זה?

ו. מהו החציון?

ז. חשבו את ממוצע הציונים בכיתה.

ח. איזה מדד משקף טוב יותר את התפלגות הציונים בכיתה?

14. מדדו את גובה הילדים בקבוצה מסוימת. ממוצע הגובה היה 1.60 מ', השכיח: 1.58 מ' ו החציון: 1.56 מ'. בבדיקה חוזרת התברר כי מכשיר המדידה לא היה תקין, ויש להוסיף 3 ס"מ לכל גובה שמדדו.

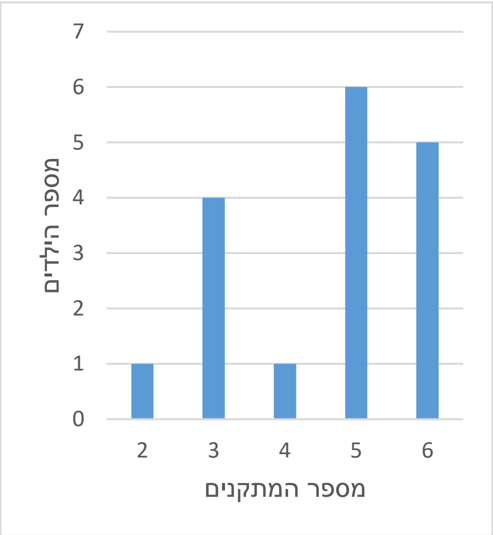
א. מה היה הממוצע האמיתי? מה היה החציון האמיתי? ומה היה השכיח האמיתי?

ב. לאחר חצי שנה מדדו שוב את גובה הילדים, והתברר כי כל אחד מהם גבה ב – a ס"מ. ממוצע הגובה החדש הוא: 1.70 מ'.

(1) מצאו את a.

(2) מצאו את החציון החדש ואת השכיח החדש.

15. קבוצת ילדים יצאה ליום כיף בלונה-פארק.
דיאגרמת העמודות מתארת את מספר המתקנים שבהם השתמש כל ילד.




א. מהו מספר המתקנים השכיח.
ב. בנו טבלת שכיחויות.
ג. כמה ילדים בקבוצה?
ד. חשבו את ממוצע המתקנים לילד.
ה. מצאו את חציון המתקנים לילד.

בבדיקה חוזרת התברר כי שני ילדים, שדיווחו על שימוש ב – 5 מתקנים, השתמשו למעשה ב – 6 מתקנים.

ו. (1) האם להערכתכם ישתנה השכיח?
(2) האם להערכתכם ישתנה הממוצע?
(3) האם לדעתכם ישתנה החציון?

16. שקלו 60 ארגזים ומצאו שמשקלם הממוצע 5.4 ק"ג. מאוחר יותר התברר שנעשתה טעות בשקילתם של 10 הארגזים הראשונים, ויש להוסיף 200 גרם למשקלו של כל ארגז.
חשבו את ממוצע המשקל של 60 הארגזים לאחר תיקון הטעות.

17. יואב חגג את יום הולדתו ה – 10 עם שני הוריו, בני 42, אחותו בת ה – 12 ואחיו בן ה – 6.
א. מהו הגיל השכיח במשפחה?
ב. מהו הגיל הממוצע במשפחה?
ג. מהו חציון הגילים במשפחה?
ד. לחגיגה הצטרפו שני חברים של יואב, שגילם כגילו של יואב.
(1) האם הממוצע השתנה? נמקו.
(2) האם החציון השתנה? נמקו.
ה. ללא קשר לסעיף ד', סבא וסבתא, בני אותו גיל, הצטרפו למסיבה. ממוצע הגילים הוא 36.
בני כמה סבא וסבתא?

18. בקרת איכות של מפעל בדקה את מספר הנורות הפגומות בכל קופסה.

הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות התוצאות:

| מספר הנורות הפגומות | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הקופסאות | 4 | 5 | 10 | 8 | | 3 |

השכיחות היחסית של 4 נורות פגומות היא: $\frac{1}{6}$.

א. מצאו בכמה קופסאות היו 4 נורות פגומות.

ב. מצאו את החציון של מספר הנורות הפגומות.

ג. מהו השכיח?

ד. חשבו את ממוצע הנורות הפגומות לקופסה.

ה. בבדיקה חוזרת התברר כי 4 קופסאות לא נבדקו. בכל קופסה שלא נבדקה היו 3 נורות פגומות.

(1) האם החציון השתנה?

(2) האם השכיח השתנה?

ו. חשבו את הממוצע החדש.

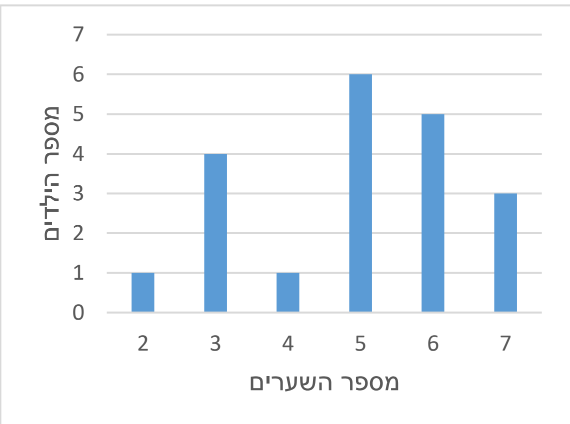
19. בקבוצת "תפוז" 8 שחקנים, בקבוצת "אתרוג" 10 שחקנים. הוחלט לאחד את שתי הקבוצות.

א. ממוצע הגובה בקבוצת "תפוז" הוא 1.78 מ', וממוצע הגובה בקבוצת "אתרוג" הוא 1.82 מ'.
מהו ממוצע הגובה בקבוצה המאוחדת?

ב. ממוצע מידת הנעליים בקבוצת "תפוז" היא 42, וממוצע מידת הנעליים בקבוצה המאוחדת הוא 43.66 מהי מידת הנעליים הממוצעת בקבוצת "אתרוג"?

20. בדקו את מספר השערים שהבקיעו באימון ילדי קבוצת "תמר". להלן התוצאות:
2, 3, 5, 7, 3 ,4, 3, 4, 5, 2, 3, 6, 4, 2, 4, 5, 3, 4, 6, 3.

בדיאגרמה שלפניכם מתוארת התפלגות השערים של ילדי קבוצת "אגוז".




א. מהו השכיח בכל קבוצה?

ב. מהו החציון בכל קבוצה?

ג. מהו הממוצע בכל קבוצה?

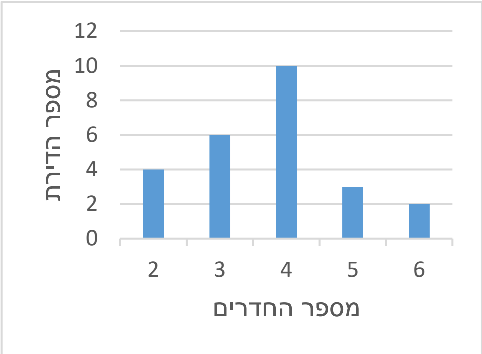
ד. איחדו את שתי הקבוצות.
מהו ממוצע השערים לילד של הקבוצה המאוחדת?

תשובות:

1) א. 43 ילדים ב. 8 ימים ג. 60%.

2) א. טבלה ב. 3.72 ג. 15 ד. דיאגרמה.

| מספר החדרים | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | סך-הכול |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הדירות | 4 | 6 | 10 | 3 | 2 | 25 |
| מכפלת הנתון בשכיחות | 8 | 18 | 40 | 15 | 12 | 93 |




3) א. טבלה ב. 25 ג. 43.48 ד. לא 12 מתוך 25 ה. טבלה ו. מידה 45.

| מידת הנעליים | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנערים | 2 | 3 | 8 | 6 | 5 | 1 |
| השכיחות היחסית | $\frac{2}{25}$ | $\frac{3}{25}$ | $\frac{8}{25}$ | $\frac{6}{25}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{25}$ |

4) א. המשמעות היא שאם נחבר את כל הציונים ונחלק ב – 8 נקבל 7. ב. 8 ג. 3 מבחנים.

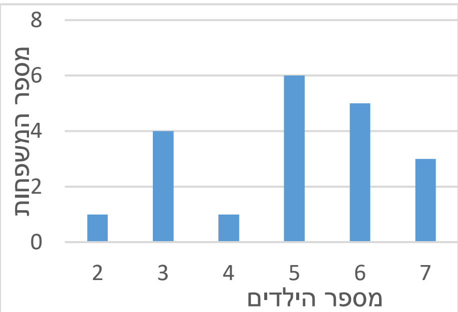
5) א. טבלה ב. 6 אנשים ג. 9 אנשים.

6) א. 35 ב. טבלה ג. מקום 18, החציון 3 ד. 15 ילדים ה. הממוצע: 5.2 ספרים.

| מספר הספרים | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 8 | 7 | 5 | 10 | 5 |
| השכיחות המצטברת | 8 | 15 | 20 | 30 | 35 |

7) א. 40 ב. טבלה, החציון 1.72 מ' ג. 18 ד. הממוצע.

8) א. 5 משפחות ב. 30 משפחות ג. 4.733 ד. דיאגרמה ה. 50%.




9) א. טבלה ב. 16 ג. 10 ד. 15 ה. 14.8 ו. דיאגרמה.

| מספר המילים | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 2 | 5 | 8 | 10 | 4 | 1 |

10) א. שניצל ב. 30% ג. לא ד. שניצל 12, פסטה 10, קציצות 8 מרק 4, אורז 6.
ד. לא זה משתנה איכותי.

11) א. 24 ב. דוח אחד ג. דוח אחד ד. 1.75.

12) א. טבלה ב. 4 סרטים ג. $\frac{13}{40}$ ד. 4.875 סרטים ה. 50%

13) א. טבלה ב.40 ג. טבלה ד. 8 הכי הרבה תלמידים קיבלו את הציון 8 ה. 7.5 ו. 7.325
ז. הממוצע והחציון.

14) תשובות: א. ממוצע: 1.63 מ', שכיח: 1.61 מ', החציון: 1.59 מ'. ב. (1) $a = 7$ (2) חציון 1.66 מ', שכיח 1.68 מ'.

15) א. 5 ב. טבלה ג. 30 ד. 5.2 ה. 5 ו. (1) כן, יהיה 6 (2) הממוצע יגדל (3) לא.

| מספר המתקנים | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הילדים | 3 | 5 | 10 | 7 | 5 |

16) 5.43

17) א. 42 ב. 22.4 שנים ג. 12 ד. (1) כן קטן (2) כן, עכשיו הוא 10 ה. 70.

18) א. 6 ב. 2 ג. 2 ד. 2.44 ה. (1) כן, 3 (2) כן, 3 ו. 2.5.

19) א. 1.802 מ' ב. 45.

20) א. "תמר": 3 "אגוז": 5 ב. "תמר": 4 "אגוז": 5 ג. "תמר": 3.9 "אגוז": 4.95 ד. 4.425.

# יחידה רביעית

## הסתברות

**<u>הסתברות</u>**

**הסתברות** היא ביטוי מספרי למידת הסבירות שמאורע מסוים יתרחש. ההסתברות של מאורע יכולה לקבל ערך מספרי שבים 0 ל- 1.

מאורע בלתי אפשרי הוא בעל הסתברות 0, ומאורע ודאי הוא בעל הסתברות 1.

ההסתברות היא מושג יסודי במתמטיקה ומוגדרת באופן אנליטי בתורת ההסתברות. שימוש מעשי נרחב במושג ההסתברות נעשה בתחומי הסטטיסטיקה, מדעי הטבע, מדעי המחשב, מדעי החברה ומדעים אחרים.

**שימושים**

חוסר הוודאות של מאורע, ולכן הצורך בחישוב או ההערכה של ההסתברות שלו עשויים לנבוע משני גורמים:

1. חוסר ודאות הנובע מהאקראיות שבטבע. דוגמה לכך היא התפרקות חומר רדיואקטיבי. אין אנו יכולים לדעת באיזה אטום ספציפי ובאיזה מועד מדויק תתרחש ההתפרקות הבאה, אם כי ניתן לדעת זאת במונחים סטטיסטיים-הסתברותיים.

2. חוסר ודאות הנובע ממידע חלקי הנמצא בידינו. דוגמה לכך היא הטלת מטבע, שעשויה להסתיים באחת משתי תוצאות אפשריות בלא שתהיה לנו דרך לחזות איזו תוצאה תצא בהטלה מסוימת. אם כי, בהינתן כל הנתונים הפיזיקליים הרלוונטיים ניתן תיאורטית לחשב את התוצאה. דוגמה נוספת היא השאלה "האם בשבוע הבא תפרוץ מלחמה?", שעליה נדרש המודיעין לענות. אף שייתכן שהאויב יודע תשובה ברורה לשאלה זו, המידע שבידי המודיעין הוא חלקי, לפיו יש לתת הערכה להסתברות של מאורע זה.

**שאלות של הסתברות עולות בהקשרים שונים.**

משחקי מזל. דוגמה: מהי ההסתברות שניחוש יחיד (בלוטו, בווינר וכדומה) יזכה בפרס הראשון? במיוחד מעסיקה שאלה זו את מארגן המשחק, שרוצה לתכנן את המשחק כדי שירוויח בו.

מצבי סיכון. דוגמה: מהי ההסתברות שאדם, המבטח את חייו, ימות במהלך השנה הקרובה? התשובה לשאלה זו קובעת את גובה הפרמיה שתדרוש חברת הביטוח.

מדעי הטבע. בפיזיקה, למשל, מבוססת התיאוריה הקינטית של הגזים על הסתברות. אין לנו ידע דטרמיניסטי על התנהגותה של כל מולקולה, אלא תיאור הסתברותי של תיאור כל המולקולות. גם בחקר רדיואקטיביות אין לנו ידיעה וודאית על גורלו של אטום מסוים, אך יש לנו ידיעה על ההסתברות להתפרקותו.

**נושאים מתמטיים**

הגדרת הסתברות לפי לפלאס (שכיחות יחסית).

טיפול אינטואיטיבי במושגים: מרחב מדגם, מאורע, מאורע ודאי, מאורע בלתי אפשרי, מאורע משלים, מאורעות זרים, מאורע דו-שלבי.

איחוד מאורעות, כאשר מדובר במאורעות זרים.

**מטרות כלליות**

התלמיד יבין שמשמעות ההסתברות היא הערכה של סיכוי להתרחשות של מאורע.

התלמיד יידע לחשב הסתברויות בסיטואציות הקשורות לתופעות חברתיות.

התלמיד ישתמש בטבלה דו-ממדית לתיאור תוצאות אפשריות במאורע דו-שלבי לצורך חישוב הסתברויות.

התלמיד יוכל לקבל החלטה לגבי האפשרות המועדפת באמצעות חישוב הסתברויות.

**מטרות אופרטיביות**

1. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של מצב, יתרגם התלמיד את הנתונים שבמצב זה למודל הסתברותי.
2. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של מצב, יחשב התלמיד את ההסתברות של מאורע על-פי הגדרת ההסתברות לפי לפלאס.
3. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של מצב, יחשב התלמיד את ההסתברות של מאורע המתקבל מאיחוד של מאורעות.
4. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של מצב, יחשב התלמיד את ההסתברות של מאורע משלים.
5. בהקשר מדעי וחברתי, בהינתן תיאור מילולי או ויזואלי של מצב, יחשב התלמיד את ההסתברות של מאורעות דו-שלביים (באמצעות טבלה).
6. בהקשר מדעי וחברתי, כאשר קיימות כמה אפשרויות, יידע התלמיד למצוא איזו אפשרות סבירה יותר או פחות במצב הנתון באמצעות שימוש בחישובי הסתברויות.

**משימת פתיחה עמוד 177**

היחידה פותחת עם משימת פתיחה שתילמד בכיתה בהדרכת המורה.

ניתן לבצע ניסיונות בדומה למשימת הפתיחה. למשל, מטבע (עץ או פלי), קלף (מספר או רקע), סביבון וכו'. מומלץ להיכנס לאתר ולהתנסות בהטלת מטבע מספר רב של פעמים.

(ברקוד זה מופיע במדריך בלבד) : מתוך אתר statcrunch (באנגלית)

לפניכם סרטון "מה זו בכלל הסתברות?" מומלץ לפתוח אתו את הנושא בכיתה :

**הסתברות של מאורעות חד-שלביים**

נושא "הסתברות" נלמד בחטיבת הביניים בכיתה ט'. בפרק זה נחזור ונבסס את הידע הנלמד.

הנושאים שיילמדו בפרק זה

√ התלמיד ילמד הסתברות לפי לפלאס.

√ התלמיד ילמד הסתברות באמצעות טבלה.

√ התלמיד ילמד הסתברות – תרגילים מיוחדים.

<u>מספר השעות המוקצות לפרק זה:</u> 4.5 שעות.

**א. <u>הסתברות לפי לפלאס</u>**

נחזור ונלמד את המושגים: מרחב מדגם, מאורע, מאורע בלתי אפשרי, מאורע אפשרי, מאורע ודאי, מאורעות זרים ומאורעות משלימים (נלמד בכיתה ט' בחטיבת הביניים).

**תזכורת עמוד 178**

מזכירים את הקשר בין שכיחות יחסית לבין הסתברות, מרחב המדגם, מאורע יסודי, מאורע מורכב, מאורע בלתי אפשרי, מאורע ודאי, מאורע אפשרי, מאורעות זרים ומאורעות משלימים. נקיים דיון בכיתה ונבקש מהתלמידים לתת לנו דוגמה/דוגמאות לכל מושג, על מנת לקשר את המושג "הסתברות" לחיי היומיום.

**דוגמה פתורה – חישוב הסתברות עמודים 179, 180**

מומלץ להקרין את התזכורת ולקרוא אותה יחד עם התלמידים. במידת הצורך ניתן להוסיף דוגמאות לצורך הסבר נוסף של המושגים. את הדוגמה הפתורה נקרין על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים, ויסביר בעל-פה את הפתרון.

בדוגמה הפתורה אנו עוסקים בתוצאות אפשריות בהטלת קובייה.

ניתן להגיע לכיתה עם כמה קוביות משחק על מנת לתת לתלמידים הזדמנות לחוות את המסיחים.

ביישומון הבא תוכלו לראות שככל שתטילו את הקובייה מספר רב שלפעמים, אז מספר הפעמים שכל פאה תתקבל יתקרב ל - $\frac{1}{6}$ ממספר ההטלות.

אנו ממליצים להיכנס ליישומון עם התלמידים. שנו ביישומון את מספר הקוביות ל – 1, המעבר מהטלות בודדות למספר רב של הטלות ממחיש היטב את ההסתברות לקבלת כל אחת מפאות הקובייה.

(מתוך אתר גיאוגברה (באנגלית): ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 1 עמוד 180**

סעיף א': בכל הקבוצה 17 חברים, $\frac{7}{17}$ מתוכם חוסנו.

סעיף ב': על מנת לחשב את השכיחות היחסית של האנשים שלא חוסנו ניתן להשתמש כמו בסעיף א': $\frac{10}{17}$ או להשתמש ב"משלים": $\frac{10}{17} = 1 - \frac{7}{17}$.

סעיף ג': ההסתברות שהוא יהיה מחוסן היא: $\frac{7}{17}$, כמו השכיחות היחסית.

**תרגיל 2 עמוד 180**

סעיף א': רגישים לגלוטן, $\frac{7}{30}$.

סעיף ב': החלק היחסי של ילדים בעלי מגבלה באוכל הוא: $\frac{8}{15} = \frac{16}{30}$.

סעיף ג': החלק היחסי של צמחונים הוא: $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$.

סעיף ד׳: תלמיד שאין לו הגבלה באוכל הוא המשלים של סעיף ב׳, משמע $\frac{7}{15}$.

**תרגיל 3 עמוד 181**

סעיף א׳: התוצאות האפשריות הן: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

סעיף ב׳: (1) 1, 2, 3, 4, משמע $\frac{2}{3}$, (2) 1, 3, 5, משמע $\frac{1}{2}$, (3) 3, 6, משמע $\frac{1}{3}$.

סעיף ג׳: חושב בסעיף ב׳.

**תרגיל 4 עמוד 181**

סעיף א׳: כ, ל, מ, נ, ס, ע.

סעיף ב׳: (1) ס, כ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, (2) כ, מ, נ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, (3) כ, ל, מ, נ $\frac{1}{6}$.

סעיף ג׳: חושב בסעיף ב׳.

אנו ממליצים להיכנס ליישומון עם התלמידים, תוכלו להציג בכיתה את סיבוב הרולטה ואת הקשר בין תוצאות הסיבוב לבין ההסתברות לקבלת כל גזרה.

(מתוך אתר nctm (באנגלית): ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 5 עמוד 181**

ניתן להגיע לכיתה עם סביבונים על מנת להתנסות.

סעיף א׳: נ, ג, ה, פ.

סעיף ב׳: (1) ג, ה $\frac{1}{2}$, (2) נ, ג, ה, פ 1 (כל האותיות), (3) 0.

סעיף ג׳: חושב בסעיף ב׳.

**תרגיל 6 עמוד 182**

סעיף א׳: 3, 4, 5, 6, 7, 8.

סעיף ב׳: הוצאת מספר זוגי, 4, 6, 8 מחצית המשקולות, $\frac{1}{2}$.

סעיף ג׳: משקולות שמספרן אי-זוגי, 3, 5, 7, מחצית המשקולות, $\frac{1}{2}$.

סעיף ד׳: 1, סך כל ההסתברויות.

סעיף ה׳: לכל היותר 4, משמע 3 או 4, ההסתברות: $\frac{1}{3}$.

סעיף ו׳: לפחות 4, משמע 4, 5, 6, 7, 8, ההסתברות: $\frac{5}{6}$.

סעיף ז׳: לא, כי המספר 4 מופיע פעמיים.

**תרגיל 7 עמוד 182**

סעיף א׳: תרגיל דומה לדוגמה הפתורה בעמודים 179, 180.

אנו ממליצים להיכנס ליישומון עם התלמידים, בו ניתן לבחור את מספר הפאות של הגוף שיוטל. הבחירה בגוף מפתחת דיון: כיצד מספר הפאות בגוף משפיע על ההסתברות לקבלת פאה מסוימת?

וכן, האם הגדלה של מספר הפאות מגדילה או מקטינה את ההסתברות לקבלת פאה מסוימת?

(מתוך אתר toytheater (באנגלית): ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 8 עמוד 182**

סעיף א׳: נסמן את מספר הרכיבים מסוג B ב – x, נסמן את מספר הרכיבים מסוג A ב – 2x, נרשום משוואה: $x + 2x = 12$, ונקבל 4 רכיבים מסוג B, ו – 8 רכיבים מסוג A.

סעיף ב׳: $\frac{2}{3}$.

סעיף ג׳: $\frac{2}{3}$, השכיחות היחסית וההסתברות הן היינו הך.

סעיף ד׳: זו אותה גברת.

סעיף ה׳: הוצאת רכיב מסוג B.

סעיף ו׳: $\frac{1}{3}$, סכום ההסתברויות של שני מאורעות משלימים הוא 1.

**תרגיל 9 עמוד 183**

סעיף א׳: 1, 2, 3, 4.

סעיף ב׳: (1) 0, אין אפשרות לקבל מספר שלילי, (2) קבלת מספר זוגי: 2, 4, $\frac{1}{2}$.

סעיף ג׳: קבלת מספר אי-זוגי.

סעיף ד׳: כן, הם מאורעות זרים וגם מאורעות משלימים.

**תרגיל 10 עמוד 183**

סעיף א׳: מאורעות זרים.

סעיף ב׳: מאורעות זרים.

סעיף ג׳: מאורעות שאינם זרים, המאורעות המשותפים הם: 545 קלוריות ו – 560 קלוריות.

**תרגיל 11 עמוד 183**

סעיף א׳: 2, 1, 0, -1, -2.

סעיף ב׳: (1) 2, 1, $\frac{2}{5}$, (2) -1, -2, $\frac{2}{5}$, (3) $\frac{1}{5}$.

סעיף ג׳: המאורעות הם זרים כי ב (1) אלו המספרים 2 ו – 1, ב (2) אלו המספרים -2, ו – -1, וב - (3) זהו המספר 0.

סעיף ד׳: ההסתברות היא 1 (ראו סעיף ג׳).

סעיף ה׳: כמו סעיף א׳.

סעיף ו׳: אין מאורע מספר גדול מ – 10, ההסתברות: 0.

**תרגיל 12 עמוד 184**

סעיף א׳: סך-הכול על המדף 26 צנצנות, ההסתברות לבחור בחומר C היא: $\frac{1}{2}$.

סעיף ב׳: מאורע המשלים למאורע בסעיף א׳: $\frac{1}{2}$.

סעיף ג׳ : כן.

סעיף ד׳ : לא תכיל את חומר A, משמע חומר B או C וההסתברות : $\frac{19}{26}$.

סעיף ה׳ : 1. הבחירה כוללת את כל האפשרויות.

סעיף ו׳ : 0, אין חומר כזה.

**תרגיל 13 עמוד 184**

תרגיל דומה לדוגמה הפתורה.

**תרגיל 14 עמוד 184**

סעיף א׳ : $\frac{5}{11}$.

סעיף ב׳ : מספר זוגי : $\frac{6}{11}$ (אם כוללים את 0 כמספר זוגי).

סעיף ג׳ : מספר אי-זוגי צהוב, משמע, 1, 3, 5, $\frac{3}{11}$.

סעיף ד׳ : שטח שאינו סגול : $\frac{6}{11}$.

סעיף ה׳ : מספר שלילי צהוב : 0.

סעיף ו׳ : 5 גזרות צהובות, נוריד את המספר 3 ונקבל : $\frac{4}{11}$.

**תרגיל 15 עמוד 184**

סעיף א׳ : לאוהד, ההסתברות 1.

סעיף ב׳ : ללביא, ההסתברות של אוהד : 0.

סעיף ג׳ : הסתברות שווה לשניהם : 1.

סעיף ד׳ : לאוהד. ההסתברות של אוהד $\frac{1}{3}$, וההסתברות של לביא : $\frac{1}{5}$.

סעיף ה׳ : ההסתברות של לביא : $\frac{1}{5}$, ההסתברות של אוהד : 0.

סעיף ו׳ : ההסתברות של לביא היא : 1, של אוהד : $\frac{2}{3}$.

**תרגיל 16 עמוד 185**

סעיף א׳ : העדפת וניל : $\frac{3}{8} = \frac{30}{80}$.

סעיף ב׳ : העדפת שוקולד : $\frac{1}{4} = \frac{20}{80}$.

סעיף ג׳ : העדפת משמש או מנטה : $\frac{5}{16} = \frac{25}{80}$.

סעיף ד׳ : העדפת פטל או וניל : $\frac{7}{16} = \frac{35}{80}$.

סעיף ה׳ : העדפת טעם שאינו וניל, המשלים של סעיף א׳ : $\frac{5}{8}$ .

סעיף ו׳ : העדפת טעם שאינו פטל : $\frac{15}{16} = \frac{75}{80}$.

סעיף ז׳ : סעיף א׳ וסעיף ה׳ : וניל ושאינו וניל, פטל או וניל ושאינו פטל או וניל....

**תרגיל 17 עמוד 185**

ההסתברות נתונה באחוזים, קל לחשב את המתבקש (בתשובות ההסתברות בשבר עשרוני).

סעיף א׳: ההסתברות לבחור בתלמיד כיתה ז׳: 15%.

סעיף ב׳: ההסתברות לבחור בתלמיד כיתה ט׳: 20%.

סעיף ג׳: ההסתברות לבחור בתלמיד כיתה י״א: 14%.

סעיף ד׳: ההסתברות לבחור תלמיד מכיתה י׳: 16%.

סעיף ה׳: ההסתברות לבחור תלמיד מחטיבת הביניים: 60%.

סעיף ו׳: ההסתברות לבחור מישהו מהחטיבה העליונה, המשלים של סעיף ה׳: 40%.

סעיף ז׳: סעיפים ה׳ ו – ו׳, התלמיד לומד או בחטיבת הביניים או בחטיבה העליונה.

**תרגיל 18 עמוד 185**

סעיף א׳: ההסתברות שהמחוג ייפול על גזרה מספר 2 היא: $\frac{1}{3}$.

סעיף ב׳: ההסתברות שהמחוג ייפול על גזרה מספר 6 היא: $\frac{1}{8}$.

סעיף ג׳: הגדול מ – 3, משמע 4, 5 או 6: $\frac{1}{3}$.

סעיף ד׳: הגדול מ – 5, משמע 6: $\frac{1}{8}$.

סעיף ה׳: קטן מ – 3, משמע 1 או 2: $\frac{7}{12}$.

סעיף ו׳: הקטן מ – 5, משמע 1, 2, 3, 4 או המשלים של 5 ו – 6: $\frac{19}{24}$.

סעיף ז׳: מספר זוגי: $\frac{7}{12}$.

סעיף ח׳: שהוא לפחות 4, משמע 4, 5 או 6: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.

סעיף ט׳: לכל היותר 3,משמע 1, 2, 3: $\frac{2}{3}$.

**תרגיל 19 עמוד 185**

סעיף א׳: בכיתה 40 תלמידים.

סעיף ב׳: ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל 6: $\frac{3}{20} = \frac{6}{40}$.

סעיף ג׳: לקבל ציון גבוה מ – 8 משמע 9 או 10: $\frac{1}{5} = \frac{8}{40}$.

סעיף ד׳: ההסתברות 8 או 10: $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$.

**תרגיל 20 עמוד 186**

סעיף א׳: דוח 1: $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$.

סעיף ב׳: 0, אין נהג בעל 6 דוחות חנייה.

סעיף ג׳: יותר מ – 2 דוחות חנייה, משמע, 3 או 4 דוחות: $\frac{17}{50}$.

סעיף ד׳: פחות מ – 2 דוחות חנייה, משמע 25 נהגים, ההסתברות שלנהג אין דוח חנייה: $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.

שימו לב! ההסתברות היא לא מתוך 50 נהגים.

**תרגיל 21 עמוד 186**

בכיתה 30 תלמידים.

סעיף א׳: ההסתברות שלתלמיד 6 איחורים: $\frac{7}{30}$.

סעיף ב׳: קטן מ – 6: 4 או 5: $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

סעיף ג׳: לפחות 6 משמע: 6, 7, 8, 9, 10: $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$, או לחלופין המשלים של סעיף ב׳.סעיף ד׳: לכל יותר 7, משמע 7, 6, 5, או 4: $\frac{19}{30}$.

סעיף ה׳: מספר זוגי של איחורים: $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

סעיף ו׳: 9 או 10: $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

סעיף ז׳: $\frac{9}{11}$.

**תרגיל 22 עמוד 186**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 23 עמוד 186**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.
תרגיל הפוך. נתונים משתנים, המראים את מספר הקילומטרים שצועד תומר במשך 20 ימים.
התלמידים נדרשים לחבר שאלות ולענות עליהן.
למשל, מהו השכיח? מהו הממוצע? מהו החציון? נבחר באקראי יום, מהי ההסתברות שתומר צעד אותו יום מעל הממוצע? ידוע כי נבחר יום שבו תומר צעד פחות מהשכיח. מהי ההסתברות שתומר עד באותו יום 4 ק״מ?

**תרגיל 24 עמוד 187**

דיאגרמת עמודות. בכיתות מתקשות נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| הציון | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 1 | 4 | 6 | 3 | 7 | 4 |

סעיף א׳: בכיתה 25 תלמידים.

סעיף ב׳: ציון גבוה מ – 9 קיבלו 4 תלמידים.

סעיף ג׳: ציונו גבוה מ – 9: $\frac{4}{25}$.

סעיף ד׳: ציון נמוך מ – 6 קיבל רק תלמיד אחד, וזוהי הסתברות נמוכה יותר מאשר 4 תלמידים שקיבלו ציון גבוה מ – 9.

סעיף ה׳: ההסתברות שציונו בין 6 ל – 9 כולל הוא כמו המשלים, שציונו גבוה מ – 9 או נמוך מ – 6:

$1 - \frac{5}{25} = \frac{4}{5}$.

**תרגיל 25 עמוד 187**

סעיף א׳: בבחירות הצביעו 60,000 אנשים.

סעיף ב׳: עבור מעין הצביעו: 25%, $25 = \frac{15000 \cdot 100}{60000}$.

סעיף ג׳: עבור נועה הצביעו: $0.467 = \frac{7}{15} = \frac{28000}{60000}$.

סעיף ד׳: אישה, משמע מעין או נועה, נחבר את סעיפים א׳ ו – ב׳: 0.716.

סעיף ה׳: 84 אנשים. נציב בנוסחה: $\frac{7}{15} = \frac{28000+x}{60180}$, נחשב, ונקבל: $x = 84$.

**תרגיל 26 עמוד 187**

סעיף א׳: נחבר את מספר היישובים ונקבל: 40 יישובים.

סעיף ב׳: 70 מ״מ גשם ירדו ב – 5 יישובים: $\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$.

סעיף ג׳: פחות מ – 30 מ״מ, משמע 10 או 20: $\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$.

סעיף ד׳: ירדו לפחות 60 מ״מ, משמע 60, 70 או 80: $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$.

סעיף ה׳: $\frac{5}{16}$. ידוע כי ירדו לפחות 60 מ״מ, זה קרה ב – 16 יישובים.

**תרגיל 27 עמוד 188**

סעיף א׳: מדדו את הטמפרטורה ב –40 יישובים.

סעיף ב׳: ההסתברות שהטמפרטורה הייתה $5^0$ היא: $\frac{1}{20} = \frac{2}{40}$.

סעיף ג׳: נמוכה מ – $1^0$, משמע 0, 1 -, או 2 -: $\frac{11}{40}$.

סעיף ד׳: טמפרטורה גבוה מ – $3^0$ הייתה ב – 7 יישובים, ולכן $\frac{2}{7}$.

סעיף ה׳: $\frac{9}{11}$.

**תרגיל 28 עמוד 188**

סעיף א׳: ההסתברות לזכות בהנחה של 30% היא: $\frac{1}{50} = \frac{10}{500}$.

סעיף ב׳: תשובה זהה לסעיף א׳.

סעיף ג׳: 80 אנשים יכולים לזכות בהנחה כלשהי, ולכן: $\frac{21}{25} = \frac{420}{500}$.

סעיף ד׳: לזכות בהנחה כלשהי הוא המשלים של סעיף ג׳, ולכן $\frac{4}{25}$.

סעיף ה׳: 80 אנשים זכו בהנחה, 20 לקוחות זכו בהנחה של 10%, ולכן ההסתברות היא: 0.25.

בכיתות מתקשות ניתן לערוך טבלת שכיחויות:

| מספר הלקוחות | 10 | 20 | 30 | 20 | 420 |
|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות היחסית | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.04 | 0.84 |
| אחוז ההנחה | 30% | 25% | 15% | 10% | 0 |

**תרגיל 29 עמוד 188**

סעיף א׳: סוג דם O יש ל – 25% מהאוכלוסייה.

סעיף ב׳: 55% מהאוכלוסייה יכולים לתרום לבעלי סוג דם B.

סעיף ג׳: בעל סוג דם B יכול לתרום ל – 40% מהאוכלוסייה.

סעיף ד׳: (1) בעל סוג דם O יכול לתרום לכולם, ולכן ההסתברות: 1. (2) רק 25% מהאוכלוסייה יכולים לתרום לבעל סוג דם O (אלה שהם בעצמם בעלי סוג דם זה).
בספר התשובות בשבר עשרוני.

**תרגיל 30 עמוד 189**

סעיף א׳, ב׳: רק אבן דומינו אחת סכום המספרים שלה הוא 11, ולכן ההסתברות $\frac{1}{28}$.

סעיף ג׳: מכפלת מספרים 6 היא שני אבני דומינו: $1 \cdot 6$ או $2 \cdot 3$, ולכן ההסתברות $\frac{1}{14} = \frac{2}{28}$.

סעיף ד׳: על 7 אבני דומינו רשומה הספרה 3, ולכן ההסתברות $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$.

**תרגיל 31 עמוד 189**

סעיף א׳: רק על אבן אחת רשומים המספרים 2, 2, ולכן ההסתברות $\frac{1}{28}$.

סעיף ב׳: שני מספרים שווים רשומים על 6 אבני דומינו, ולכן ההסתברות $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$.

סעיף ג׳: שני מספרים שסכומם 5 יכולים להתקבל מהצירוף: 0, 5, או 1, 4, או 2, 3, משמע $\frac{3}{28}$.

סעיף ד׳: שני מספרים שמכפלתם 2 יש רק על אבן אחת, וההסתברות $\frac{1}{28}$.

סעיף ה׳: האפשרויות הן: 6, 1 או 5, 1 או 4, 1 (מתוך 7 אפשרויות), וההסתברות $\frac{3}{7}$.

**תרגיל 32 עמוד 189**

סעיף א׳: ההסתברות לקבל 3: $\frac{1}{6}$.

סעיף ב׳: ההסתברות לקבל מספר קטן מ – 2, משמע לקבל 1: $\frac{1}{2}$.

סעיף ג׳: לקבל מספר אי-זוגי יש 4 אפשרויות, ולכן $\frac{3}{4}$.

סעיף ד׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
על 4 פאות יהיה רשום המספר 3, על פאה אחת המספר 1, ועל הפאה הנוספת המספר 2.

**תרגיל 33 עמוד 190**

בכיתות מתקשות נעביר את כל השכיחויות היחסיות לאחוזים.
מפלגה א׳: 20%, מפלגה ב׳: 15%, מפלגה ג׳: 20%, מפלגה ד׳: 25%, מפלגה ה׳: 10%, מפלגה ו׳: 10%. העיגול מחולק ל- 20 גזרות, ולכן כל גזרה מהווה 5%.

סעיף ב׳: למפלגות א׳ ו – ד׳ יש רק 45%,ולכן אינן יכולות להקים קואליציה.

סעיף ג׳: כן, למפלגות ב׳ ו – ג׳ יש רק 35% מהמצביעים.

סעיף ד׳: להצביע למפלגות ג׳ או ד׳: $45\% = 0.45$.

סעיף ה׳ : לפחות 15% מקולות המצביעים יש ל - 4 מפלגות, וההסתברות $0.8 = 80\%$.

**תרגיל 34 עמוד 190**

סעיף א׳ : (1) ההסתברות לקבל מספר זוגי היא : $\frac{1}{2}$. (2) מספר המתחלק ב – 3 : $\frac{1}{3}$. (3) מספר המתחלק ב – 9, ההסתברות היא $\frac{1}{12}$. (4) מספר זוגי או מספר המתחלק ב – 3 : $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$. (5) מספר זוגי וגבוה מ – 5 : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

סעיף ב׳ : המשחק לא הוגן. הסיכוי של ירון לקבל מספר המתחלק ב – 2 הוא : $\frac{1}{2}$, וההסתברות של אורי לקבל מספר המתחלק ב – 3 הוא : $\frac{1}{3}$.

אנו ממליצים להיכנס ליישומון יחד עם התלמידים. באתר יש לבחור בתריסריון (פאה מחומשת). ניתן להרחיב את הדיון להטלת תריסריון שיש בו פאות עם מספרים שחוזרים על עצמם, למשל :

(1) אם יש בו 3 פאות, שרשום עליהן המספר 1. מהי ההסתברות לקבל את המספר 1? ($\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$).

(2) על כמה פאות יש לרשום את המספר 1, אם ההסתברות לקבלתו היא : $\frac{3}{4}$? (תשובה : 9 פאות).

(מתוך אתר toytheater (באנגלית) : ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 35 עמוד 191**

סעיף א׳ : במטוס 180 מושבים.

סעיף ב׳ : בשורה 5 יש 6 מושבים, וההסתברות : $\frac{1}{30} = \frac{6}{180}$.

סעיף ג׳ : בטור B יש 30 מקומות, וההסתברות : $\frac{1}{6} = \frac{30}{180}$.

סעיף ד׳ : ליד החלון (מושב A ומושב F) : $\frac{1}{3} = \frac{60}{180}$.

סעיף ה׳ : ב – 5 שורות האחרונות יש 30 מושבים, וההסתברות : $\frac{1}{6} = \frac{30}{180}$.

סעיף ו׳ : ליד החלון או במעבר יש 4 מושבים בכל שורה : $\frac{2}{3} = \frac{120}{180}$.

סעיף ז׳ : בסמוך למעבר יש 60 מושבים, בשורות האחרונות יש 10 מושבים במעבר, וההסתברות : $\frac{1}{6} = \frac{10}{60}$.

בכיתות מתקשות ניתן לסרטט את המושבים במטוס :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | 1 | D | E | F |
| A | B | C | 2 | D | E | F |
| A | B | C | 3 | D | E | F |
| | | | . . . | | | |
| A | B | C | 26 | D | E | F |
| A | B | C | 27 | D | E | F |
| A | B | C | 28 | D | E | F |
| A | B | C | 29 | D | E | F |
| A | B | C | 30 | D | E | F |

**תרגיל 36 עמוד 191**

סעיף א׳: עובדי מנהלה: x, לבורנטים: 3x, חוקרים: 6x, סך כל העובדים: 10x.

סעיף ב׳: עובד מנהלה: $\frac{1}{10} = \frac{x}{10x}$.

סעיף ג׳: לבורנט: $\frac{3}{10} = \frac{3x}{10x}$.

סעיף ד׳: חוקר או לבורנט, משמע המשלים של סעיף א׳: $\frac{9}{10}$.סעיף א׳: אם לא נבחר חבר הנהלה, סך כל העובדים: 9x, וההסתברות: $\frac{2}{3} = \frac{6x}{9x}$.

## ב. <u>הסתברות באמצעות טבלה</u>

בסעיף זה נתבסס על שאלות מתחום המדע והחברה.

**דוגמה פתורה עמודים 191 – 193**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יסביר בעל-פה ללא צורך בקריאת המלל, הצגת שתי הדרכים (או דרך אחת) היא לשיקול דעת המורה בהתאם לרמת כיתתו.

מציגים 3 כיתות, שבכל אחת מהן מספר שונה של תלמידים, ומספר שונה של תלמידים שחוסנו או סירבו להתחסן.

בסעיפי השאלה בודקים את מספר התלמידים הכללי, את מספר התלמידים שחוסנו או לא חוסנו בשלוש הכיתות, ובכל כיתה בנפרד.

דרך א׳ פתרון ללא טבלה דו-ממדית, ודרך ב׳ בעזרת טבלה דו-ממדית.

**תרגיל 37 עמוד 193**

סעיף א׳: נוסיף את החסר:

| | קיבלו ציון של 580 ומעלה | קיבלו ציון פחות מ – 580 | סך-הכל |
|---|---|---|---|
| למדו בבית הספר "העלייה" | 240 | 360 | 600 |
| לא למדו בבית הספר "העלייה" | 140 | 250 | 390 |
| סך הכל | 380 | 610 | 990 |

סעיף ב׳: בסך הכול נבחנו 990 תלמידים.

סעיף ג׳: לא למד בבית הספר וקיבל מעל 580: $\frac{14}{99} = \frac{140}{990}$.

סעיף ד׳: למד בבית הספר וקיבל פחות מ – 580: $\frac{4}{11} = \frac{360}{990}$.

סעיף ה׳: למד בבית הספר וקיבל 580 ומעלה, : $\frac{8}{33} = \frac{240}{990}$ .

סעיף ו׳: התלמיד קיבל 580 ומעלה: $\frac{38}{99} = \frac{380}{990}$.

סעיף ז׳: ההסתברות, שתלמיד קיבל 580 ומעלה ולמד בבית הספר, גבוה מתלמיד שקיבל 580 ומעלה ולא למד בבית הספר "העלייה".

**תרגיל 38 עמוד 194**

סעיף א׳: השלמת טבלה.

| | מספר הנצחונות | מספר ההפסדים | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| קבוצת הבוגרים | 12 | 18 | 30 |
| קבוצת הנערים | 20 | 13 | 33 |
| קבוצת הילדים | 18 | 7 | 25 |
| סך הכול | 50 | 38 | 88 |

סעיף ב׳: ההסתברות של כלל ההפסדים של האגודה: $\frac{19}{44} = \frac{38}{88}$.

סעיף ג׳: הנערים ניצחו: $\frac{20}{33}$.

סעיף ד׳: הפסד של קבוצת הילדים: $\frac{7}{25}$.

סעיף ה׳: ההסתברות של קבוצת הילדים בנצחונות גבוה מההסתברות של קבוצת הבוגרים.

**תרגיל 39 עמוד 194**

סעיף א׳: השלמת הטבלה.

| | 0 – 2 דוחות חנייה | מעל 2 דוחות חנייה | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| נהג חדש | 160 | 20 | 180 |
| נהג מנוסה | 150 | 110 | 270 |
| סך הכול | 310 | 130 | 440 |

סעיף ב׳: נהג חדש שצבר 0 – 2 דוחות חנייה: $\frac{8}{9} = \frac{160}{180}$.

סעיף ג׳: $\frac{11}{13}$.

סעיף ד׳: ההסתברות שזהו נהג חדש גבוה יותר מההסתברות שזהו נהג מנוסה.

סעיף ה׳: ההסתברות שנהג מנוסה יצבור 0 – 2 דוחות חנייה גבוהה יותר מההסתברות שנהג מנוסה יצבור מעל 2 דוחות חנייה.

אנו ממליצים לתת לתלמידים כהעשרה, להיכנס לאתר ולקרוא על נהג חדש ונהג מנוסה.

**תרגיל 40 עמוד 195**

סעיף א׳: השלמת טבלה.

| | טופלו תרופתית | לא טופלו תרופתית | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| חלו במחלה מקומית | 180 | 140 | 320 |
| לא חלו במחלה מקומית | 320 | 160 | 480 |
| סך הכול | 500 | 300 | 800 |

סעיף ב׳: באי 800 תושבים.

סעיף ג׳: (1) חלה במחלה מקומית: $\frac{2}{5} = \frac{320}{800}$, (2) טופל תרופתית וחלה: $\frac{5}{8} = \frac{500}{800}$.

סעיף ד׳: מבין האנשים שטופלו תרופתית כמות גדולה של אנשים לא חלו במחלה המקומית, ולכן ניתן לשער כי הטיפול התרופתי יעיל.

**תרגיל 41 עמוד 195**

סעיף א׳: השלמת טבלה.

| | ללא תואר אקדמי | בעלי תואר ראשון | בעלי תואר שני ומעלה | סך הכול |
|---|---|---|---|---|
| גברים | 10 | 85 | 25 | 120 |
| נשים | 5 | 55 | 20 | 80 |
| סך הכול | 15 | 140 | 45 | 200 |

סעיף ב׳: ההסתברות שהוא גבר: $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$.

סעיף ג׳: אישה ללא תואר אקדמי: $\frac{5}{200} = \frac{1}{40}$.

סעיף ד׳: גבר או אישה בעלי תואר ראשון: $\frac{140}{200} = \frac{7}{10}$.

סעיף ה׳: הסיכוי לגבר בעל תואר שני ומעלה מכלל הגברים הוא: $\frac{25}{120} = \frac{5}{24}$, הסיכוי של אישה בעלת תואר שני ומעלה מכלל הנשים הוא: $\frac{20}{80} = \frac{1}{4}$, מכאן שההסתברות היא של הנשים.

סעיף ו׳: ההסתברות לבחור אישה מכלל העובדים האקדמאיים היא: $\frac{75}{185} = \frac{15}{37}$.

**תרגיל 42 עמוד 195**

בתרגיל זה נדרשים התלמידים לבנות את הטבלה בעצמם.

סעיף א׳: טבלה דו-ממדית.

| | התכוננו | לא התכוננו | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| קבוצה א׳ | 22 | 8 | 30 |
| קבוצה ב׳ | 18 | 10 | 28 |
| קבוצה ג׳ | 24 | 10 | 34 |
| סך הכל | 64 | 28 | 92 |

סעיף ב׳: התלמיד התכונן למבחן: $\frac{64}{92} = \frac{16}{23}$.

סעיף ג׳: לא התכונן למבחן מקבוצה א׳: $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

סעיף ד׳: כלל התלמידים שהתכוננו למבחן: 64, מקבוצה ב׳: $\frac{18}{64} = \frac{9}{32}$.

סעיף ה׳: הסיכוי להיכשל משום שלא למדת למבחן גבוה יותר מהסיכוי להיכשל אם למדת למבחן.

**תרגיל 43 עמוד 196**

סעיף א׳ : נבנה טבלה.

| | קיבלו דשן | לא קיבלו דשן | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| עגבניות | 70 | 30 | 100 |
| מלפפונים | 60 | 20 | 80 |
| פלפלים | 40 | 20 | 60 |
| סך הכל | 170 | 70 | 240 |

סעיף ב׳ : קיבלו דשן מיוחד : $\frac{17}{24} = \frac{170}{240}$.

סעיף ג׳ : פלפלים ללא דשן : $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$.

סעיף ד׳ : עגבניות מתוך כלל מקבלי הדשן : $\frac{7}{17} = \frac{70}{170}$.

סעיף ה׳ : הסיכוי לבחור במלפפונים שקיבלו דשן (0.75) גדול מההסתברות לבחור בעגבניות שקיבלו דשן (0.7).

**תרגיל 44 עמוד 196**

סעיף א׳ : נבנה טבלה.

| | מעל גיל 45 | גילי 30 - 45 | צעירים | סך-הכול |
|---|---|---|---|---|
| עובדי שיווק | 10 | 10 | 5 | 25 |
| מחסנאים | 12 | 18 | 10 | 40 |
| עובדי ייצור | 20 | 7 | 20 | 47 |
| סך-הכול | 42 | 35 | 35 | 112 |

סעיף ב׳ : ההסתברות לבחור מחסנאי : $\frac{5}{14} = \frac{40}{112}$.

סעיף ג׳ : עובד שיווק מתחת לגיל 30 : $\frac{5}{112}$.

סעיף ד׳ : עובד בגיל 30 – 45 : $\frac{5}{16} = \frac{35}{112}$.

סעיף ה׳ : ההסתברות שהוא לא יהיה עובד ייצור, משמע עובד שיווק או מחסנאי : $\frac{65}{112}$, ניתן גם להשתמש במשלים : $\frac{65}{112} = 1 - \frac{47}{112}$.

סעיף ו׳ : עובד שיווק מעל גיל 45 : $\frac{5}{21} = \frac{10}{42}$.

**תרגיל 45 עמודים 196, 197**

סעיף א׳ : נשלים את הטבלה.

| | קיבלו ציון 80 ומעלה | קיבלו ציון נמוך מ - 80 | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| ישנו יותר מ – 8 שעות בלילה שקדם לבגרות | 120 | 60 | 180 |
| ישנו פחות מ – 8 שעות בלילה שקדם לבגרות | 110 | 110 | 220 |
| סך הכול | 230 | 170 | 400 |

סעיף ב׳ : ישן יותר מ – 8 שעות : $\frac{9}{20} = \frac{180}{400}$.

סעיף ג׳: קיבל בבגרות מעל 80: $\frac{23}{40} = \frac{230}{400}$.

סעיף ד׳: קיבל יותר מ – 80 וישן פחות מ – 8 שעות: $\frac{11}{40} = \frac{110}{400}$

סעיף ה׳: $\frac{1}{2} = \frac{110}{220}$

סעיף ו׳: ההסתברות, שהתלמיד קיבל ציון גבוה מ – 80 וישן יותר מ – 8 שעות, גבוהה מזו של תלמיד, שציונו גבוה מ – 80 והוא ישן פחות מ – 8 שעות.

## ג. <u>הסתברות – תרגילים מיוחדים</u>

**דוגמה פתורה עמודים 197, 198**

נתונה ההסתברות, והתלמידים נדרשים לרשום את הנתונים המינימאליים בהתאם לכך.

**תרגיל 46 עמוד 198**

סעיף א׳: אפשרות ראשונה: לחשב את ההסתברות לבחירת גבר: $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$, האפשרות לבחירת אישה נתונה: $\frac{1}{3}$, השאר זו השכיחות היחסית של הילדים: $\frac{1}{4}$, והמסקנה: 9 ילדים.

אפשרות שנייה: נחשב את מספר הנשים: 12, ואז נחסר מ- 36 את מספר הגברים והנשים, ונקבל: 9 ילדים.

סעיף ב׳: ההסתברות לבחור בילד היא: $\frac{1}{4}$.

סעיף ג׳: ההסתברות שנבחר לא בילד, היא המשלים של סעיף ב׳: $\frac{3}{4}$.

סעיף ד׳: ללא ילדים יש 27 נוסעים, ההסתברות לבחור באישה היא: $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

(1) גברים: $x + 15$, סך-הכול: $x + 36$, (2) אנו מחפשים שהשכיחות היחסית של גברים תהיה: $\frac{6}{13}$.

נסמן את מספר הגברים הנוספים ב – x, ונרשום: $\frac{6}{13} = \frac{15+x}{36+x}$. נחשב, ונמצא: $x = 3$.

(3) כדי שההסתברות תהיה קטנה מ- $\frac{6}{13}$ יצטרפו 2 גברים או פחות.

**תרגיל 47 עמודים 198, 199**

סעיף א׳: שליש מהכדורים הם 5 כדורים אדומים, משמע בכד 15 כדורים בסך-הכול.

דרך נוספת: נסמן את מספר הכדורים הכולל ב – x, ונרשום: $5 = \frac{1 \cdot x}{3}$.

סעיף ב׳: ההסתברות להוציא כדור לבן היא $\frac{1}{5}$, ולכן בכד 3 כדורים לבנים ו – 7 כדורים שחורים.

דרך נוספת, ההסתברות להוציא כדור אדום או כדור לבן היא: $\frac{1}{3}$, ולכן ההסתברות להוציא כדור שחור היא: $\frac{7}{15}$.

סעיף ג׳: חישבנו בסעיף קודם: $\frac{8}{15}$ (סכום ההסתברויות של כדור אדום או כדור לבן).

סעיף ד׳: אם נוציא את הכדורים השחורים, יישארו לנו 8 כדורים. ההסתברות להוציא כדור לבן היא: $\frac{3}{8}$.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
נחשב כמה כדורים נוסיף כדי שההסתברות להוציא כדור אדום תהיה בדיוק חצי: $\frac{5+x}{15+x} = \frac{1}{2}$,
נחשב ונקבל: $x = 5$, יותר מ – 5 כדורים.

בכיתות מתקשות ניתן לבדוק באמצעות ניסוי וטעיה. מה יקרה אם נוסיף כדור אחד אדום: $\frac{5+1}{15+1}$,
מה יקרה אם נוסיף שני כדורים אדומים: $\frac{5+2}{15+2}$, וכך הלאה... מייגע, אך אפשרי, בהמשך ניתן לדלג על חלק מהניסיונות.

**תרגיל 48 עמוד 199**

סעיף א׳: ההסתברות לבחור באדריכל היא $\frac{1}{3}$, ולכן יש בוועדה 8 אדריכלים.

סעיף ב׳: ההסתברות לבחור במהנדס היא: $\frac{1}{2}$, ההסתברות לבחור באדריכל היא: $\frac{1}{3}$, האפשרות לבחור בהנדסאי היא: $\frac{1}{6}$. דרך נוספת: לחשב את מספר המהנדסים (12), לחשב את מספר האדריכלים (8), מספר ההנדסאים הוא: 4, ולחשב את השכיחות היחסית.

סעיף ג׳: מספר חברי הוועדה שאינם הנדסאים הוא: 20, ההסתברות לבחור באדריכל היא:
$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

סעיף ד׳: נחשב באמצעות נוסחה: $\frac{4+x}{24+x} = \frac{1}{3}$, נחשב ונמצא: $x = 6$.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
כדי שיהיו בדיוק $\frac{1}{3}$ הנדסאים נצרף 6 הנדסאים, כדי שההסתברות לבחור בהנדסאי תהיה קטנה מ - $\frac{1}{3}$, נצרף פחות מ – 6 הנדסאים.

**תרגיל 49 עמוד 199**

סעיף א׳: סך ההסתברויות לבחור במכונית בצבע כחול או אדום היא: $\frac{1}{5} + \frac{7}{40} = \frac{3}{8}$, ולכן ההסתברות לבחור מכונית בצבע אפור או לבן היא: $\frac{5}{8}$ (המשלים).

סעיף ב׳: אם $\frac{5}{8}$ הם 25 מכוניות, אזי השלם הוא: 40 מכוניות.
ניתן לחשב גם אחרת. היחס בין המכוניות בצבע אפור לבין המכוניות בצבע לבן הוא: $10 : 15 = 2 : 3$. אם $\frac{2}{5}$ הם 10, אזי השלם הוא 40 (החלק של המכוניות האפורות וכמותם בפועל).

סעיף ג׳: ההסתברות לבחור במכונית בצבע אפור היא $\frac{1}{4}$.

סעיף ד׳: נשתמש בנוסחה כמו בשאלות הקודמות: $\frac{7-x}{40-x} = \frac{1}{12}$, נחשב, ונקבל: $x = 4$.

סעיף ה׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.
נחשב כמה מכוניות יש להוסיף כדי שההסתברות לבחור במכונית בצבע לבן תהיה בדיוק $\frac{1}{2}$. $\frac{15+x}{40+x} = \frac{1}{2}$, נחשב ונקבל: $x = 10$. צריך להוסיף יותר מ – 10 מכוניות בצבע לבן.

**תרגיל 50 עמוד 199**

סעיף א׳: נרשום משוואה: $\frac{1}{5} = \frac{x}{30}$, $x = 6$. צריך לטמון 6 עציצים עם זרעי עגבנייה, כדי שההסתברות לבחור בעציץ כזה תהיה $\frac{1}{5}$.

סעיף ב׳: נחשב את הסיכוי להסתברות של $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6} = \frac{x}{30}$, $x = 5$. יותר מ – 5 משמע, לפחות 6 עציצים עם זרעי פלפל.

סעיף ג׳: נחשב את הסיכוי להסתברות של 0.4: $\frac{2}{5} = \frac{x}{30}$, $x = 12$. פחות מ - 12 עציצים עם זרעי חצילים (לכל היותר 11).

סעיף ד׳: נרשום משוואה: $\frac{1}{4} = \frac{9}{y}$, $y = 36$. זרעו 9 עציצים של זרעי עגבניות מתוך 36 עציצים, כך שחלקם היחסי הוא $\frac{1}{4}$.

**תרגיל 51 עמוד 200**

סעיף א׳: יש להזמין 36 רופאים כדי שההסתברות לבחור ברופא עור תהיה $\frac{1}{10}$.

סעיף ב׳: כדי שההסתברות תהיה $\frac{3}{8}$ עלינו לדאוג שיהיו 135 רופאי שיניים. נבדוק: $\frac{3}{8} = \frac{135}{360}$, נזמין פחות מ – 135 רופאי שיניים (לכל היותר 134).

סעיף ג׳: מספר האורתופדים שנזמין יהיה יותר מ – 60. נבדוק: $\frac{1}{6} = \frac{60}{360}$ משמע לפחות 61.

סעיף ד׳: $\frac{1}{9} = \frac{50}{y}$, $y = 450$. נזמין 450 רופאים, מהם 50 רופאי משפחה.

**תרגיל 52 עמוד 200**

סעיף א׳: יש 12 חלונות כדי שההסתברות לזכות יהיה $\frac{1}{4}$, עלינו לדאוג שבשלושה חלונות יהיה פרס.

סעיף ב׳: כדי שההסתברות לזכות תהיה יותר מ- $\frac{1}{3}$, עלינו לדאוג שיהיו לפחות 5 חלונות פרס.

סעיף ג׳: כדי שההסתברות תהיה 0.6 עלינו לדאוג ל – 7.2 חלונות פרס. מספר כזה אינו אפשרי, ולכן נצבע לכל היותר 7 חלונות.

סעיף ד׳: נרשום משוואה: $\frac{1}{5} = \frac{4}{a}$, $a = 20$. ניתן כמובן לחשב ללא שימוש בנוסחה. $\frac{1}{5}$ הם 4, מהו השלם?

**הסתברות של מאורעות דו-שלביים**

מאורעות דו-שלביים נלמדו בחטיבת הביניים. בפרק זה אנו חוזרים ומבהירים כיצד אנו משתמשים בהסתברות זו בחיי היומיום.

מספר השעות המוקדשות לפרק זה: 3.5 שעות.

**הסבר ודוגמה פתורה – הטלת שתי קוביות עמודים 201 – 204**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמאות הפתורות על הלוח. המורה יעבור על כל הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים, ויסביר בעל-פה את כל השלבים הנדרשים לפתרון.

לוויזואליות של הצגת הטבלאות על הלוח יש חשיבות גדולה מבחינת בניית הטבלה ומציאת הפתרון בעזרת הטבלה. בכיתות מתקשות כדאי להכין לתלמידים טבלאות מוכנות של 4 x 4 ו – 6 x 6 כדי להקל עליהם. מומלץ גם להכין טבלה מוכנה של הטלת שתי קוביות (עם ניילון) כדי שנוכל לתלות על הלוח במידת הצורך.

ניתן להתבונן בטבלה של הטלת שתי קוביות (או הטלת קובייה אחת פעמיים) עם התלמידים ולחקור אותה לפני שמתחילים עם הדוגמה הפתורה. נסתכל על האלכסונים, נראה כי יש מספרים שמופיעים פעמיים אם כי לא באותו סדר, ונסביר את המשמעות.

אפשר להגיע לכיתה עם סביבונים וקוביות על מנת להמחיש את הנושא.

בדוגמה הפתורה יש הסבר נרחב כיצד ממלאים את הטבלה.

ניתן לסרטט על הלוח (או להדביק טבלה ריקה), ולמלא אותה יחד עם התלמידים.

דוגמה

6 מסיחים, מהי ההסתברות למאורעות מסוימים בהטלת שתי קוביות.

אנו ממליצים לתת לתלמידים להיכנס ליישומון ולהתנסות בהטלה וירטואלית של שתי קוביות.

ניתן לשאול את התלמידים :

(1) אם נטיל את הקוביות 36 פעמים, האם נקבל את כל אחת מ – 36 התוצאות שבדוגמה הפתורה? (תשובה : לא בהכרח).

(2) האם הטלה של שתי קוביות היא כמו הטלה של קובייה אחת פעמיים? (תשובה : כן).

יישומון המדמה הטלת 2 קוביות (מתוך אתר toy theater (באנגלית) : ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

אנו ממליצים להציג בכיתה את הסרטון, הממחיש את התוצאות בהטלת שתי קוביות. אנו ממליצים לעצור את הסרטון לאחר 37 שניות, ולשאול את התלמידים : האם המשחק הוגן?

אפשר לעצור שוב אחרי 52 שניות, ולשאול את התלמידים : איך לדעתם הגיעו לכך שההסתברות לזכייה של השחקן השני היא 56%?

בכיתות מתקשות ניתן לעצור את הסרטון לאחר 2:10 דקות.

(מתוך TED – ED, הסרטון באנגלית וניתן להוסיף לו תרגום בעברית על-ידי לחיצה על הגדרות ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

לפניכם מגוון יישומונים (גיאוגברה) להטלת מטבעות וקוביות: (ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

**תרגיל 53 עמודים 204, 205**

הטלת שני מטבעות כל צד צבוע בצבע שונה.

כשאנו כותבים מספרים, אנו רושמים את הזוג הסדור משמאל לימין כאשר אנו רושמים "עברית", אנו רושמים את הזוג הסדור מימין לשמאל.

סעיף א': נשלים את הטבלה:

| | אדום | ירוק |
|---|---|---|
| אדום | (א, א) | (י ,א) |
| ירוק | (א, י) | (י, י) |

סעיף ב': (א, א) או (י, י).

סעיף ג': המטבעות מראים אותו צבע פעמיים, ולכן ההסתברות היא 0.5.

סעיף ד': שני המטבעות יראו צבעים שונים: (א, י) או (י, א) (הסבירו לתלמידים שזה לא אותו דבר).

סעיף ה': ההסתברות: 0.5.

סעיף ו': הסעיפים הם משלימים. הסבר: לפי התשובות לסעיפים ב' ו – ד' אנו רואים שכיסינו את כל מרחב המדגם.

**תרגיל 54 עמוד 205**

סעיף א': נשלים את הטבלה:

| | 1 | - 1 |
|---|---|---|
| 1 | (1 ,1) | (1 ,- 1) |
| - 1 | ( - 1 ,1) | (- 1 , - 1) |

סעיף ב': מספרים שווים יתקבלו בשתי הטלות, משמע 0.5 (ראו תרגיל 53).

סעיף ג': יש רק אפשרות אחת לקבל סכום 2 (1, 1), ולכן ההסתברות היא: 0.25.

סעיף ד': אותה תשובה כמו סעיף ב'.

סעיף ה': ההסתברות שסכום המספרים אינו חיובי היא: 0.75,הכול מלבד (1, 1).

סעיף ו': 0.

**תרגיל 55 עמוד 205**

בכיתות מתקשות נבנה טבלה או נרשום את האפשרויות: (ת, מ), (ת, ת), (מ, ת), (מ, מ).

סעיף א': ההסתברות ששני המטבעות יראו אותו צד היא: 0.5.

סעיף ב': ההסתברות להראות שני צדדים שונים: 0.5.

סעיף ג': ההסתברות שבדיוק אחד המטבעות יראה תמונה זהה לסעיף ב': 0.5.

סעיף ד': לפחות אחד המטבעות יראה תמונה משמע יש להוסיף גם את (ת, ת), וההסתברות: 0.75.

סעיף ה': לכל היותר מטבע אחד יראה תמונה והוא המשלים של סעיף ד' 0.25.

**תרגיל 56 עמוד 205**

תרגיל דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 57 עמודים 205, 206**

מרחיבים את היריעה שני סביבונים.

סעיף א': נשלים את הטבלה:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | (1 ,1) | (1 ,2) | (1 ,3) | (1 ,4) |
| 2 | (2 ,1) | (2 ,2) | (2 ,3) | (2 ,4) |
| 3 | (3 ,1) | (3 ,2) | (3 ,3) | (3 ,4) |
| 4 | (4 ,1) | (4 ,2) | (4 ,3) | (4 ,4) |

סעיף ב': שני הסביבונים יראו אותו מספר: (4, 4), (3, 3), (2 ,2), (1 ,1).

סעיף ג׳: ההסתברות היא: $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$.

סעיף ד׳: המאורע: סכום המספרים 7. האפשרויות הן: (4, 3) ו – (3, 4).

סעיף ה׳: $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$.

סעיף ו׳: המאורע המשלים: שני הסביבונים לא יראו אותו מספר, ההסתברות: $\frac{3}{4}$.

**תרגיל 58 עמוד 206**

תרגיל דומה לתרגיל 57, במקום מספרים יש אותיות.

**תרגיל 59 עמוד 206**

ניתן להשתמש בטבלה של תרגיל 56 או תרגיל 57.

**תרגיל 60 עמוד 206**

בתרגיל זה מדברים על סכום המספרים.

בכיתות מתקשות נרשום את סכום המספרים מעל הזוג הסדור בכל משבצת.

סעיף א׳: המספרים שיכולים להתקבל כסכום: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

סעיף ב׳: האפשרות לקבל 8: (4, 4), (3, 5), (5, 3).

סעיף ג׳: אין אפשרות לקבל סכום 5, הסכום הנמוך ביותר הוא: 6.

סעיף ד׳: סכום המספרים שלו הסיכוי הגבוה ביותר להתקבל הוא: 9.

סעיף ה׳: $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$.

**תרגיל 61 עמוד 207**

סעיף א׳: משלימים את הטבלה, ראו טבלה בדוגמה הפתורה עמוד 201.

סעיף ב׳: לקבל שני מספרים זהים: (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6). ההסתברות: $\frac{1}{6}$.

סעיף ג׳: שני המספרים שסכומם 10: (5, 5), (4, 6), (6, 4), ההסתברות: $\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$.

סעיף ד׳: שני מספרים שסכומם 10: 3 אפשרויות, שני מספרים זהים. 5 אפשרויות (חיסרנו את הזוג (5, 5), ההסתברות: $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$.

סעיף ה׳: שני מספרים, שסכומם 10 והם זוגיים. שתי אפשרויות: (6, 4) ו – (4, 6), ההסתברות: $\frac{1}{18}$.

סעיף ו׳: ההסתברות לקבל סכום 14 היא 0.

**תרגיל 62 עמוד 207**

סעיף א׳: טבלה כמו בתרגיל 60.

סעיף ב׳: האפשרות לקבל סכום 7: (1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3).: ההסתברות: $\frac{1}{6}$

סעיף ג׳: סכום שונה מ – 7 הוא המשלים של סעיף ב׳, וההסתברות: $\frac{5}{6}$.

סעיף ד׳: כן, הם מאורעות משלימים.

סעיף ה׳: ההסתברות שעל קובייה אחת מספר זוגי, ועל הקובייה השנייה מספר אי-זוגי היא: 0.5.

ניתן לראות מהטבלה.

נראה לתלמידים כי בכל שורה או עמודה חצי מהזוגות הם זוגיים ואי-זוגיים.

סעיף ו׳: שתי הקוביות יראו מספרים שווים וזוגיים: $\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$.

סעיף ז׳: יש 4 אפשרויות לקבל סכום 5, לקבל את הזוג (2, 3) יש רק אפשרות אחת: $\frac{1}{4}$.

טעות נפוצה: (2, 3) זה כמו (3, 2).

**תרגיל 63 עמוד 207**

סעיף א׳: מרחב המדגם של הטבלה כמו בתרגיל 60, 36 אפשרויות.

סעיף ב׳: סכום גדול מ – 10,משמע 11 או 12. ההסתברות: $\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$.

סעיף ג׳: סכום מספרים קטן מ – 4. הזוגות האפשריים: (1, 1), (1, 2), (2, 1) ההסתברות: $\frac{1}{12}$.

סעיף ד׳: ההסתברות: $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$.

סעיף ה׳: ההסתברות: $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$.

סעיף ו׳: ההפרש 0: זה כמו שני מספרים זהים: $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$.

סעיף ז׳: לכל היותר קובייה אחת תראה 2, והיא המשלים של (2, 2): $\frac{35}{36}$.

**תרגיל 64 עמוד 208**

סעיף א׳: סכום המספרים קטן מ – 5: (1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (1, 3), (2, 2), ההסתברות: $\frac{1}{6}$.

סעיף ב׳: סכומם גדול מ – 9, משמע 10, 11, או 12: $\frac{1}{6}$.

סעיף ג׳: ההסתברות לקבל פעם אחת 3: $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$.

סעיף ד׳: למספר האפשרויות של סעיף ג׳ יש להוסיף 4 אפשרויות מסעיף א׳: $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$.

סעיף ה׳: הפרש המספרים יהיה 2: $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$.

סעיף ו׳: שני מספרים שסכומם גדול מ – 8: (6, 3), (3, 6), (5, 4), (4, 5), (5, 5), (6, 4), (4, 6), (6, 5), (5, 6), (6, 6), ההסתברות ששניהם אי-זוגיים: $\frac{1}{10}$.

סעיף ז׳: ההסתברות, שלפחות על קובייה אחת יהיה מספר זוגי, היא המשלים לקובייה שעליה שני מספרים אי-זוגיים: $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$.

**תרגיל 65 עמוד 208**

סעיף א׳: סכום המספרים: 2 – 12.

סעיף ב׳: סכום 6: (1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3).

סעיף ג׳: סכום 10: (5, 5), (4, 6), (6, 4). ההסתברות: $\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$.

סעיף ד׳: סכום המספרים הוא 7.

סעיף ה׳ : ההסתברות לקבל סכום 7 : $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$.

**תרגיל 66 עמוד 208**

בתרגיל זה מדברים על הפרש. בכיתות מתקשות נרשום את הפרש המספרים מעל כל זוג סדור.

סעיף א׳ : המספרים שיכולים להתקבל כהפרש : 0, 1, 2, 3, 4, 5.

סעיף ב׳ : האפשרויות לקבל הפרש 4 : (6, 2), (2, 6), (5, 1), (1, 5). ההסתברות : $\frac{1}{9}$ .

סעיף ג׳ : לקבל הפרש 5 : (6, 1), (1, 6), ההסתברות : $\frac{1}{18} = \frac{2}{36}$.

סעיף ד׳ :  הפרש המספרים, שיש לו את הסיכוי הגבוה ביותר להתקבל, הוא : 1.

סעיף ה׳ : ההסתברות : $\frac{5}{18} = \frac{10}{36}$.

**תרגיל 67 עמוד 208**

בתרגיל זה אנו עוסקים במטבע וסביבון (טבלה 2 x 4).

סעיף א׳ : השלמת טבלה (ראו דפי התשובות).

סעיף ב׳ : שתי אותיות זהות : $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

סעיף ג׳ : ההסתברות לקבל את האות ג׳ פעם אחת : $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.

סעיף ד׳ : ההסתברות לקבל את האות ג׳ <u>לפחות</u> פעם אחת, יש להוסיף את הזוג (ג, ג) : $\frac{5}{8}$ .

**תרגיל 68 עמוד 209**

שילוב של קובייה וסביבון, 24 אפשרויות.

סעיף א׳ : השלמת טבלה ראו דפי התשובות.

סעיף ב׳ : הקובייה והסביבון יראו אותו מספר : $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$.

סעיף ג׳ : הסביבון יראה מספר גדול מהקובייה : (4, 3), (4, 2), (4, 1) (3, 2), (3, 1) (2, 1). ההסתברות : $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

סעיף ד׳ : סכום המספרים יהיה 7 : (6, 1), (5, 2), (4, 3), (3, 4). ההסתברות : $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$.

סעיף ה׳ : הפרש המספרים יהיה 1 :  (5, 4), (4, 3), (3, 4), (3, 2), (2, 3), (2, 1), (1, 2), ההסתברות : $\frac{7}{24}$.

סעיף ו׳ : סכום המספרים לפחות 8 : (6, 2), (6, 3), (6, 4), (5, 4), (5, 3), (4, 4), ההסתברות : $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

**תרגיל 69 עמוד 209**

סעיף א׳ : אותה טבלה כמו תרגיל 68.

סעיף ב׳ : הסתברות שהסביבון והקובייה לא יראו אותו מספר : נחסר מסך כל התוצאות את ארבעת הזוגות, שבהם יש זוג מספרים זהים. ההסתברות : $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$.

סעיף ג׳ : סכום המספרים גדול או שווה ל – 6 : (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (5, 4), (5, 3), (5, 2), (5, 1), (4, 4), (4, 3), (4, 2),  (3, 4), (3, 3), (2, 4). ההסתברות : $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.

סעיף ד׳: לכל היותר 6: $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$.

סעיף ה׳: הסביבון והקובייה יראו מספרים זוגיים: $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

סעיף ו׳: זוגיים ושונים: (6, 2), (6, 4), (4, 2), (2, 4), ההסתברות: $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$.

סעיף ז׳: לפי סעיף ה׳ יש 6 אפשרויות, ומהן יש להחסיר את שני הזוגות, שבהם המספרים שווים: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

סעיף ח׳: סכום המספרים זוגי: $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$.

**תרגיל 70 עמוד 209**

בכיתות מתקשות רשמו את המכפלות מעל כל סוג סדור.

סעיף א׳: השלמת טבלה.

סעיף ב׳: מכפלת המספרים 10: (5, 2), (2, 5), ההסתברות: $\frac{1}{18} = \frac{2}{36}$.

סעיף ג׳: מכפלת המספרים גדולה מ – 12, ההסתברות: $\frac{13}{36}$.

סעיף ד׳: מכפלת המספרים קטנה מ – 5: $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$.

סעיף ה׳: מכפלת המספרים מתחלקת ב – 5: $\frac{11}{36}$ .

**תרגיל 71 עמוד 210**

סעיף א׳: מכפלת המספרים 30, (5, 6), (6, 5), ההסתברות: $\frac{1}{18} = \frac{2}{36}$.

סעיף ב׳: ... השתמשו בטבלת המכפלות שבתרגיל 70.

**תרגיל 72 עמוד 210**

במשחק זה יש לנו 25 אפשרויות.

| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | רותי / אתי |
|---|---|---|---|---|---|
| ( 5, 1 ) | ( 4, 1) | ( 3, 1 ) | ( 2, 1) | ( 1, 1 ) | 1 |
| (5, 2 ) | ( 4, 2) | ( 3, 2) | ( 2, 2 ) | ( 1, 2 ) | 2 |
| ( 5, 3 ) | ( 4, 3) | ( 3, 3 ) | ( 2, 3 ) | ( 1, 3) | 3 |
| ( 5, 4 ) | ( 4, 4 ) | ( 3, 4) | ( 2, 4) | ( 1, 4 ) | 4 |
| ( 5, 5 ) | ( 4, 5) | ( 3, 5) | ( 2, 5) | ( 1, 5) | 5 |

סעיף ב׳: רותי מנצחת. מספר האפשרויות לקבלת מספר זוגי הוא 13, $\frac{13}{25}$.

סעיף ג׳: המשחק לא הוגן אתי מנצחת רק ב – 12 מתוך 25 אפשרויות.

סעיף ד׳: כן המשחק הוגן, כל אחת יכולה לנצח ב – 18 מתוך 36 אפשרויות.

סעיף ה׳: המשחק לגמרי לא הוגן, ההסתברות לקבל מכפלה זוגית היא: $\frac{16}{25}$.

**תרגיל 73 עמוד 210**

סעיף א׳ : ההסתברות לקבל 2 היא : $\frac{1}{3}$.

סעיף ב׳ : ההסתברות לקבל בשתי הטלות 2 היא : $\frac{1}{9}$.

סעיף ג׳ : $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$.

סעיף ד׳ : מכפלת המספרים 9, משמע לקבל בשתי ההטלות 3, ההסתברות : $\frac{1}{9}$.

סעיף ה׳ : על שלוש פאות תהיה רשומה הספרה 3, ועל שלוש הפאות האחרות 1 או 2.

**תרגיל 74 עמודים 210, 211**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

מאורע III הוא מאורע ודאי, המכפלה הגבוהה ביותר היא 60.

סעיף א׳ : מאורעות I ו – II הסיכוי להתרחשותם שווה : $\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$.

סעיף ב׳ : לא, לכל המאורעות יש סיכוי להתרחש.

סעיף ג׳ : מאורע III התרחשותו ודאית.

סעיף ד׳ : למשל, בזריקת שתי קוביות : מהי ההסתברות שהפרש המספרים יהיה קטן מ -6?

סעיף ה׳ : למשל, בזריקת שתי קוביות הוגנות : גדולה מכפלת המספרים מ- 40.

סעיף ו׳ : בהטלת שתי קוביות הוגנות : האם ההסתברות לקבל סכום גדול מ – 7 שווה בהסתברותו לקבלת סכום קטן מ – 7?

**תרגיל 75 עמוד 211**

סעיף א׳ : השלמת טבלה.

סעיף ב׳ : ההסתברות היא : 0, ברגע שיש את המספר 1 עם מספר אחר, המספר האחר גדול ממנו.

סעיף ג׳ : ההסתברות : $\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$.

סעיף ד׳ : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

סעיף ה׳ : $\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$.

סעיף ו׳ : $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$.

סעיף ז׳ : לא, יש להם איברים משותפים.

**תרגיל 76 עמודים 211, 212**

סעיף א׳ : השלמת הטבלה.

סעיף ב׳ : $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$.

סעיף ג׳ : $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$.

סעיף ד׳ : ההסתברות לקבל בדיוק קלף אחד יהלום : $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$.

סעיף ה׳ : לכל היותר קלף אחד תלתן, משמע צריך לחסר מכלל הזוגות 4 זוגות : $\frac{13}{15} = \frac{26}{30}$.

**תרגיל 77 עמוד 212**

סעיף א׳ : השלמת טבלה.

סעיף ב׳ : התאים מושחרים, משום שבתאים אלה רשום פעמיים שמו של אותו אתלט או אתלטית, או רשום פעמיים אותו זוג, למשל (ערן, איתמר) ו – (איתמר, ערן).

סעיף ג׳ : ההסתברות ששירי וערן יתחרו היא : $\frac{1}{10}$ .

סעיף ד׳ : ההסתברות שאיתמר ישתתף בתחרות היא : $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$.

סעיף ה׳ : ההסתברות שרעות לא תתחרה היא : $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

סעיף ו׳ : $\frac{7}{10}$.

סעיף ז׳ : ההסתברות שיתחרו שני בנים היא : $\frac{3}{10}$ , והיא גבוהה מההסתברות שיתחרו שתי בנות : $\frac{1}{10}$ .

**תרגיל 78 עמוד 212**

סעיף א׳ : השלמת טבלה.

סעיף ב׳ : ההסתברות לזכות ב – 1,400 שקלים היא : $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$.

סעיף ג׳ : ההסתברות לא לזכות בכלל היא : $\frac{1}{16}$ .

סעיף ד׳ : ההסתברות לזכות בפרס הגבוה מ – 600 שקלים היא : $0.5 = \frac{8}{16}$ .

סעיף ה׳ : לזכות לפחות ב – 400 שקלים, משמע לא לזכות ב – 0 או 200 שקלים : $\frac{13}{16} = \frac{3}{16} - 1$.

**תרגיל 79 עמוד 213**

סעיף א׳ : השלמת טבלה.

סעיף ב׳ : ההסתברות ששני המספרים שיתקבלו, סכומם 0,היא : $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

סעיף ג׳ : ההסתברות שסכום המספרים יהיה חיובי : $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$.

סעיף ד׳ : הפרש המספרים לפחות 4 : $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$.

סעיף ה׳ : הזוגות שהפרשם הוא לפחות 4 הם : (2, 2 -), (3, 2 -), (3, 1 -), (3, 2 - ), (1, 3 -), (2, 3 - ).

ההסתברות שהפרשם 5 הוא : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

בכיתות מתקשות רשמו מעל כל זוג סדור את סכום המספרים, ומתחת את הפרשם.

**תרגיל 80 עמוד 213**

נבנה טבלת שכיחויות (בכל משבצת נרשום את מכפלת המספרים, ולא זוג סדור).

מתוך 12 תאים, 6 תאים מכפלתם שלילית, ו - 6 תאים מכפלתם חיובית, ולכן הסיכוי לנצח שווה.

| | **- 2** | **- 1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|---|
| **- 1** | 2 | 1 | - 2 | - 3 |
| **2** | - 4 | - 2 | 4 | 6 |
| **3** | - 6 | - 3 | 6 | 9 |

**תרגיל 81 עמוד 213**

נבנה שתי טבלאות, האחת טבלת מכפלה והשנייה טבלת סכום.

| + | **- 5** | **- 1** | **2** | **6** |
|---|---|---|---|---|
| **- 3** | - 8 | - 4 | - 2 | 3 |
| **2** | - 3 | 1 | 4 | 8 |
| **6** | 1 | 5 | 8 | 12 |

| . | **- 5** | **-1** | **2** | **6** |
|---|---|---|---|---|
| **- 3** | 15 | 3 | 6 | - 18 |
| **2** | - 10 | - 2 | 4 | 12 |
| **6** | - 30 | - 6 | 12 | 36 |

סעיף א׳ : המשחק הוגן כי מספר התאים שמכפלתם חיובית שווה למספר התאים שמכפלתם שלילית.

סעיף ב׳ : המשחק אינו הוגן, כי מספר התאים שסכומם חיובי גדול ממספר התאים שסכומם שלילי.

סעיף ג׳ : המשחק הוגן, כי מספר התאים שסכומם שווה או קטן מ - 1, שווה למספר התאים שסכומם גדול מ - 1.

**תרגיל 82 עמוד 213**

בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

תרגיל זה מיועד לעבודה בקבוצות, או לחשיבה.

ניתן להשתמש בתרגיל זה כהערכה חלופית.

נמלא את הטבלה :

| קובייה / רולטה | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| - 1 | (- 1 ,1) | (- 1 ,2) | (- 1 ,3) | (- 1 ,4) | (- 1 ,5) | (— 1 ,6) |
| 0 | (0 ,1) | (0 ,2) | (0 ,3) | (0 ,4) | (0 ,5) | (0 ,6) |
| 1 | (1 ,1) | (1 ,2) | (1 ,3) | (1 ,4) | (1 ,5) | (1 ,6) |

שאלות אפשריות :

מהי ההסתברות שסכום המספרים יהיה שלילי?

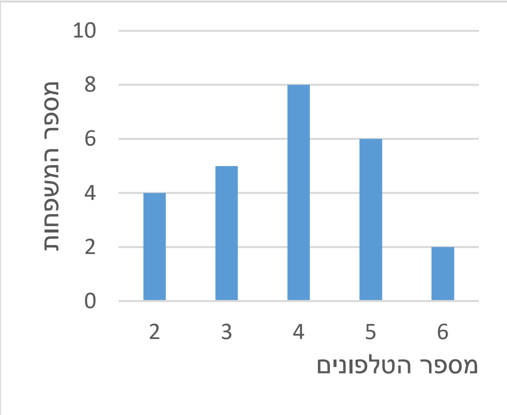
מהי ההסתברות שמכפלת המספרים תהיה אי-שלילית?

מהי ההסתברות שסכום המספרים הוא 3?

מהי ההסתברות שלכל היותר המספר 1 יופיע רק פעם אחת?

**מבדק מספר 4**

1. לפניכם דיאגרמה המתארת את התפלגות מספר הטלפונים הסלולריים למשפחה בבניין מסוים.




א. כמה משפחות בבניין?
ב. לכמה משפחות יש פחות מ – 4 טלפונים סלולריים?
ג. בוחרים באקראי משפחה מהי ההסתברות שלמשפחה יש 3 טלפונים סלולריים?
ד. האם ההסתברות לבחור במשפחה, שלה 4 טלפונים סלולריים, שווה להסתברות לבחור במשפחה שלה יותר מ – 4 טלפונים סלולריים?

2. בית הספר לנהיגה "הנהג הזהיר" פרסם את הטבלה הבאה:

| | עבר טסט ראשון | עבר טסט שני |
|---|---|---|
| למד בבית הספר "הנהג הזהיר" | 250 | 150 |
| לא למד בבית הספר "הנהג הזהיר" | 50 | 150 |

א. הוסיפו לטבלה טור ושורה מסכמים והשלימו אותם.
ב. כמה תלמידים למדו נהיגה?

בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות:

ג. שהוא לא למד בבית הספר "הנהג הזהיר" ועבר את מבחן הנהיגה בטסט ראשון?
ד. שהוא למד בבית הספר "הנהג הזהיר" ועבר את מבחן הנהיגה בטסט ראשון?
ה. שהוא למד בבית הספר "הנהג הזהיר" ועבר את מבחן הנהיגה בטסט שני?
ו. מהי ההסתברות שהתלמיד עבר את מבחן הנהיגה בטסט ראשון?

3. בדקו את מצב החיסון נגד קורונה בקרב 3 כיתות.

בכיתה י'1 25 תלמידים התחסנו, ו – 10 תלמידים לא התחסנו.
בכיתה י'2 30 תלמידים התחסנו, ו – 5 תלמידים לא התחסנו.
בכיתה י'3 18 תלמידים התחסנו, ו – 12 תלמידים לא התחסנו.

א. העבירו את הנתונים לטבלה, הוסיפו טור ושורה מסכמים.
ב. בוחרים באקראי תלמיד מתוך 3 הכיתות, מהי ההסתברות שהתלמיד התחסן?
ג. בוחרים באקראי תלמיד מכיתה י'1. מהי ההסתברות שלא התחסן?
ד. בוחרים באקראי תלמיד מתוך אלה שלא התחסנו, מהי ההסתברות שהוא מכיתה י'2?
ה. 5 תלמידים שחוסנו, ו – 5 תלמידים שלא חוסנו חלו בקורונה. איזו הסתברות גבוהה יותר: להתחסן ולא לחלות בקורונה או לא להתחסן ולא לחלות בקורונה? נמקו.

4. בקבוצת כדורגל בת 18 שחקנים יש 5 חלוצים, 5 קשרים, בלמים ששכיחותם היחסית היא $\frac{1}{3}$ ושוערים.

א. כמה בלמים בקבוצה?

ב. אם נבחר באקראי שחקן, מהי ההסתברות שהוא שוער?

ג. אם ידוע שנבחר באקראי שחקן שאינו בלם, מהי ההסתברות שהוא קשר?

ד. כמה בלמים צריכים להצטרף לקבוצה כדי שההסתברות לבחור בלם תהיה 0.4?

5. מארגני כנס תעסוקה מתכננים להזמין לכנס 420 סטודנטים להנדסה.

א. אם רוצים שההסתברות לבחור באקראי סטודנט להנדסת כימיה תהיה $\frac{1}{7}$, כמה סטודנטים להנדסת כימיה יש להזמין?

ב. כמה סטודנטים להנדסת חשמל <u>לכל היותר</u> יש להזמין, כדי שההסתברות לבחור באקראי סטודנט להנדסת חשמל תהיה קטנה מ- $\frac{3}{10}$?

ג. אם רוצים שההסתברות לבחור באקראי סטודנט להנדסת אלקטרוניקה תהיה גדולה מ- $\frac{1}{4}$, כמה סטודנטים להנדסת אלקטרוניקה, <u>לכל הפחות</u> יש להזמין לכנס?

ד. הוחלט לשנות את המספר הכולל של הסטודנטים שיוזמנו, כדי שההסתברות לבחור באקראי סטודנט לביוטכנולוגיה תהיה 0.15. הוחלט להזמין 66 סטודנטים לביוטכנולוגיה. מהו המספר הכולל של הסטודנטים שהוזמנו לכנס לאחר השינוי?

תשובות:

1) תשובות: א. 20 ב. 9 משפחות ג. 0.25 ד. שווה.

2) תשובות: א. טבלה ב. 600 ג. 25% ד. 62.5% ה. 37.5% ו. 50%.

| | עבר טסט ראשון | עבר טסט שני | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| למד בבית הספר "הנהג הזהיר" | 250 | 150 | 400 |
| לא למד בבית הספר "הנהג הזהיר" | 50 | 150 | 200 |
| סך-הכול | 300 | 300 | 600 |

3) א. טבלה ב. 0.63 ג. $\frac{2}{7}$ ד. $\frac{5}{27}$ ה. $\frac{22}{27} < \frac{58}{63}$ סיכוי גדול יותר להתחסן ולא לחלות.

| | התחסן | לא התחסן | סך-הכול |
|---|---|---|---|
| י'1 | 25 | 10 | 35 |
| י'2 | 30 | 5 | 35 |
| י'3 | 18 | 12 | 30 |
| סך-הכול | 63 | 27 | 100 |

4) א. 6 בלמים ב. $\frac{1}{9}$ ג. $\frac{5}{12}$ ד. שניים.

5) א. 60 ב. פחות מ- 126 ג. יותר מ – 105 ד. 440.

# יחידה חמישית

## סטטיסטיקה והסתברות

ביחידה זו אנו משלבים את כל הנושאים שנלמדו בספר זה.

מספר השעות המוקדשות לפרק זה : 3 שעות.

**נושאים מתמטיים** (בהקשר אורייני)

שילוב בין הנושאים שנלמדו ביחידות הקודמות.

**מטרות כלליות**

התלמיד יהיה מסוגל לעבד את המידע, שמתאר מצב בהקשר מדעי וחברתי, הן מהיבט סטטיסטי והן מהיבט הסתברותי.

התלמיד יהיה מסוגל להסיק מסקנות מהמידע הסטטיסטי והסתברותי על-ידי שימוש בכל הכלים הסטטיסטיים וכלים הסתברותיים, שנלמדו ביחידות קודמות.

**מטרות אופרטיביות**

1. בהקשר מדעי וחברתי, התלמיד יחשב את מדדי המרכז ואת הסיכוי להתרחשות של מאורע מסוים.
2. בהקשר מדעי וחברתי, התלמיד ישלב את המידע ההסתברותי עם המידע הסטטיסטי לצורך קבלת החלטות.

**דוגמה פתורה עמודים 220 – 228**

מומלץ להקרין את ההסבר והדוגמה הפתורה על הלוח. המורה יעבור על כל שלבי הפתרון המוצג בספר יחד עם התלמידים, ויתמקד בגרפים, בטבלאות ובחישובי הפתרונות.

נתונה טבלת שכיחויות של מספר הילדים למשפחה ביישוב מסוים.

חסרה השכיחות של מספר המשפחות, שלהן שני ילדים, אך נתונה השכיחות היחסית.

סעיף א׳ : בדוגמה הפתורה נתון פתרון באמצעות משוואה.

דרך נוספת : השכיחות היחסית של המשפחות, שלהן שני ילדים, היא $\frac{1}{4}$, ולכן שאר השכיחויות, 24 במספר, שכיחותן היחסית היא : $\frac{3}{4}$. מכאן שרבע מהשכיחויות הן 8 משפחות.

שאר הסעיפים נלמדו, ותרגיל זה מאגד את כל החומר שנלמד.

**תרגיל 1 עמוד 222**

סעיף א׳ : נחבר את סך כל השכיחויות : 333 תלמידים.

סעיף ב׳ : על מנת לחשב ממוצע, נחלק את סך השכיחויות ב – 6. הממוצע : 55.5 תלמידים בשכבה.

סעיף ג׳ : השלמת השכיחות היחסית באחוזים.

סעיף ד׳ : (1) ההסתברות שהתלמיד לומד בכיתה ט׳ היא : 0.195. (2) ההסתברות שהתלמיד לומד בכיתה ז׳ או ח׳ היא : 0.41. (3) ההסתברות שהתלמיד אינו לומד בכיתה י״א : $1 - 0.12 = 0.88$.

**תרגיל 2 עמוד 223**

נתונה כמות גבינות לפי סוגים (150 במספר).

סעיף א׳: נחשב ממוצע: $25 = \frac{150}{6} = \frac{40+30+20+15+25+20}{6}$

סעיף ב׳: נחשב את האחוז של כל סוג גבינה (אחוז, משמע שכיחות יחסית).

דוגמה: אחוז הגבינה הלבנה: $\frac{x}{100} = \frac{40}{150}$, $x = 26.67$.

סעיף ג׳: עונים לפי סעיף ב׳.

**תרגיל 3 עמוד 223**

חזרה על המושגים: חציון, שכיח, מממוצע, גדול מ-, שונה...

**תרגיל 4 עמוד 223**

דומה לתרגיל 3.

סעיף ד׳: (1) לפחות 2 מכוניות, משמע 2, 3, או 4 מכוניות. אפשרות אחרת: לא 0 או מכונית אחת.

(2) לכל היותר 3 מכוניות, משמע 3 מכוניות או פחות. אפשרות נוספת: המשלים, לא 4 מכוניות.

**תרגיל 5 עמוד 224**

טבלה ובה התפלגות הילדים למשפחה בשכונה מסוימת.

סעיף א׳: דיאגרמת מקלות (ראו התשובות).

סעיף ב׳: ממוצע הילדים למשפחה: $3.05 = \frac{61}{20} = \frac{1\cdot3+2\cdot5+3\cdot2+4\cdot8+5\cdot2}{20}$.

סעיף ג׳: בשכונה 20 משפחות, מיקום החציון 10.5, הממוצע בין המשפחה ה – 10 למשפחה ה – 11 הוא 3.5.

סעיף ד׳: השכיח הוא 4 ילדים.

סעיף ה׳: נענה על סעיפי השאלה לאחר שנחשב את השכיחות היחסית.

| מספר הילדים במשפחה | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשפחות | 3 | 5 | 2 | 8 | 2 |
| השכיחות היחסית | 0.15 | 0.25 | 0.1 | 0.4 | 0.1 |

**תרגיל 6 עמוד 224**

דומה לתרגילים הקודמים.

**תרגיל 7 עמודים 224, 225**

סעיף א׳: דיאגרמת מקלות.

סעיף ב׳: טבלת אורך יכולה לבלבל, ובנוסף שורת משתנים היא העמודה השמאלית, ולא הימנית.

בכיתות מתקשות העבירו את הנתונים לטבלה רוחבית, והוסיפו שורה של שכיחות יחסית:

| מספר הבנות בנבחרת | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הנבחרות | 8 | 7 | 15 | 11 | 5 |
| השכיחות היחסית | 0.17 | 0.15 | 0.33 | 0.24 | 0.11 |

השכיח: 3 בנות.

סעיף ג׳: הממוצע: $2.96 = \frac{136}{46} = \frac{1\cdot8+2\cdot7+3\cdot15+4\cdot11+5\cdot5}{46}$.

סעיף ד׳: השתתפו 46 נבחרות, מקום החציון 23.5, החציון: 3.

סעיף ה׳: (1) 0.17, (2) 0.68.

סעיף ו׳: ההסתברות לבחור בנבחרת שבה מספר הבנות גבוה מהחציון (16), גדולה יותר מלבחור נבחרת, שבה מספר הבנות שווה לשכיח (15).

ניתן לבקש מהתלמידים להיכנס לאתר ולהתרשם מהפעילות של FRC.

(מתוך אתר FRC: .

**תרגיל 8 עמוד 225**

הציונים נתונים בשורה.

נסדר בטבלת שכיחויות

| הציון | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות | 2 | 3 | 4 | 5 | 3 | 2 |
| השכיחות היחסית | 0.11 | 0.16 | 0.21 | 0.26 | 0.16 | 0.11 |

סעיף ב׳: מיקום החציון: 10, החציון: 8.

סעיף ג׳: חישוב ממוצע: $\frac{5\cdot2+6\cdot3+7\cdot4+8\cdot5+9\cdot3+10\cdot2}{46} = \frac{143}{19} = 7.53$.

סעיף ד׳: דיאגרמת מקלות.

סעיף ה׳: (1) ההסתברות שנבחר בתלמיד שציונו גבוה מ – 8, היא: 0.27. (2) ההסתברות, שנבחר בתלמיד שציונו שווה לחציון, היא: 0.26. (3) ההסתברות, שנבחר בתלמיד שציונו נמוך מהממוצע, היא: 0.47.

סעיף ו׳: לכל היותר 7, משמע 7 או פחות. השכיחות היחסית היא: 0.48.

**תרגיל 9 עמוד 225**

סידור הנתונים בטבלת שכיחויות:

| משקל המשקולת | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
|---|---|---|---|---|---|
| כמות המשקולות | 8 | | 10 | 4 | 5 |
| השכיחות היחסית | | 0.25 | | | |

השלמת החסר באמצעות נוסחה: $\frac{1}{4} = \frac{x}{8+x+10+4+5}$, x = 9.

דרך נוספת: השכיחות היחסית של משקולות בנות 1 ק״ג היא $\frac{1}{4}$, משמע שאר השכיחויות (27) שכיחותן היחסית היא $\frac{3}{4}$, ולכן רבע מהשכיחויות הוא 9.

| משקל המשקולת | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
|---|---|---|---|---|---|
| כמות המשקולות | 8 | 9 | 10 | 4 | 5 |
| השכיחות היחסית | 0.22 | 0.25 | 0.28 | 0.11 | 0.14 |

סעיף ב׳: מקום החציון: 18.8, החציון: 1.5.

סעיף ג׳: חישוב הממוצע: $\frac{0.5\cdot8+1\cdot9+1.5\cdot10+2\cdot4+2.5\cdot5}{36} = \frac{48.5}{36} = 1.35$.

סעיף ד': (1) 0.22,  (2) 0.39,  (3) לפחות 2 ק"ג, משמע 2 או 2.5 ק"ג, ההסתברות: 0.25.  (4) לכל היותר 1.5 ק"ג, משמע 1.5 ק"ג או פחות. ההסתברות: 0.75.

סעיף ה': ההסתברות, שבחירת משקולת שתהיה קלה מהמשקל הממוצע (0.47), גדולה יותר מההסתברות לבחור במשקולת הכבדה (0.25) מהמשקל החציוני.

בספר התשובות הן בשבר פשוט.

**תרגיל 10 עמוד 226**

נסדר את הנתונים בטבלת שכיחויות:

| מספר הטלפונים | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר המשפחות | x | 10 - x | 15 | 20 | 5 |

נציב בנוסחה: $3.36 = \frac{170-2x}{50} = \frac{x+2\cdot(10-x)+3\cdot15+4\cdot20+5\cdot5}{50}$, x = 1.

סעיף ב': למשפחה אחת יש טלפון אחד, יש , ול – 9 משפחות יש שני טלפונים סלולריים.

סעיף ג': השכיח: 4 טלפונים סלולריים.

סעיף ד': מקום החציון: 25.5, החציון: 3.5 (ממוצע בין 3 ל – 4).

סעיף ה': (1) 0.1  (2) לכל היותר 2 טלפונים, משמע 1 או 2 טלפונים 0.2  (3) 0.1.

**תרגיל 11 עמוד 226**

תרגול החומר הנלמד.

**תרגיל 12 עמוד 226**

ידוע כי מספר המחשבים הממוצע הוא 3. נציב בנוסחה: $3 = \frac{58+x}{12+x} = \frac{x+3\cdot6+5\cdot1+7\cdot5}{12+x}$, x = 11.

סעיף ב': פחות מ – 6 מחשבים, משמע 1, 3 או 5 מחשבים. לחלופין המשלים של 7 מחשבים, 0.78.

סעיף ג': התווספו 5 משפחות, ולהן 3 מחשבים (כמו הממוצע), ולכן הממוצע לא השתנה. השכיח השתנה, כי יש שני שכיחים: ל – 11 משפחות יש מחשב אחד, ו ל – 11 משפחות יש 3 מחשבים.

(3) נבדוק: $0.82 = \frac{23}{28}$, התשובה תשתנה.

**תרגיל 13 עמוד 227**

סעיף א': ניתן להשתמש במשוואה: $\frac{1}{10} = \frac{x}{18+x}$, x = 2. דרך אחרת, השכיחות היחסית של משפחות שלהן 4 מכוניות היא $\frac{1}{10}$, משמע שאר 18 המשפחות, שכיחותן היחסית $\frac{9}{10}$, ומכאן שביישוב 20 משפחות.

סעיף ב': נחשב את הממוצע: $1.75 = \frac{35}{20} = \frac{0+6+6+15+8}{20}$.

סעיף ג': ביישוב 20 משפחות, מקום החציון: 10.5, החציון: 1.5 מכוניות.

סעיף ד': ההסתברות לבחור משפחה, שבה כמות המכוניות גבוהה מהממוצע, היא 0.5.

סעיף ה': ההסתברות שווה, 0.5.

**תרגיל 14 עמוד 227**

נחשב את הממוצע באמצעות נוסחה : $2.94 = \frac{147}{43+x} = \frac{1\cdot9+2\cdot5+3\cdot8+4\cdot6+5\cdot10+6\cdot5}{43+x}$, x = 7.

סעיף א' : 7 קופסאות ללא גפרורים פגומים.

סעיף ב' : מקום החציון : 25.5, החציון : 3.

סעיף ג' : השכיח : 5 גפרורים פגומים.

סעיף ד' : (1) 0.1, (2) 0.7, (3) 0.86, (4) 0.58, (5) 0.48 (3, 4, 5 גפרורים פגומים).

בספר התשובות בשבר פשוט.

**תרגיל 15 עמוד 227**

תרגיל דומה לתרגיל 13.

**תרגיל 16 עמוד 228**

נסמן בטבלה :

| מספר הציפורים ביום | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הימים | x | 10 - x | 10 | 20 | 12 | 8 |

נציב בנוסחה : $790 = \frac{47800-100x}{60} = \frac{500x+600\cdot(10-x)+700\cdot10+800\cdot20+900\cdot12+1000\cdot8}{60}$, x = 4.

סעיף ב' : השכיח : 800 ציפורים.

סעיף ג' : מקום החציון : 30.5, החציון : 800 ציפורים.

סעיף ד' : (1) $\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$, (2) $\frac{13}{30} = \frac{26}{60}$, (3) $\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$.

סעיף ה' : מספר הימים הוא 40, $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$.

**תרגיל 17 עמוד 228**

נמצא את x באמצעות נוסחה : $2.5 = \frac{36}{13+x} = \frac{4+2x+3\cdot5+4\cdot3+5}{13+x}$, x = 7.

סעיף ב' : דיאגרמת מקלות.

סעיף ג' : יותר מ – 2 דוחות או פחות מ – 5 דוחות, משמע 3 או 4 דוחות. $0.4 = \frac{8}{20}$.

סעיף ד' : לפחות 2 דוחות חנייה, משמע 2 או יותר או המשלים של דוח חנייה אחד : $0.8 = \frac{4}{20} - 1$.

סעיף ה' : (1) הממוצע גדל, כי לשני נהגים נוסף דוח חנייה.

הממוצע החדש : $2.6 = \frac{4+2\cdot7+3\cdot3+4\cdot5+5}{20}$. (2) 0.45.

**תרגיל 18 עמוד 228**

נתונה דיאגרמת מקלות. נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות, נוסיף גם את שורת השכיחות היחסית (הטבלה אינה בספר, כאן היא מופיעה לצורך נוחיות לתלמידים מתקשים).

| מספר המילים בהודעה | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר ההודעות | 4 | 2 | 8 | 9 | 10 | 4 | 3 |
| השכיחות היחסית | 0.1 | 0.05 | 0.2 | 0.225 | 0.25 | 0.1 | 0.075 |

סעיף ב׳: השכיח הוא 8 מילים להודעה.

סעיף ג׳: מקום החציון: 20.5, החציון: 7 מילים.

סעיף ד׳: נחשב את הממוצע: $7.075 = \frac{283}{40} = \frac{4\cdot4+5\cdot2+6\cdot8+7\cdot9+8\cdot10+9\cdot4+10\cdot3}{40}$.

סעיף ה׳: (1) 0.25 (2) $\frac{7}{20} = \frac{14}{40}$ (3) $\frac{17}{40}$.

**תרגיל 19 עמוד 229**

בכיתות מתקשות או לשם נוחות נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות:

| הסניף | א׳ | ב׳ | ג׳ | ד׳ |
|---|---|---|---|---|
| מספר הלקוחות | 28,000 | 15,000 | 9,000 | 8,000 |

סעיף א׳: סניף א׳ הוא הסניף שבו מספר הלקוחות הגדול ביותר. העמודה הגבוהה ביותר.

סעיף ב׳: נחבר את שורת השכיחות: 60,000 לקוחות.

סעיף ג׳: $\frac{x}{100} = \frac{15000}{60000}$, x = 25.

סעיף ד׳: נחשב את הממוצע: $15{,}000 = \frac{60000}{4}$.

סעיף ה׳: ההסתברות שהוא קנה בסניף א׳: $0.466 = \frac{7}{15} = \frac{28000}{60000}$.

סעיף ו׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

נחשב, $\frac{7}{15} = \frac{28000+x}{60000+180}$, x = 84.

**תרגיל 20 עמוד 229**

בתרגיל זה אנו נחשפים לדיאגרמת עמודות גם בחלק השלילי שעל ציר ה – x.

ניתן לבקש מהתלמידים להמציא שאלות, שבהן ניתן להשתמש בחלק השלילי שעל ציר ה – x. למשל, מספר המשפחות, שלהן יתרת חשבון שלילית בבנק. מספר הימים, שבהם הטמפרטורה שלילית...

לשם נוחיות נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| הפרש השערים | 5 - | 3 - | 1 - | 0 | 2 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הקבוצות | 3 | 5 | 2 | 4 | 3 | 2 | 1 |

סעיף א׳: מספר הקבוצות: 20.

סעיף ב׳: השכיח הוא 3 - שערים.

סעיף ג׳: מיקום החציון: 10.5, החציון: 0.5 – שערים.

סעיף ד׳: נחשב את הממוצע: $-0.6 = \frac{-5\cdot3+-3\cdot5+-1\cdot2+0+2\cdot3+4\cdot2+6}{20}$.

סעיף ה׳: (1) 0.6 (2) 0.3 (3) זהה לסעיף 2, 0.3 (4) 0.1.

**תרגיל 21 עמודים 229, 230**

נסדר את הנתונים בטבלת שכיחויות.

| הטמפרטורה | 2 - | 1 - | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר הימים | 1 | 3 | 1 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 |

נמדדו 20 ימים.

סעיף ב׳: שני שכיחים: 2 ו – 5 מעלות.

סעיף ג׳: מקום החציון: 10.5, החציון: $2^0$.

סעיף ד׳: נחשב את הממוצע: $2.1 = \frac{-2\cdot1+-1\cdot3+1\cdot2+2\cdot4+3\cdot3+4\cdot2+5\cdot4}{20}$.

סעיף ה׳: $0.2 = \frac{1}{5} = \frac{4}{20}$.

סעיף ו׳: $0.45 = \frac{9}{20}$.

סעיף ז׳: (1) כולם יגדלו במעלה אחת. (2) התשובה לא תשתנה, כי כל המדדים המרכזיים גדלו ביחידה.

**תרגיל 22 עמוד 230**

נרכז את הנתונים בטבלת שכיחויות.

| מהות השירות | הגיע בזמן | עומס בכבישים | אין מקום ולכן לא עוצר | התעכב ביציאה |
|---|---|---|---|---|
| השכיחות היחסית | 42% | 28% | 19% | 11% |

סעיף א׳: לא, הם מהווים רק 47%.

סעיף ב׳: התוצאה השכיחה: הגיע בזמן.

סעיף ג׳: 42%.

סעיף ד׳: נרכז את הנתונים של משפחת לוי בטבלה אופקית.

| מהות השירות | הגיע בזמן | עומס בכבישים | אין מקום ולכן לא עצר | התעכב ביציאה |
|---|---|---|---|---|
| כמות השיחות | 200 | 100 | 20 | 80 |
| השכיחות היחסית | 50% | 25% | 5% | 20% |

נתוני משפחת לוי אינם תואמים את נתוני החברה, הם הגיעו בזמן.

**תרגיל 23 עמוד 230**

נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות.

| סוג הפרי | תפוחים | אגסים | ענבים | בננות | דובדבנים | משמשים |
|---|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות היחסית | 23% | 20% | 16% | 13% | x | x |

נמצא את x: $2x + 13 + 16 + 20 + 23 = 100$, $x = 14$.

סעיף ב׳: השכיח: תפוחים.

סעיף ג׳: 57%.

סעיף ד׳: ניתן לחשב באמצעות נוסחה: $\frac{20}{100} = \frac{100}{y}$, $y = 500$. החקלאי מגדל תוצרת על 500 דונם, ומכאן לחשב כל סוג פרי בנפרד.

דרך נוספת: 20% הם 100 דונם, משמע השלם הוא 500 דונם.

סעיף ה׳: נחשב את הממוצע: $83.33 = \frac{500}{6}$.

**תרגיל 24 עמוד 231**

סעיף א׳: $100 - 35 - 20 - 15 - 5 = 25$, 25% מהוות הקופסאות שבהן 2 זיתים עם גלעין.

סעיף ב׳: נחשב את הממוצע: $0.35\cdot0 + 0.2\cdot1 + 0.25\cdot2 + 0.15\cdot3 + 0.05\cdot4 = 1.35$.

סעיף ג׳: השכיח: 0 גלעינים.

סעיף ד׳: (1) 0.15 (2) 0.4 (3) 0.55.

**תרגיל 25 עמוד 231**

סעיף א׳: צביעת דיאגרמת עיגול.

נעביר את הנתונים לטבלת שכיחויות:

| הציון | פחות מ 55 — | 55 — 75 | 76 — 85 | 86 — 95 | מעל 95 |
|---|---|---|---|---|---|
| השכיחות היחסית | 20% | 20% | 30% | 20% | 10% |

סעיף ב׳: ההסתברות שציון התלמיד מעל 75 היא: 60%.

סעיף ג׳: ההסתברות שהתלמיד נכשל: 20%.

סעיף ד׳: בסעיף זה יש סמל חשיבה. פתרון הסעיף יהיה בכיתה או בבית לפי שיקול דעת המורה.

הממוצע אינו יכול להיות 96, כי רק 10% מהתלמידים קיבלו ציון מעל 96.

סעיף ה׳: בתרגיל זה יש סמל דיון. מומלץ לערוך דיון בכיתה בהדרכת המורה.

טעות נפוצה: כן, כי איננו יודעים את מספר התלמידים שנבחנו. אולם אז 10% הם 7.5, ונתון כזה לא יכול להתקיים.

בספר התשובות כתובות בשבר עשרוני.

**תרגיל 26 עמודים 231, 232**

נשלים את הטבלה בנתונים:

| מספר המכשירים שנמכרו ביום | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הימים | | | | | 2 |
| השכיחות היחסית | 15% | 30% | 40% | 5% | |

לפי הטבלה אנו רואים, כי הימים שבהם נמכרו 7 טלפונים ביום, מהווים 10% מהימים שנספרו.

מכאן ש100% מהימים שנספרו הם 20 ימים. דרך נוספת: $\frac{10}{100} = \frac{2}{y}$, $y = 20$.

נשלים את הטבלה:

| מספר המכשירים שנמכרו ביום | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר הימים | 3 | 6 | 8 | 1 | 2 |
| השכיחות היחסית | 15% | 30% | 40% | 5% | 10% |

סעיף ב׳: דיאגרמת עיגול, ראו תשובות.

סעיף ג׳: השכיח: 5 טלפונים.

סעיף ד׳: נמדדו 20 ימים, מקום החציון: 10.5, החציון: 5 טלפונים.

סעיף ה׳: כן, $3 \cdot 0.15 + 4 \cdot 0.3 + 5 \cdot 0.4 + 6 \cdot 0.05 + 7 \cdot 0.1 = 4.65$.

סעיף ו׳: (1) 45%, (2) 55%, (3) 85%, (4) 90%.

בספר התשובות כתובות בשבר פשוט.

**תרגיל 27 עמוד 232**

סעיף א׳: סך השכיחות היחסית של אריזות במינון 500 יחב״ל או 1,000 יחב״ל היא 50%. מכאן שעל המדף יש 20 אריזות של ויטמין D.

סעיף ב׳: נשלים את הטבלה:

| המינון באריזה | 400 יחב״ל | 500 יחב״ל | 800 יחב״ל | 1000 יחב״ל | 1500 יחב״ל |
|---|---|---|---|---|---|
| מספר האריזות | 4 | 7 | 5 | 3 | 1 |
| השכיחות היחסית | 20% | 35% | 25% | 15% | 5% |

סעיף ג׳: השכיח הוא אריזות במינון 500 יחב״ל.

סעיף ד׳: 0.2.

סעיף ה׳: נחשב באמצעות הנוסחה: $664 = \frac{400\cdot 4+500\cdot 7+600x+800\cdot 5+1000\cdot 3+1500}{20+x}$, $x = 5$.

סעיף ו׳: בכיתות חלשות נשלים טבלה:

| המינון באריזה | 400 יחב״ל | 500 יחב״ל | 600 יחב״ל | 800 יחב״ל | 1000 יחב״ל | 1500 יחב״ל |
|---|---|---|---|---|---|---|
| מספר אריזות | 4 | 7 | 5 | 5 | 3 | 1 |
| השכיחות היחסית | 16% | 28% | 20% | 20% | 12% | 4% |

הסיכוי לבחור באריזה שהמינון גבוה מהשכיח: $56\% = \frac{14}{25}$.

סעיף ז׳: $\frac{5}{14}$.

אנו ממליצים לתת לתלמידים (כהעשרה) להיכנס לסרטון שבאתר, ולסכם את המידע שמוצג בו.

(מתוך TED – ED: ברקוד זה מופיע במדריך בלבד).

הסרטון באנגלית, וניתן להוסיף תרגום לעברית על-ידי לחיצה על הגדרות .

**מבדק מספר 5**

1. מטילים בו זמנית קובייה וסביבון. על פאות הסביבון רשומים המספרים : 1, 2, 3, 4, על פאות הקובייה רשומים המספרים : 2, 4, 6, 8, 10, 12.

א. רשמו את כל התוצאות האפשריות במרחב המדגם.

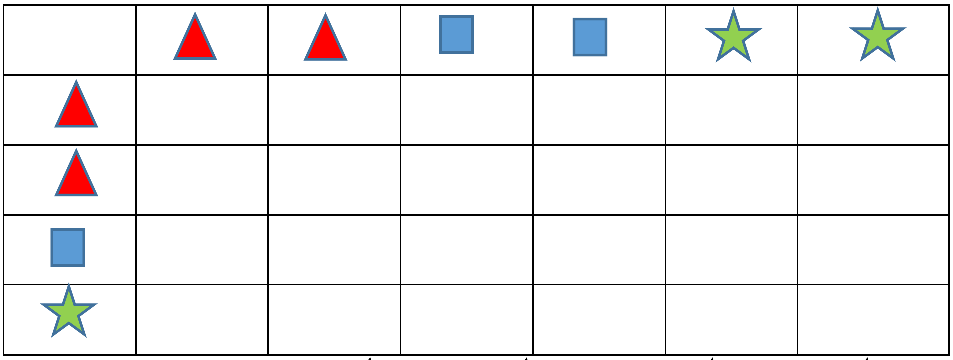
ב. מהי ההסתברות של המאורע : הקובייה והסביבון יראו שני מספרים זהים?

ג. מהי ההסתברות שהקובייה והסביבון יראו סכום מספרים אי-זוגי?

ד. מהי ההסתברות שסכום המספרים יהיה גדול מ – 16?

ה. האם ייתכן כי מכפלת המספרים תהיה אי-זוגית? נמקו.

2. בקופסה אחת 6 קלפים. ל- 2 קלפים צורת משולש, ל - 2 קלפים צורת ריבוע, ול – 2 קלפים צורת כוכב. בקופסה אחרת ל - 2 קלפים צורת משולש, לקלף אחד צורת ריבוע, ולקלף נוסף צורת כוכב.



א. השלימו את הטבלה, ורשמו את כל התוצאות של מרחב המדגם.

ב. מהי ההסתברות לקבל שני קלפים, שלהם אותה צורה?

ג. מהי ההסתברות לקבל קלף אחד ולו צורת משולש ולאחר צורת ריבוע?

ד. מהי ההסתברות לקבל בדיוק קלף אחד ולו צורת כוכב?

ה. מהי ההסתברות לקבל לכל היותר קלף אחד ולו צורת משולש?

תשובות :

1) א. טבלה ב. $\frac{1}{12}$ ג. 0.5 ד. 0 ה. לא מכפלת מספר זוגי במספר זוגי, או מכפלת מספר זוגי במספר אי-זוגי תיתן תמיד תוצאה זוגית.

| סביבון / קובייה | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (1 ,2) | (1 ,4) | (1 ,6) | (1 ,8) | (1 ,10) | (1 ,12) |
| 2 | (2 ,2) | (2 ,4) | (2 ,6) | (2 ,8) | (2 ,10) | (2 ,12) |
| 3 | (3 ,2) | (3 ,4) | (3 ,6) | (3 ,8) | (3 ,10) | (3 ,12) |
| 4 | (4 ,2) | (4 ,4) | (4 ,6) | (4 ,8) | (4 ,10) | (4 ,12) |

2) א. טבלה ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{4}$ ד. $\frac{5}{12}$ ה. $\frac{11}{12}$.